

**ОЛИМПИАДА ПО АНАЛИЗУ  
ДЛЯ СТУДЕНТОВ I-II КУРСОВ**

*кафедра Теории функций и функционального анализа  
кафедра Математического анализа*

---

1. (В.И. Богачев) На кубе  $K = [0, 1]^{2019}$  рассматриваются все числовые функции  $f$ , равные нулю на границе  $K$  и удовлетворяющие условию Липшица с постоянной 1:  $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|$ . Найти максимально возможное значение интеграла от  $f$  по  $K$ .

2. (К.А. Оганесян) Для всякого натурального  $n$  решить неравенство

$$2 \sum_{k=1}^n \sin kx \geq \sum_{k=1}^n \sin 2kx.$$

3. (С.Ю. Граф) При каких натуральных  $n$  отображение  $z \rightarrow z + \bar{z}^n/n$  является однолистным (то есть инъективным) в единичном круге  $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ ?

4. (В.В. Галатенко) Верно ли, что для некоторой абсолютной постоянной  $C$  выполнено соотношение

$$\sum_{n=2}^N \frac{1}{n \ln n} = \ln \ln N + C + o(1)$$

при  $N \rightarrow \infty$ ?

5. (В.В. Рыжиков) Квадрат со стороной длины  $\sqrt{2019}$  разбит на конечное число прямоугольников. Доказать, что у хотя бы одного из них длины обеих сторон иррациональны.