

Внешняя баллистика в XVI-XVII вв.

Часть 2.

Задача о полете снаряда (Гарриот, Галилей, Кавальери, Торричелли)

Е.А. Зайцев

Семинар по истории математики и механики

МГУ, мехмат

15.02.2021

3. Томас Гарриот – английский Галилей

Томас Гарриот (Thomas Harriot)

1560-1621



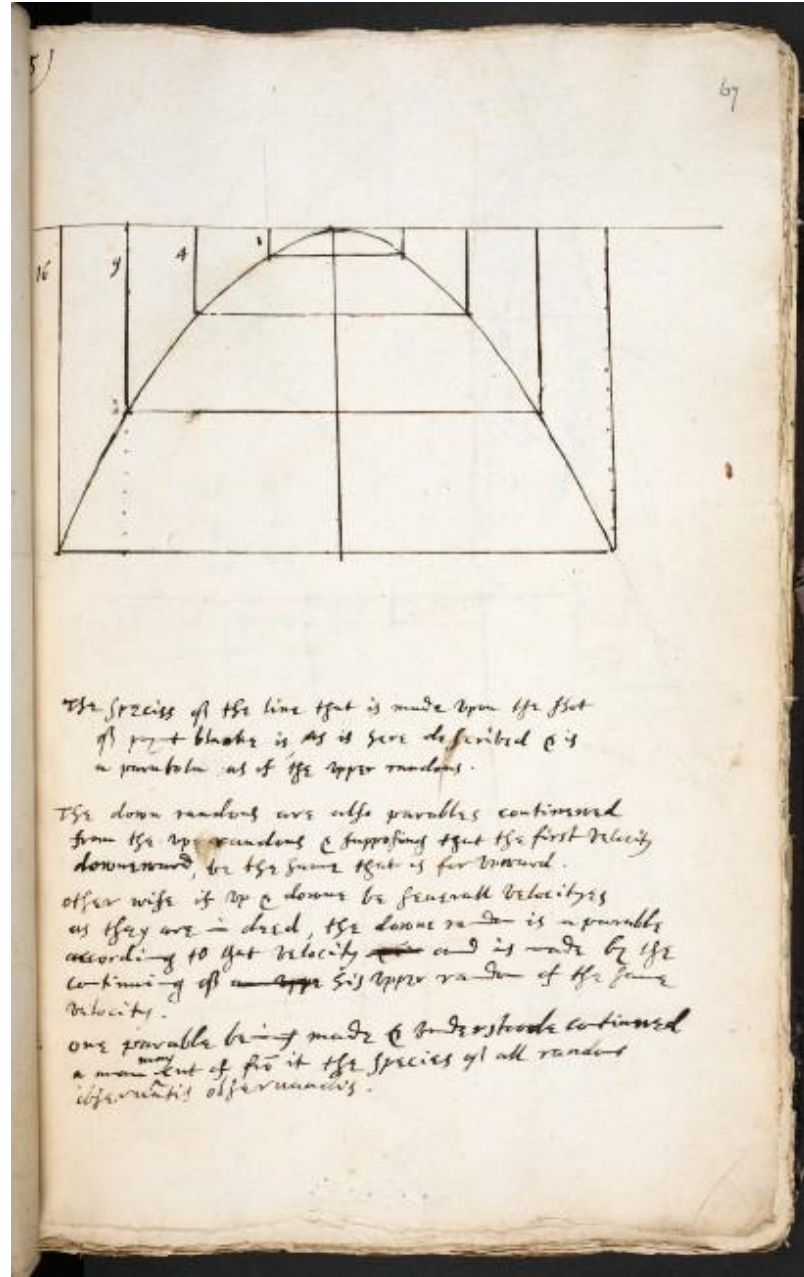
Томас Гарриот (1560-1621)

- Окончил Оксфордский университет (1580).
- 1580 – 1592: эксперт по математике и навигации у лорда Уолтера Рэли. В 1585-86 гг. совершил путешествие в Новый свет, о котором написал книгу (1688). «Можно увидеть в мире страннейшие вещи, чем те, что обретаются между Лондоном и Стенсом» (Рэли).
- В 1592: перешел на службу к Генри Перси
- Среди рукописного наследия, занимающего ок. 8000 листов, – труды по алгебре, астрономии, навигации, оптике, баллистике и т.д. При жизни не было опубликовано ни одного научного труда (кроме книги о Новом свете).
1631: опубликован трактат по алгебре *Artis Analyticae Praxis*
2009: опубликован трактат *De numeris triangularibus et inde de progressionibus arithmeticiis. Magisteria magna*.
- Гарриот – «английский Галилей». Независимо от Галилея (и по времени раньше него) Гарриот получил аналоги почти всех ключевых результатов Галилея по теории движения.

Основные результаты Гарриота в механике

1. Закон инерции для движения в горизонтальной плоскости
2. Закон движения (качения) по наклонной плоскости
3. Закон свободного падения (квадратичная зависимость пути от времени)
4. Доказательство параболичности траектории снаряда при горизонтальной стрельбе

Построение параболической траектории при горизонтальной стрельбе (из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. 67r*)



The species of the line that is made upon the flat
of the water is as is here described & is
a parabola as of the upper randoms.

The down randoms are also parabolas continued
from the up randoms & supposing that the first velocity
downward, be the same that is for upward.

other wise if the down be greater velocity
as they are in deed, the down random is a parabola
according to that velocity ~~and~~ and is made by the
continuing of ~~the~~ ^{the} upper random of the same
velocity.

one parabola being made & understood continued
a man ~~but~~ ^{may} fit it the species of all random
observations.

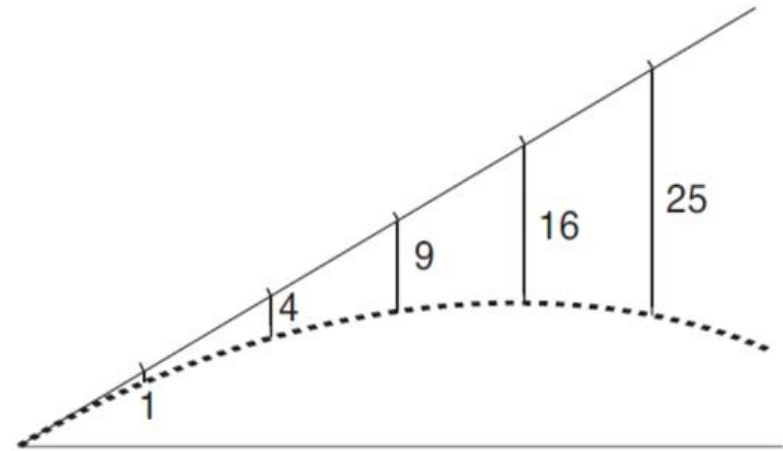
Геометрическое доказательство параболичности траектории в классической механике (основные постулаты)

1. Закон инерции по отношению к перемещению по наклонной прямой (в направлении выстрела). В равные промежутки времени снаряд проходит по ней равные расстояния (на прямой отложены равные отрезки).

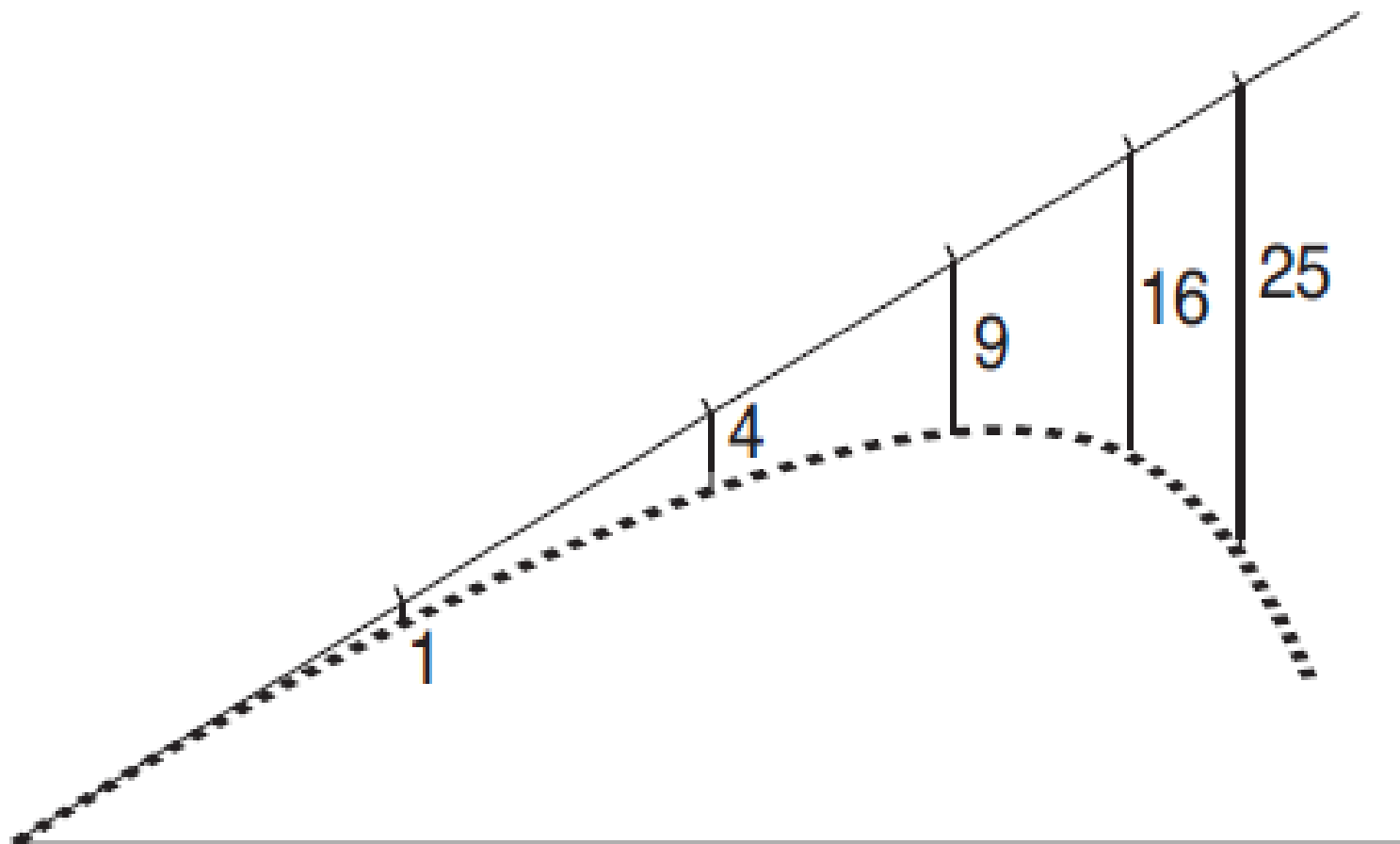
2. Закон квадратичной зависимости пути от времени при свободном падении. В точках наклонной прямой, равноотстоящих друг от друга, проведены вертикальные отрезки, соответствующие расстояниям, пройденным снарядом при падении. Длины этих отрезков образуют последовательность 1, 4, 9, 16, 25 ...

