Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Механико-математический факультет
Программа Государственного экзамена
Специальность «Фундаментальные математика и механика»
Специализация «Фундаментальная механика»
кафедра вычислительной механики
05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Общая часть

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.

2. Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность, почленное интегрирование и дифференцирование).

3. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Поточечная сходимость; достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Полнота системы тригонометрических функций.

4. Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применения. Итерационные методы решения уравнений $f(x) = 0$ (хорд, Ньютона).

5. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнение п-го порядка, квазимногочлены.

6. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.

7. Свойства производной аналитической функции и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.

8. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.

9. Задача Коши для уравнения колебания струны. Формула Даламбера.

10. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи.

11. Гармонические функции и принцип максимума. Краевые задачи для уравнения Пуассона и основные методы их решения.

12. Формула Эйлера для поля скоростей в твердом теле; теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; ускорение Кориолиса.

13. Свободные и вынужденные колебания линейного осциллятора с трением. Математический маятник и его фазовый портрет.

14. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Модели сил трения.

15. Уравнения движения твердого тела с применением главных осей инерции. Вращение твердого тела по инерции. Осесимметричный волчок, гироскопический эффект.

16. Модель идеальных связей. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.

17. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Кинематические свойства вихрей. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.

18. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Определяющие соотношения. Замкнутые системы уравнений.

19. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних и поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.

20. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Даламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши-Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.

21. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуаэейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.

22. Модель линейного упругого тел, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой

среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.

23. Слабые и сильные разрывы. Условия на поверхности разрыва. Ударные волны. Число Маха.

24. Моделирование физических процессов, П-теорема. Критерии подобия.

Дополнительные вопросы вступительного экзамена в аспирантуру по специальности 05.13.18. (кафедра вычислительной механики).

1. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом.

2. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность.

3. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Гаусса.

4. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя.

5. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса.

6. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость.

7. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Исследование аппроксимации и устойчивости.

8. Разностные схемы (явная и неявная) для 1d линейного уравнения теплопроводности. Исследование аппроксимации и устойчивости.

9. Разностные схемы (явные и неявные) для 1d линейного уравнения переноса. Исследование аппроксимации и устойчивости.

10. Основы метода конечных элементов (МКЭ): вариационная постановка задачи и метод Ритца.

11. Проекционная теорема в методе конечных элементов (МКЭ).

12. Оценка точности аппроксимации Ритца для кусочно линейного базиса.

13. Матрицы жесткости и масс в МКЭ для кусочно-линейного базиса

От сдающих государственный экзамен требуется знание основных этапов развития механики и общее представление о важнейших достижениях современной науки в области механики.

Список литературы

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. // М.: Наука, 1984.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей. // М.: Наука, 1984.
3. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. // М. Наука, 1977.
4. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. // 3 изд., М. Физматлит, 2008.
5. Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования. // М. Бином. Лаборатория знаний. 2003. 342 с.
6. Чижонков Е.В. Лекции по курсу численные методы.
7. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику.// М.: Изд-во Издательский Дом Интеллект, 2008.504 с.

Основная литература - по списку для вопросов государственного экзамена.

Дополнительная литература:

1. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы.- М. Наука, 1977.

2. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику.- 3 изд. - М. Физматлит, 2008.

3. Н.С.Бахвалов, Н.П.Жидков, Г.М.Кобельков. Численные методы. - 3-е изд., доп. и перераб. - М. БИНОМ. Лаборатория знаний.. 2004. -636 с

4. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М. Наука, 1982.

5. С.К.Годунов, А.В.Забродин, М.Я.Иванов, А.Н.Крайко, ГЛ.Прокопов. Численное решение многомерных задач газов(динамики. - М. Наука, 1976.

6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, Физматлит, 1989. -416 с.

7. Стрэнг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. - М. Мир, 1977.

8. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М: Мир, 1975.