ОЛИМПИАДА ПО АНАЛИЗУ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ I-II КУРСОВ

кафедра Теории функций и функционального анализа
кафедра Математического анализа

---

1. (И.А. Шейпак) Найти целую часть числа

$$\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{10000}}.$$

2. (Д.В. Горяшин) Сходится ли несобственный интеграл

$$\int\limits_0^{+\infty}\frac{e^{\cos x}-e^{\cos 2x}}{x}\,dx\,?$$

3. (E. Kopecká) Для некоторой функции $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ и непрерывной функции $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ композиция $g(f(x))$ оказалась непрерывной на $[0,1]$. Можно ли утверждать, что обязательно найдется такая непрерывная функция $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, что $g(h(x))\equiv g(f(x))$?

4. (П.А. Бородин) Пусть $P(\cdot)$ — четный многочлен действительного переменного с положительными коэффициентами. Найти минимальное значение выражения

$$\frac{P(x)+P(y)+P(x+y+3z)}{P(z)}$$

по всем $x,y,z\in\mathbb{R}$.

5. (В.В. Рыжиков) Профессор задает на отрезке $\Delta_0=[0,1]$ множество A положительной меры. Далее студент и профессор по очереди выбирают отрезки Δ_n ненулевой длины следующим образом: студент выбирает произвольный отрезок Δ_{2k+1} в Δ_{2k}, а профессор — отрезок Δ_{2k+2} в Δ_{2k+1} с условием $|\Delta_{2k+2}|=|\Delta_{2k+1}|/(k+1)$. Если точка пересечения всех отрезков лежит в A, то студенту ставят "отлично" по действительному анализу. Сможет ли студент получить "отлично" независимо от выбора множества A?