3. Импульс и тяжесть действуют независимо. Поэтому перемещение по наклонной прямой и свободное падение – независимы.

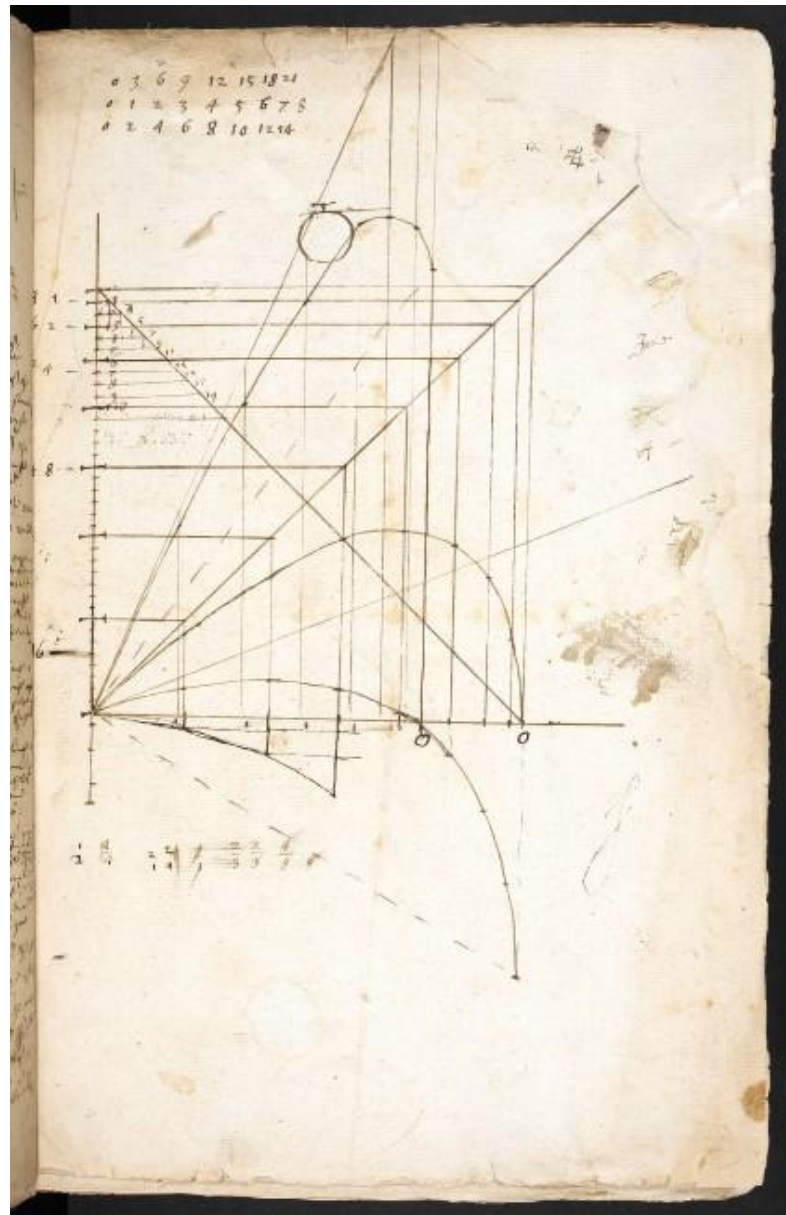
4. Из положений (1-3) следует, что траекторией снаряда является парабола, ветви которой симметричны относительно вертикальной оси.



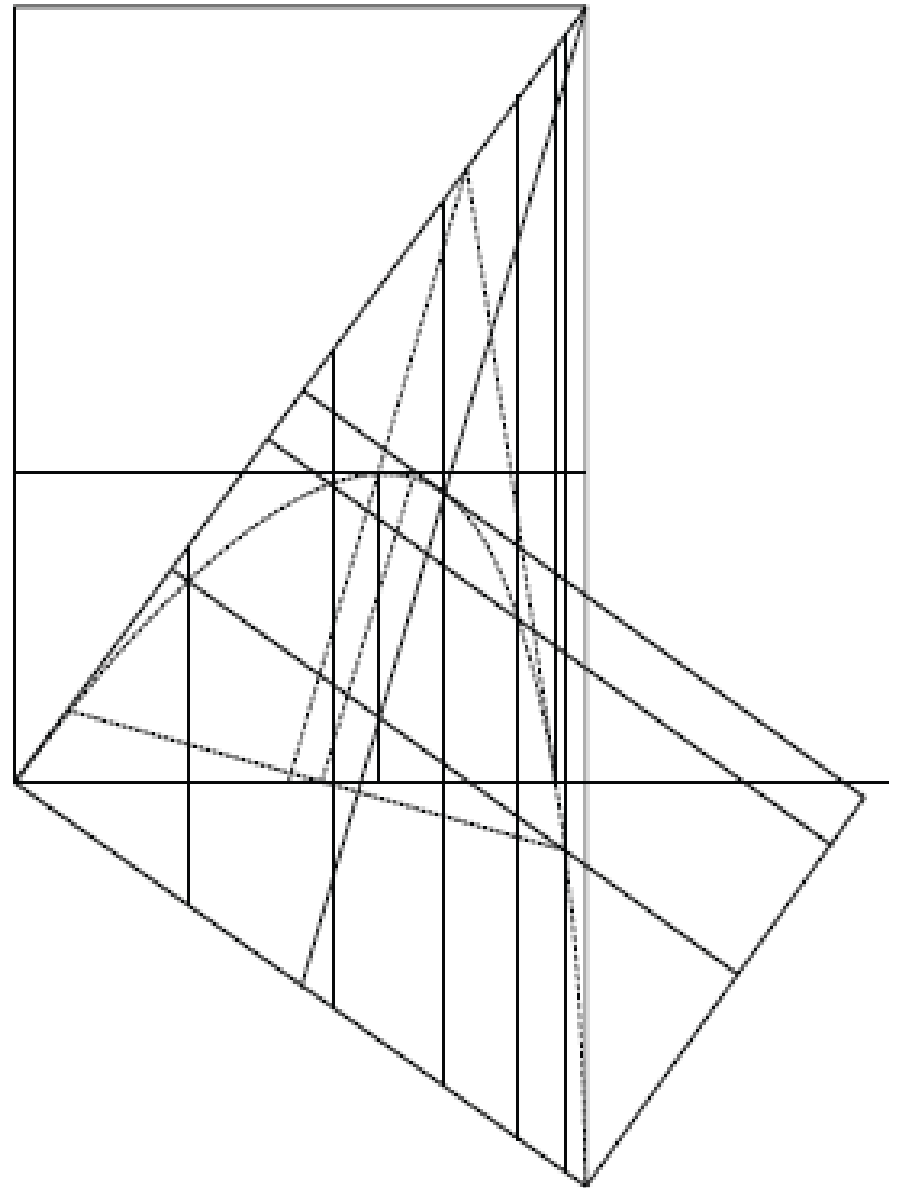
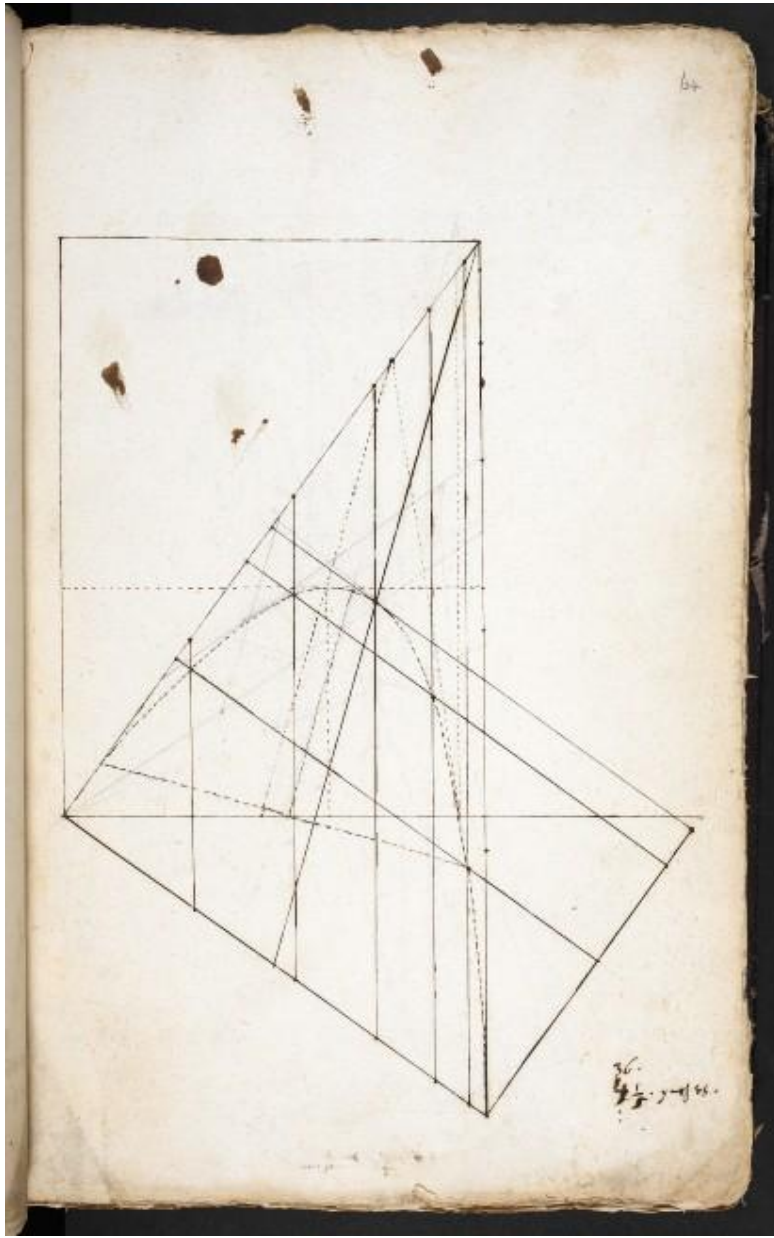
Гарриот: траектория полета при стрельбе с положительным углом возвышения
Парабола с наклонной осью (действие тяжести учтено дважды!)



