

**ОЛИМПИАДА ПО АНАЛИЗУ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ I-II КУРСОВ**

*кафедра Теории функций и функционального анализа
кафедра Математического анализа*

1. (В.И.Богачев) Найти множество предельных точек последовательности дробных частей корня из n .
2. (В.В.Галатенко) При каких положительных значениях a существует непрерывная на отрезке $[0, a]$ функция, отличная на этом отрезке от тождественного нуля, для которой выполнено равенство

$$\left(\int_0^a f(x) dx \right)^2 = \int_0^a f^2(x) dx?$$

3. (В.К.Белашапка) Может ли множество уровня $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f(x, y) = 0\}$ для функции вида $f(x, y) = c(a(x) + b(y))$, где a, b, c — действительнзначные непрерывные функции одного действительного переменного, состоять а) из двух пересекающихся прямых; б) из осей координат?
4. (И.А.Шейпак) Для всякого натурального $n \geq 2$ определим число

$$f(n) = n \cdot \ln n \cdot \ln \ln n \cdot \dots \cdot \underbrace{\ln \ln \dots \ln n}_{k(n)},$$

где $k(n)$ таково, что последний повторный логарифм отрицательный. Сходится ли ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{f(n)}?$$

5. (П.А.Бородин) Существуют ли ненулевые многочлены $p_n(z)$ комплексного переменного с целыми неотрицательными коэффициентами, сходящиеся к нулю а) почти всюду; б) равномерно на дуге $\{z : |z| = 1, \operatorname{Re} z \leq 0\}$?