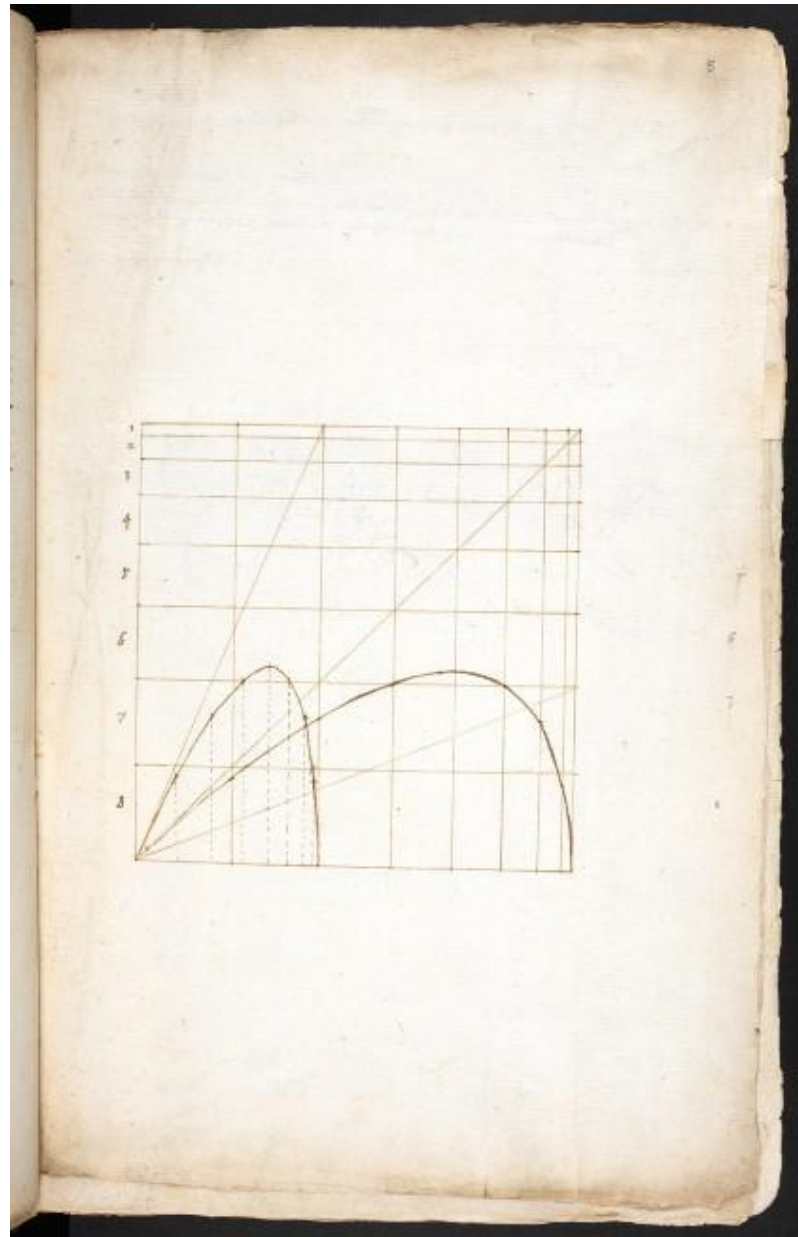
**Построение параболических траекторий
(из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. 4r*)**



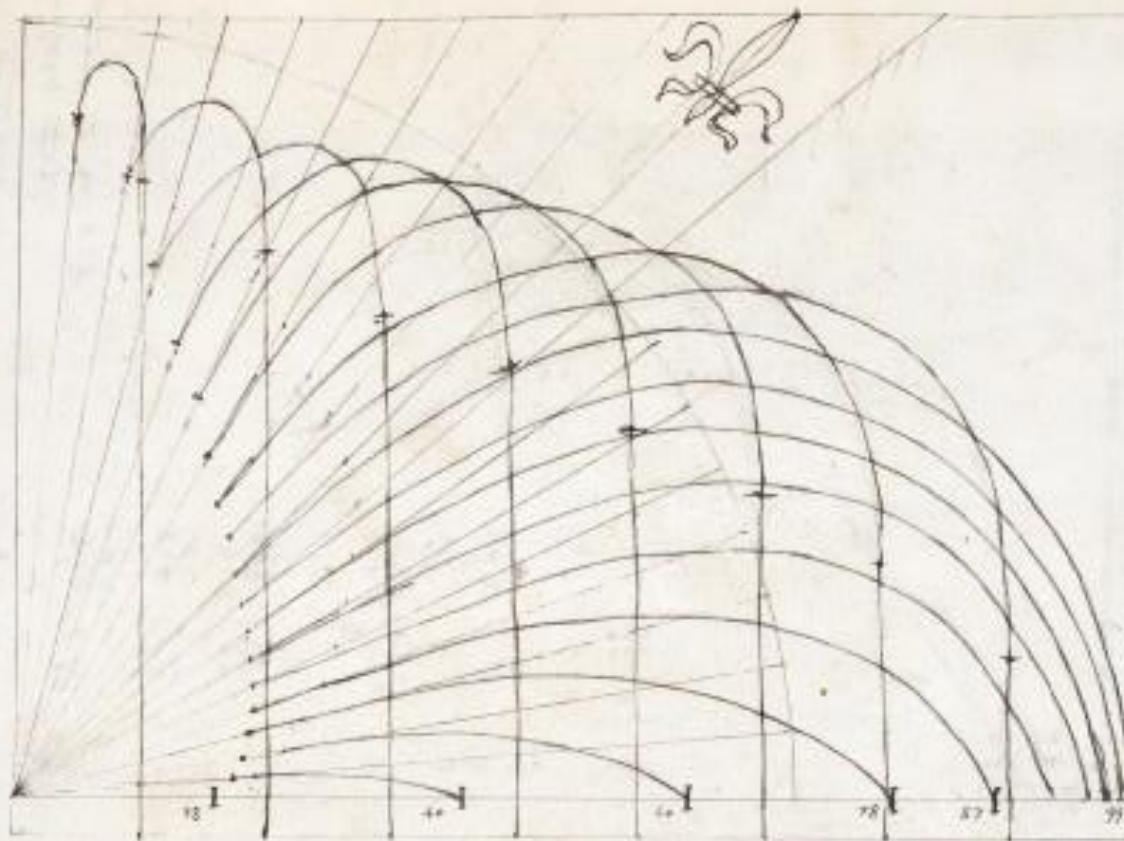
Построение параболической траектории с наклонной осью
(из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. 64r*)



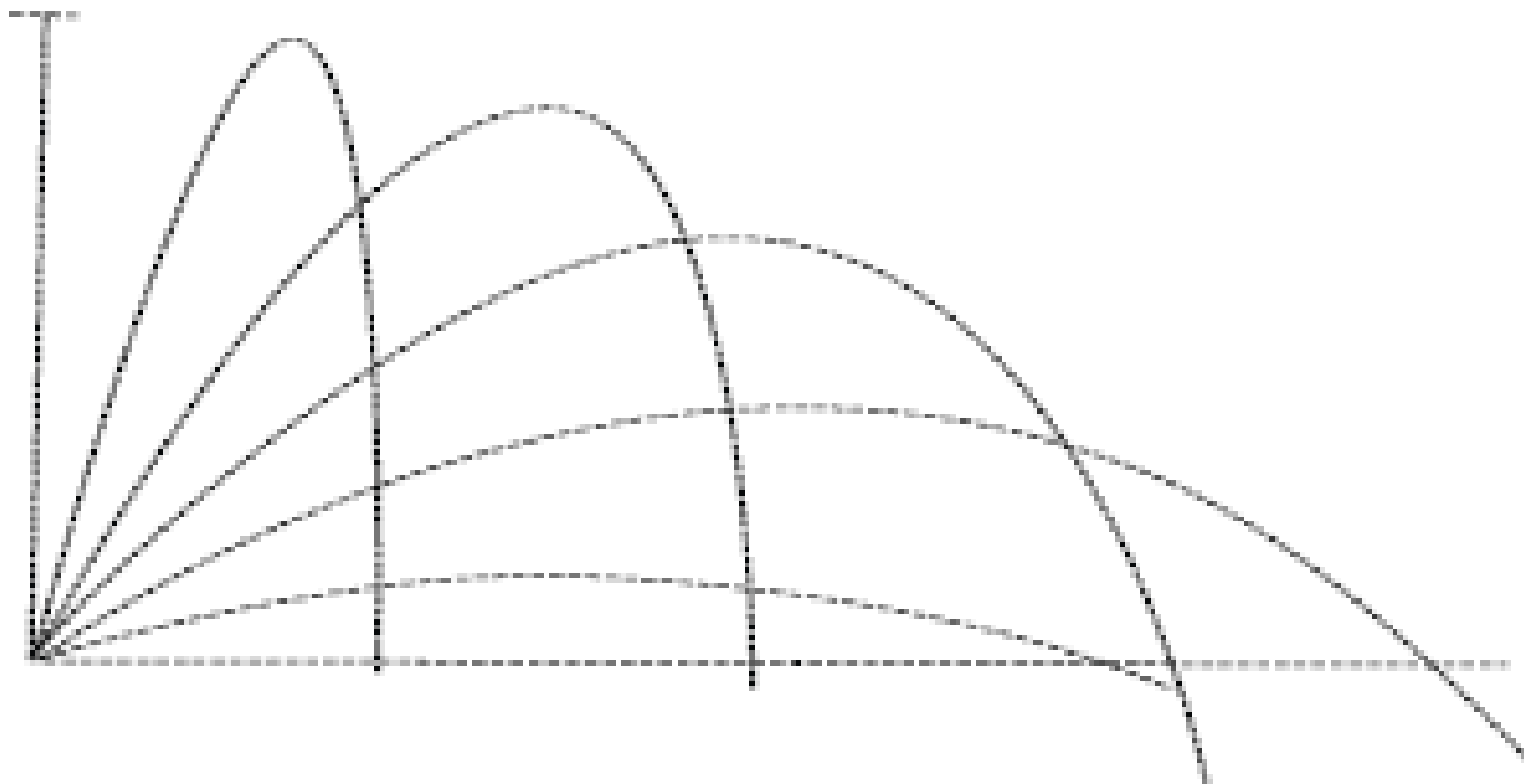
Баллистические траектории Гарриота



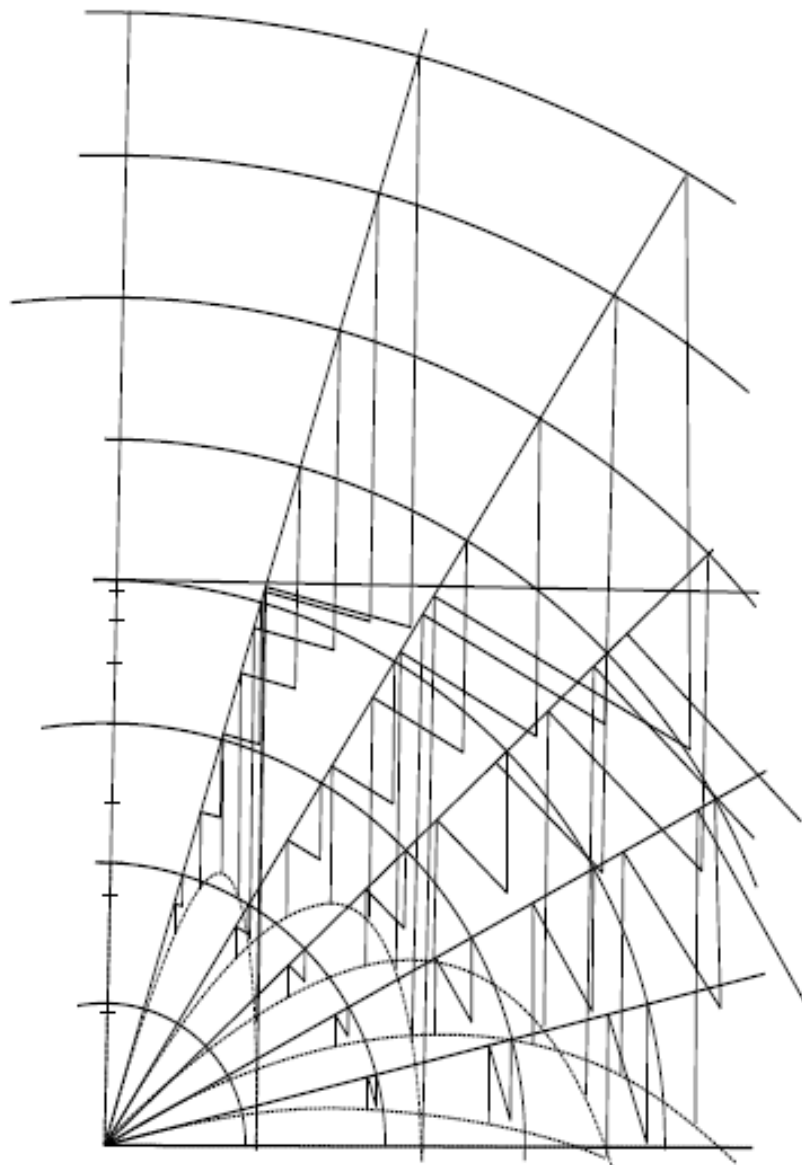
**Баллистические траектории Гарриота
(угол возвышения возрастает с интервалом в 5°)**



**Смещенные параболические траектории при углах возвышения
15°, 30°, 45°, 60° и 75°
(из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789*)**



Вспомогательные линии для построения смещенных параболических траекторий (из рукописи Гарриота)



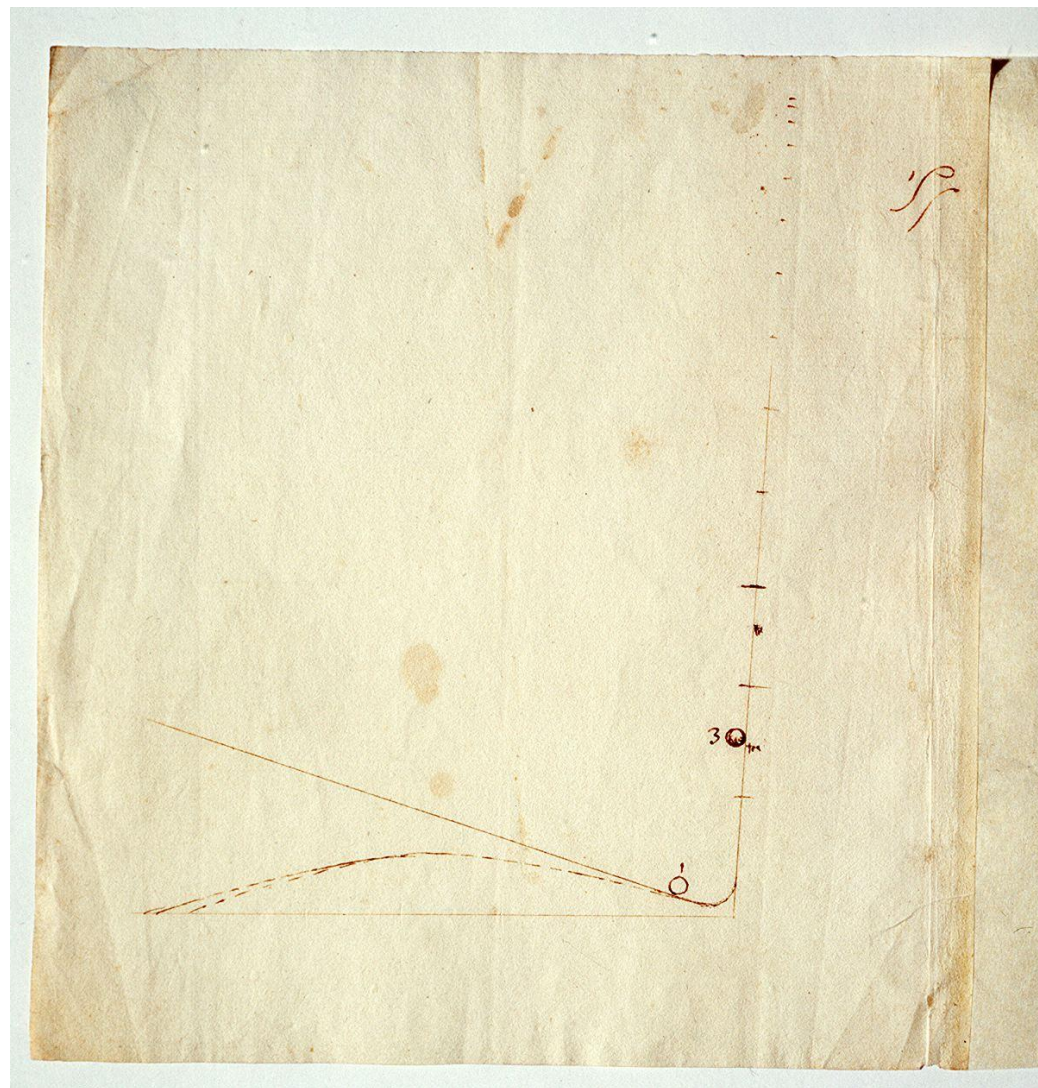
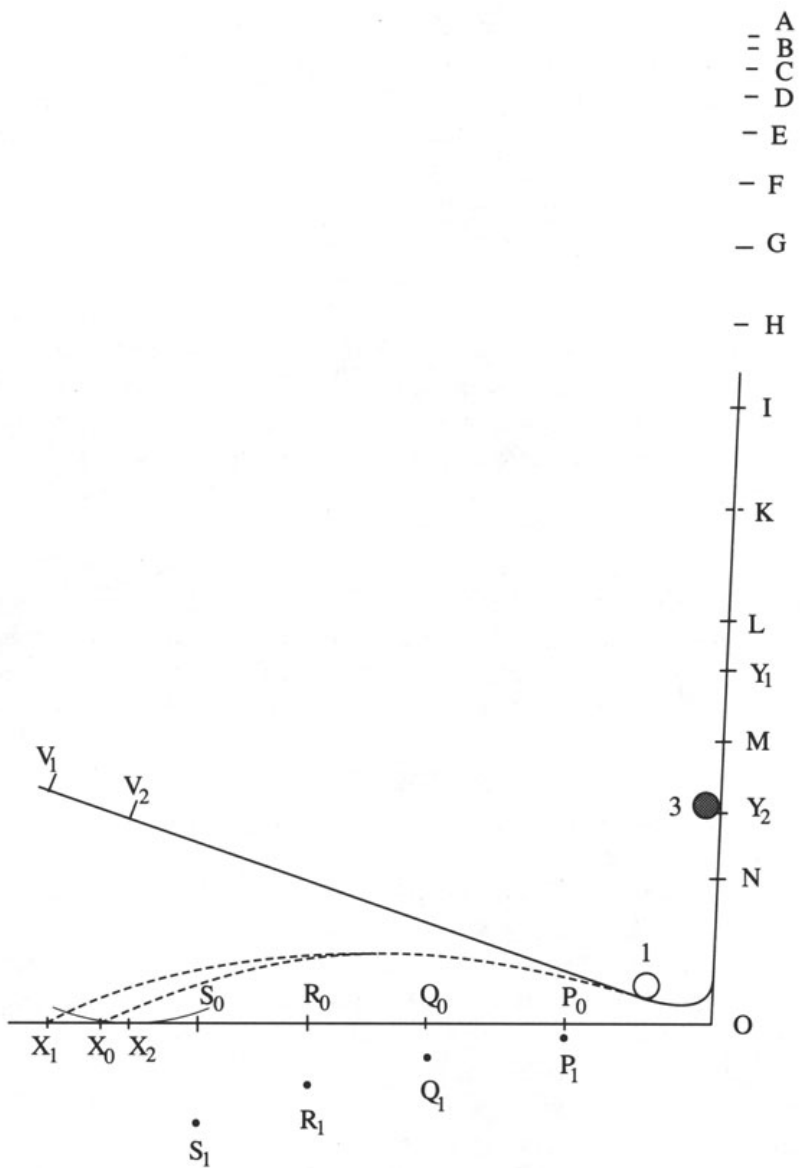
Относительная дальность стрельбы при различных углах возвышения (в % от максимальной дальности, достигаемой при 45°)

Первые три строчки таблицы – данные, взятые из трактатов по практической баллистике XVI в. (Tartaglia, Capobianco, Bourne)

Последняя строчка – теоретические результаты Гарриота

Hausse	0°	5°	7°30'	10°	15°	20°	22°30'	25°	30°	37°30'	45°
Tartaglia	10%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100%
Capobianco	8%	-	42%	-	71%	-	88%	-	95%	99%	100%
Bourne	18%	40%	-	60,5%	79%	88%	-	-	-	100% à 42°	
Fol. 47-48	18%	40%	-	60%	78%	87%	-	93%	97%	98%	100%

Траектория полета шарика. Галилей (Ms. Gal. 72, fol. 175v)



**4. Задача о полете снаряда.
Галилей и его ученики – Б. Кавальери и
Э. Торричелли**

Основные труды Галилея (1564-1642)

Le Opere di Galileo Galilei. — Firenze: G. Barbero Editore, 1929—1939.

Классическое комментированное издание трудов Галилея на языке оригинала (в 20 томах).

Основные работы Галилея по механике содержатся в первых 8 томах:

Том 1. О движении (*De Motu*), около 1590.

Том 2. Механика (*Le Meccaniche*), около 1593.

Том 3. Звездный вестник (*Sidereus Nuncius*), 1610.

Том 4. Рассуждение о телах, плавающих в воде (*Discorso intorno alle cose, che stanno in su l'aqua*), 1612.

Том 5. Письма о солнечных пятнах (*Historia e dimostrazioni intorno alle Macchie Solari*), 1613.

Том 6. Пробирных дел мастер (*Il Saggiatore*), 1623.

Том 7. Диалог о двух системах мира (*Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*), 1632.

Том 8. Беседы и математические доказательства двух новых наук (*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*), 1638.

Рукописные заметки по механике - Codex Ms. Gal. 72 (1602-1637).

Два подхода к истолкования истории открытия параболичности траектории

1. Александр Койре. Согласно Койре (работы 1935-1964), Галилей был, прежде всего, теоретиком. Открытие законов механики, позволивших сделать вывод о параболичности, были результатом его теоретических построений. Ссылки Галилея на проводившиеся им опыты недостоверны. Ключевую роль в создании его теории сыграли не реальные, а мысленные эксперименты. Этот вывод Койре сделал, опираясь, в основном, на печатные работы Галилея.

«*Le De Motu Gravium de Galilée. De l'expérience imaginaire et de son abus* (1960)».

2. С Дрейк. Согласно Дрейку (работы 1972-1993), открытие параболичности и лежащих в ее основе законов механики – результат экспериментальной деятельности Галилея. Реальные эксперименты играли определяющую роль в его творчестве. Вывод получен в результате изучения рукописи Codex Ms. Gal. 72, содержащей многочисленные заметки, посвященные опытам Галилея.

Несмотря на различие в подходах, Койре и Дрейк исходили из общего представления о последовательности открытия: *сначала* Галилей открыл закон свободного падения и инерции, а *затем, опираясь на них*, сделал вывод о параболичности (в 1602-1609). Т.е. в начале он разработал принципы теории, а затем на их основе создал саму теорию.

Третий подход к реконструкции открытия параболичности (Институт истории науки Макса Планка, Берлин)

J. Renn, P. Damerow, S. Rieger, M. Camerota “Hunting the White Elephant. When and How Did Galileo Discover the Law of Fall?” (1998).

1. Ставится под сомнение общепринятая точка зрения на последовательность шагов, приведших к открытию параболичности. Выдвигается тезис, что Галилей пришел к идее параболичности еще в 1592 г. в ходе опытов, проводившихся совместно с Г. дель Монте. К формулировке закона свободного падения и инерции он пришел позднее с целью обоснования параболичности. Помимо теоретического обоснования Галилей искал экспериментального подтверждения параболичности, проводя (реальные) опыты.

2. Сочетание теоретического и экспериментального подходов – характерная черта деятельности так называемых «инженеров-ученых» – практических механиков со склонностью к теоретическим изысканиям, работавших во второй пол. XVI в. Наиболее известные из них – Никколо Тарталья (баллистика, наука о весах), Гвидобальдо дель Монте (теория простых машин).

3. К этой группе «инженеров-ученых» тяготел и Галилей.

Галилей – инженер. Опыт практической механики

1. В 1580-е гг. Галилей учился у математика и инженера Остилио Риччи, ученика Тартальи; тот впоследствии преподавал в Инженерной школе Флоренции (Accademia del Disegno).
2. В Падуе, параллельно с преподаванием в университете, Галилей читал лекции по фортификации, землемерному делу, механике, оптике.
3. Там же он возглавлял мастерскую, в которой изготавливались изобретенные им инструменты. Практически все свои открытия Галилей сделал с использованием созданных им инструментов.
4. В качестве придворного математика (у Медичи) Галилей проводил экспертизу инженерных проектов. На протяжении десятилетий он помимо научной работы занимался решением чисто инженерных проблем – подача воды при помощи насосов, регулировка потока воды в реках, фортификация, кораблестроение и т.д. В 1593-94 гг. Галилей получил патент на устройство по подъему воды.
5. В 1602 г. Галилей планировал написание трактата по практической артиллерии (*Ms. Gal. 72.*)

Вопросы, которые Галилей собирался осветить в трактате по артиллерии

- Особое достоинство артиллерии в сравнении с прочими механическими «инструментами»
 - О ее силе и истоках таковой
 - * – Достигается ли действие большей силы на расстоянии или вблизи?
 - * – Летит ли ядро по прямой линии, если [выпущено] не вертикально?
 - * – Какую линию описывает летящее ядро?
 - О порядке и времени закладывания заряда в пушку
 - Причины, приводящие к выходу пушки из строя и ошибкам в стрельбе
 - Об установке и демонтаже пушки
 - Определение калибра
 - Об определении качества и точности [стрельбы] пушки
 - * – Верно ли, что, чем длиннее пушка, тем дальше она стреляет и почему?
 - * – При каком угле возвышения достигается максимальная дальность выстрела и почему?
 - * – Верно ли, что ядро, возвращаясь вниз по вертикали, обладает той же силой и скоростью, с которой оно было выпущено вверх?
 - Различные [специально] изготовленные ядра и цилиндрические снаряды (lantern) и их использование

Знаком * отмечены вопросы, относящиеся к внешней баллистике.

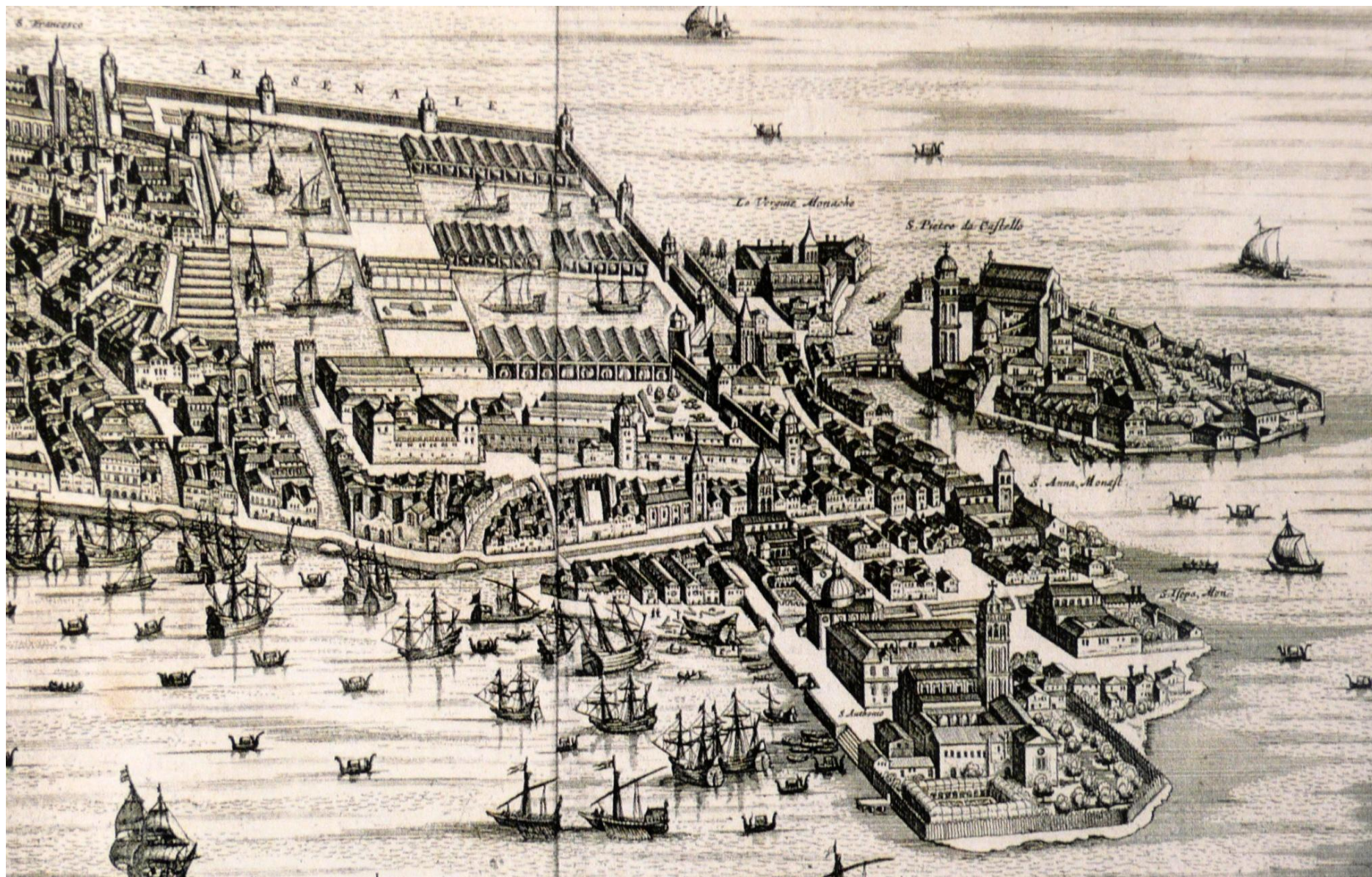
Галилей о Венецианском Арсенале

«Сальвиати. Обширное поле для философствования, думается мне, дает пытливым умам постоянная деятельность вашего знаменитого арсенала, синьоры венецианцы, особенно в области, что требуется для механики, поскольку всякого рода инструменты и машины постоянно применяются здесь большим числом мастеров, из которых многие путем наблюдений над созданиями предшественников и размышления при изготовлении собственных изделий приобрели большие познания и остроту рассуждения.

Сагрето. Вы нисколько не ошибаетесь, синьор. Я, будучи по природе любознательным, часто ради удовольствия посещаю это место, наблюдая за деятельностью тех, которых по причине их превосходства над остальными рабочими мы называем мастерами; беседы с ними не один раз помогли мне разобраться в причинах явлений не только чудесных, но и казавшихся сперва совершенно невероятными.»

Галилей. «Беседы и математические доказательства двух новых наук» (1638).
День 1.

Венецианский Арсенал в XVII в.
Гравюра картографа Яна Блау (издание 1724 г.)



Венецианский Арсенал (XIV в.)

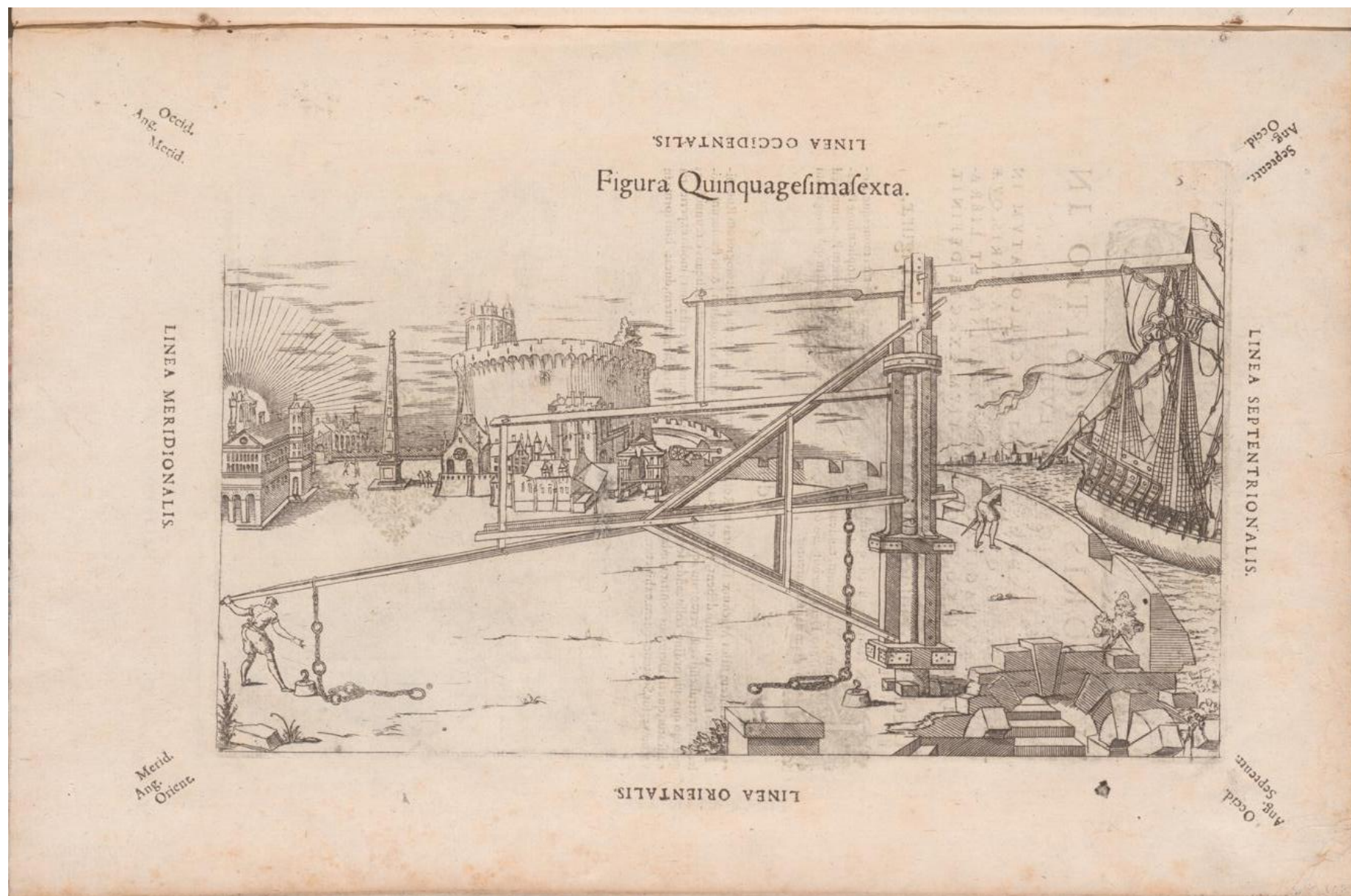
«И как в венецианском арсенале
Кипит зимой тягучая смола,
Чтоб мазать струги, те, что обветшали,

И все справляют зимние дела:
Тот ладит вёсла, этот забивает
Щель в кузове, которая текла;

Кто чинит нос, а кто корму клепает;
Кто трудится, чтоб сделать новый струг;
Кто снасти вьёт, кто паруса латает...»

Данте «Божественная комедия»
(21-я песнь «Ада»)

**Подъемный механизм. Воспроизводит схему рычагов, лежащую в основе
степенного полиспаста. Механизм снабжен противовесом.
Jacques Besson. Theatrum instrumentorum et machinarum (1578)**



Эксперимент в физике. Математизация движения.

1. Эксперимент в физике состоит в преобразовании природного процесса, параметры которого не поддаются количественной оценке, в сходный с ним искусственный (технический) процесс, количественные параметры которого могут быть «считаны» с соответствующих приборов. Сопоставление результатов эксперимента с теоретически предсказанными значениями параметров позволяет решить вопрос о верификации/фальсификации естественнонаучной гипотезы.

2. Галилею приписывают афоризм «Следует измерять то, что измеримо, и делать измеримым то, что таковым не является».

Афоризм точно выражает идею, лежащую в основе физического эксперимента, однако в работах самого Галилея этих слов нет. Впервые высказывание со ссылкой на авторство Галилея появляется в сер. XIX в.

«Настоящая физика была основана в тот день, когда Галилей, отвергнув бесплодные фантазии предшественников, пришел к мысли о необходимости подвергнуть природу испытанию; опираясь на понятие меры, в исследовании природы он поставил во главу угла все то, что доступно измерению».

Антуан-Огюстен Курно (1847)

Эксперимент в науке и эксперимент в технике

1. Идея научного эксперимента в естествознании – новшество XVII в.

Теоретические представления о природе создавались в рамках натурфилософии со времен античности. Но целенаправленное экспериментирование с целью проверки положений теории положений начинается только в эпоху Научной революции.

2. Вопрос: в чем причина этой перемены? В частности, почему преобразование природного феномена в технический стало законным способом верификации естественнонаучных теорий?

3. Ближайшим аналогом научного эксперимента является технический эксперимент, с незапамятных времен практиковавшийся при создании новых средств труда – инструментов и механизмов.

4. Основной тезис: эксперимент в практической механике – источник идеи экспериментирования в теоретической механике.

5. Расцвет практической механики в XVI в. Теоретическое осмысление новых машин и техническое экспериментирование.

Параболическая траектория брошенного тела
Галилей, «Беседы и математические доказательства» (1638)
день 4-ый

1. В «Беседах» отсутствует теорема о параболичности для общего случая, когда снаряд выпущен под произвольным углом возвышения.
2. Галилей доказывает теорему о параболичности только для случая горизонтального выстрела (теорема 1, предложение 1). В его доказательстве используются три «предшественника» законов классической механики: закон инерции, закон квадратичной зависимости пути от времени при свободном падении и правило параллелограмма. Но только закон квадратичной зависимости пути от времени носит абсолютный характер. Два других ограничены горизонтальной стрельбой.
3. Согласно Галилею, перемещение снаряда по линии действия импетуса равномерно только в случае горизонтальной стрельбы.
4. Строго говоря, принцип инерции Галилей сформулировал для движения не по горизонтали, а по окружности, центр которой совпадает с центром Земли (принцип круговой инерции).

Параболическая траектория брошенного тела «Беседы и математические доказательства» (1638)

«Но движение по горизонтальной линии, у которой нет ни наклона, ни подъема, есть круговое движение вокруг центра» (Диалог, с. 195; р. 42)

«В самом деле, если невозможно, чтобы тяжелое тело ... поднялось само по себе вверх, удаляясь от общего центра, к которому стремятся все тяжелые тела, то одинаково невозможно, чтобы оно само по себе стало двигаться, если его собственный центр тяжести не приближается при этом к общему центру; поэтому, пребывая на *горизонтальной плоскости, представляющей собой поверхность, всюду равноудаленную от общего центра тяжести и потому совершенно лишенную наклона*, тело не будет иметь никакого импульса или момента». (День 3, с. 255-6)

“... sopra l’orizontale, che qui s’intende per una superficie egualmente lontana dal medesimo centro, e perciò afatto priva d’inclinazione...” – «... на горизонтальной [плоскости], что в данном случае означает “на поверхности, всюду равноудаленной от этого центра ...”» (Ed. Naz. Vol. VIII, p. 215).

5. Закон параллелограмма движений выполняется только в отношении стрельбы в «горизонтальном» направлении. Только в этом случае полет снаряда представляется в виде композиции двух *независимых* перемещений – движения по окружности, центр которой совпадает с центром Земли, и свободного падения по вертикали (задача 1, пред. 4).

Галилей о траектории снаряда при произвольном угле возвышения орудия (при положительном угле бросания)

1. Сначала Галилей рассматривает случай горизонтальной стрельбы и доказывает для него теорему о параболичности траектории. Из этой теоремы он выводит ряд свойств движения снаряда по нисходящей ветви параболы.

2. Затем Галилей рассматривает случай стрельбы под положительным углом к горизонту. Без каких-либо пояснений (как будто речь идет о самоочевидном факте) он использует свойства, характеризующие полет снаряда, выпущенного горизонтально. Галилей исходит из того, что траектория полета состоит из двух симметричных ветвей, каждая из которых является полупараболой. При этом обе они совпадают с полупараболой, описываемой снарядом, выпущенным в горизонтальном направлении из верхней точки траектории.

3. «Постулат» о тождестве ветвей Галилей использует в доказательстве теоремы о том, что максимальная дальность стрельбы («амплитуда параболы») достигается при угле возвышения в 45° (следствие к теореме 4, предложение 7).

На этот «постулат» опирается также доказательство теоремы о равенстве «амплитуд парабол» при стрельбе под углами, «отклоняющимися на одну и ту же величину в ту или другую сторону от половины прямого» (теорема 5, предложение 8) .

Крика современниками тезиса Галилея о параболичности траектории при произвольном угле возвышения

1. Р. Декарт об отсутствии оснований для отождествления *восходящей* ветви при положительном угле возвышения и *нисходящей* ветви при горизонтальной стрельбе.

Согласно Декарту, Галилей неявным образом использовал утверждение, которое требовалось доказать (Письмо М. Мерсенну).

2. Э. Торричелли о пробеле в рассуждениях Галилея:

«Когда линия стрельбы не горизонтальна, но идет вверх или вниз, траекторией брошенного тела будет некоторая кривая линия ... Однако, вывод о том, что эта линия будет параболой и, тем более, [той] параболой, которую описывает тело, брошенное из вершины в горизонтальном направлении, является в большей степени желаемым, чем доказанным (*hactenus desideratur magis, quam probatur*).»

Е. Torricelli, Opera geometrica (1664). «О полете брошенного тела».

Крика современниками теории движения Галилея

Декарт и Роберваль

1. Р. Декарт о квадратичном законе свободного падения Галилея:

«Если допустить, что он (этот закон) верен, то можно очень легко показать, что брошенные тела летят по параболе; если же он ложен, то полученный им (Галилеем) вывод может быть весьма далек от истины».

(Из письма Мерсенну)

2. М. Мерсенн сообщает Торричелли:

«Ни Роберваль, ни Декарт [так и] не смогли поверить в истинность одного из основных утверждений Галилея, а именно, что тела, выходящие из состояния покоя, проходят все ступени медленности, а не начинают двигаться [сразу] с некоторой скоростью. Если вам есть, что сказать в подтверждение этого основного утверждения, сообщите нам.»

(Из письма к Торричелли, февраль 1645).

Крика современниками теории движения Галилея (Мерсенн)

«Выбрав высоту в пять футов, мы взяли плоскую поверхность, вырезали в ней канавку, отполировали ее, чтобы, придавая разные углы наклона, пускать вдоль нее очень круглые шарики из свинца и дерева. ... Мы пускали их из разных мест под разными углами наклона; одновременно другой шарик того же размера и веса [свободно] падал [вниз] в воздухе с высоты пяти футов; при этом мы обнаружили, что за то время, что шарик падает с высоты пяти футов, тот же шарик «падает» вдоль плоскости, наклоненной под углом в пятнадцать градусов, лишь на один фут, в то время, как он должен был бы «упасть» на шестнадцать дюймов.»

Mersenne M., Harmonie universelle (1636-1637), I («Traitez de la nature des sons, et des mouvemens de toutes sortes de Corps») p. 111

Критика Ж. П. де Робервалем закона свободного падения Галилея

«Относительно предположения, которое ты сделал (вместе с Галилеем), а именно, что тяжелое тело, подброшенное вверх, ... в момент падения в ту точку, из которой оно было выпущено, имеет тот же градус импетуса, который был им получен от бросающего (и благодаря которому тело достигло определенной высоты); я говорю, что это весьма далеко от истины: на основе экспериментов, повторенных несколько раз, я смею утверждать, что импетус тела, запущенного [вверх] при помощи лука или баллисты, более чем в четыре раза превышает его импетус в момент падения. И это также подтвердил знаменитый опыт, специально проведенный в Голландии: ядро, выпущенное из пушки вертикально вверх, [достигнув земли] входило в нее на весьма малое расстояние, которое было даже в половину меньше, чем при выстреле в упор. Более того, что бы ни говорили многие из тех, кто, без сомнения, либо никогда не проводил опытов, либо делал их небрежно, время подъема стрел, выпущенных из луков и баллист, значительно короче, нежели время их спуска, что я много раз наблюдал. [Соппротивление] воздуха здесь не имеет никакого значения, ибо воздух присутствует как при движении вверх, так и при движении вниз.»

(из письма к Торричелли).

Критика Робервалем принципа инерции

Допуская, что в отсутствии тяжести снаряд продолжает прямолинейное движение, Роберваль не признает, что он при этом движется равномерно:

«Откуда взялось это [утверждение]? На самом деле, наблюдение за всеми видами полета брошенных тел постоянно опровергает его. Причина в том, что ... движению препятствует воздух, сопротивление которого заметно снижает скорость полета. Если кто-то скажет, что (в данном случае) влияние воздуха не учитывается, то зачем тогда надо было составлять таблицы? Зачем надо было вводить это новое правило управления артиллерийскими орудиями? Очевидно, что все это было сделано ради практического действия, которое производится в воздухе ... или в воде (где мы еще больше отклоняемся от закона [инерции]).

Даже если предположить, что существует среда, являющаяся абсолютно текучей и проницаемой (что является выдумкой), то кто сможет доказать, что даже в ней насильственный импетус не «понесет ущерба», но всегда останется равным самому себе? Такое могло бы произойти [только], если импетус был бы [акциденцией, а] субстанцией, которая не может ни погибнуть, ни уничтожить себя ...»

(из письма к Торричелли).

Вопрос об истоках представления о тождестве двух ветвей

В основе представления Галилея о тождестве восходящей и нисходящей ветвей траектории лежали соображений симметрии. Галилей исходил из тезиса о том, что траектория полета снаряда при положительном угле возвышения должна быть симметричной относительно вертикальной оси.

Каковы истоки этого представления?

Остроту вопросу придает следующее обстоятельство. Опыт артиллерийской стрельбы говорит о том, что ветви реальной баллистической траектории не симметричны: ее восходящая ветвь всегда является более полой, а нисходящая – крутой. Это обстоятельство было хорошо известно практическим артиллеристам во времена Галилея. С ним хорошо согласуется стандартная модель трехчастной траектории.

Современная баллистика в качестве причины смещения траектории в направлении выстрела указывает на сопротивление воздуха. Баллистика времен Галилея точной причины не знала. С ее точки зрения, к смещению вершины могли приводить действия других факторов. Какие, было непонятно.

Аналогия между траекторией полета и цепной линией

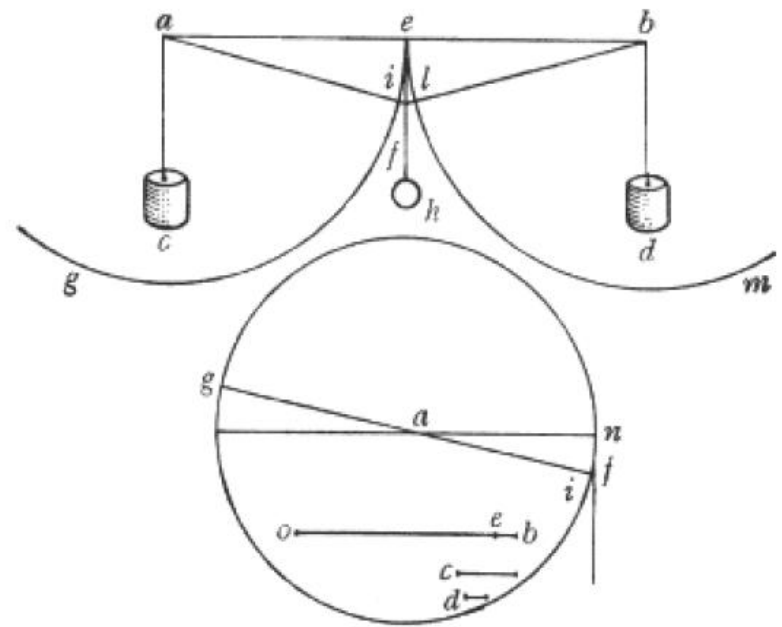
При изучении траектории брошенного тела Галилей опирался на аналогию с висящей цепочкой. Он полагал, что цепная линия является параболой. Идея использования цепочки в качестве модели зародилась у него в самом начале творческого пути. Основанием служило представление о структурном подобии действия пары сил: на летящий снаряд — импетуса и тяжести, на звенья цепочки — упругой силы и тяжести. Судя по рукописи *Codex Ms. Gal. 72*, Галилей неоднократно возвращался к этой идее. До последних дней он верил в тождество баллистической траектории и цепной линии.

Конец 4-го дня «Бесед и математических доказательств» (1638): «Симпличио. Может быть, синьор Сальвиати теперь пояснит нам, согласно **данному обещанию**, какую пользу можно извлечь из упомянутой цепочки...».

Речь идет, скорее всего, о корректном доказательстве параболичности траектории, опирающемся на *аналогию* с провисающей цепочкой, над которым Галилей размышлял всю жизнь.

Аналогия между траекторией полета и цепной линией

«Кривизна линии, описываемой горизонтально брошенным телом, обуславливается двумя силами, из коих одна (сила бросившего) двигает его в горизонтальном направлении, а другая (т.е. его собственная тяжесть) тянет его вниз. При натяжении каната также имеются силы, натягивающие канат горизонтально, и его собственный вес, естественно влекущий его вниз. Таким образом, эти два явления имеют между собой много общего. И если вы признаете, что вес каната обладает достаточной мощностью и энергией, чтобы не только противостоять любой огромной силе, стремящейся выпрямить канат, но и преодолеть ее, то почему вы склонны отрицать наличие их у веса снаряда? Скажу вам более: мы должны ... констатировать, что канат, натянутый в большей или меньшей степени, располагается по линии, весьма близкой к параболе.»



Бонавентура Кавальери (1598-1647)

Основные сочинения:

«Зажигательное зеркало или трактат о конических сечениях» (1632).

В этой работе дано первое доказательство параболичности траектории полета.

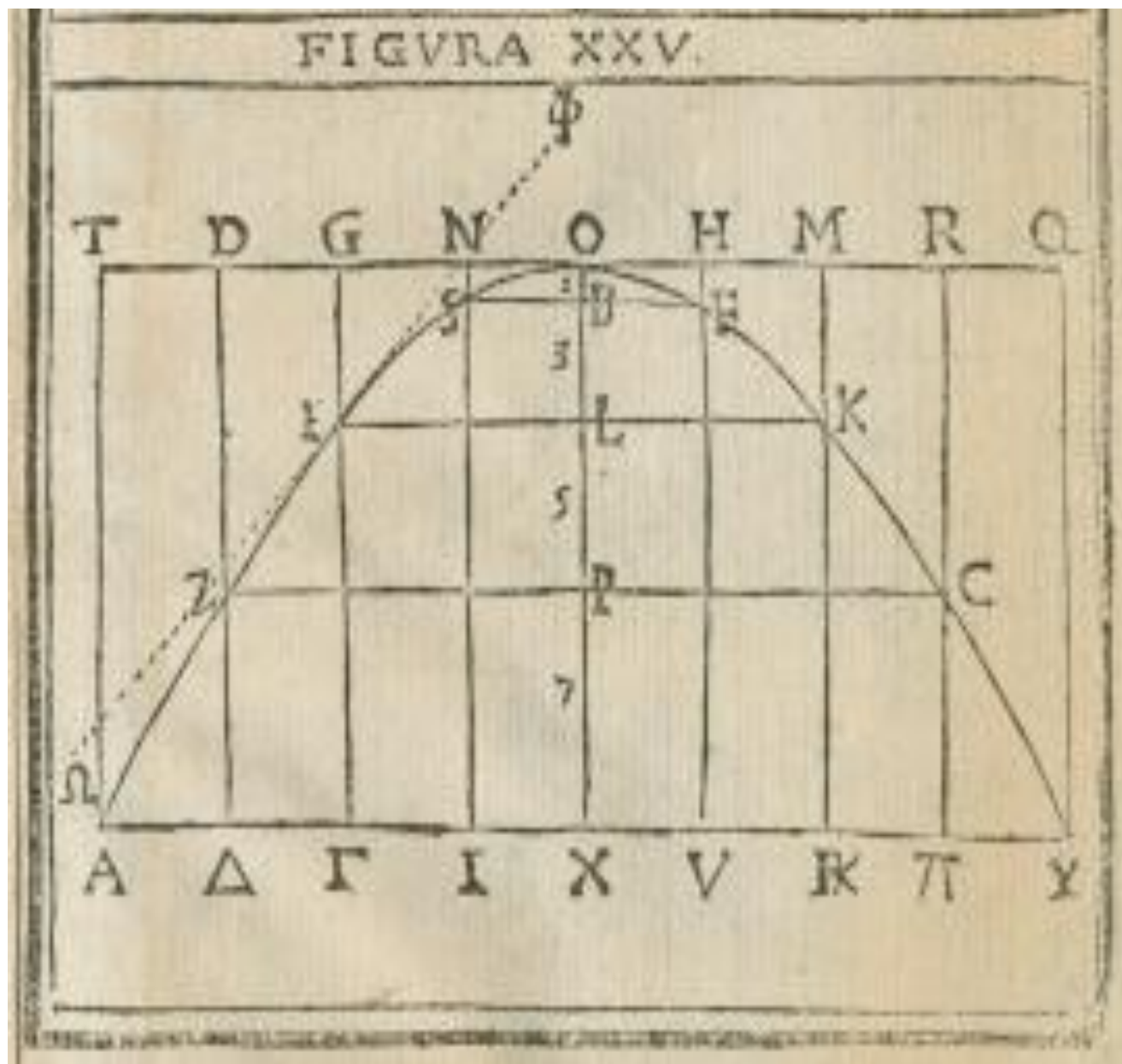
«Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых непрерывного» (1636)

Русский перевод со вступительной статьей и примечаниями С. Я. Лурье. М.—Л., 1940

«Шесть геометрических упражнений» (1647)



Параболическая траектория полета снаряда
Б. Кавальери «Зажигательное зеркало» (Lo specchio ustorio, 1632)



Законы движения, лежащие в основе вывода Кавальери

С формальной точки зрения достижения Галилея и Кавальери идентичны: оба доказали теорему о параболичности только для случая стрельбы в горизонтальном направлении.

Но при этом позиция Кавальери является более «прогрессивной» (с точки зрения классической механики).

А именно:

1. Он сформулировал принцип инерции в прямолинейной, а не в круговой форме.
2. Согласно Кавальери, перемещение снаряда в направлении импетуса является равномерным при любом угле возвышения.
3. По Кавальери, равномерное перемещение в направлении импетуса и равноускоренное перемещение к центру Земли *независимы* при *любом* угле возвышения.

Проблема обоснования параболической траектории в общем случае (при ненулевом угле возвышения) у Кавальери

1. В распоряжении у Кавальери были все необходимые предпосылки (постулаты) для доказательства параболичности траектории в общем случае. Однако, исходя из цели трактата, посвященного «чудесным» свойствам конических сечений и их применению на практике, он ограничился доказательством параболичности в случае горизонтальной стрельбы.
2. По завершении доказательства Кавальери замечает, что при помощи дополнительного построения теорема о параболичности может быть доказана для произвольного угла возвышения.
3. С этой целью на чертеже, иллюстрирующем доказательство для горизонтального случая, он проводит наклонную касательную к параболе в направлении линии стрельбы.
4. Далее он отмечает, что выпущенный под углом снаряд полетит вверх по параболической траектории, совпадающей с траекторией полета при горизонтальном выстреле, но в противоположном направлении.
5. Точного доказательства у Кавальери нет.

Э. Торричелли «О движении брошенного тела» (1644)

Первое корректное доказательство параболичности при произвольном угле
возвышения

$$HO = OI = IN = NF = FS = SV$$

$$LC = 1, ID = 4, ME = 9, BF = 16, PR = 25, QT = 36$$

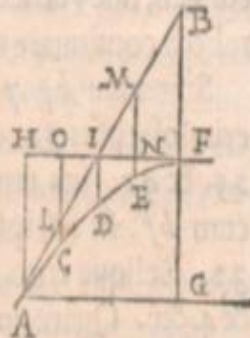
Liber Secundus.

157

PROPOSITIO III.

Linea curua, quæ describitur à mobili secundum quamlibet elevationem proiecto, parabola est, & prorsus eadem, quam describeret mobile si cum horizontali impetu proiceretur à vertice eiusdem lineæ curvæ.

Sit linea projectionis directiva ab . utcumq; eleuata, & linea curua $acde$, cuius sublimius punctum sit f . Ducatur perpendicularum bfg . & erunt per præcedentia æquales bf, fg . Ducatur horizontalis fb , & perpendicularis ah , erunt iterum æquales fi, ib , & ai, ib . Diuidatur a b . in quocumq; partes æquales al, li, im



Sumantur bp, pq . ipsi bm æquales; erit descensus pr . quinq; temporum ut 25. & qs . sex temporum ut 36. Sed cum bf . sit 16, ipsa pf . est 24. & qn 32. Reliquæ ergo fr, us , sunt ut unum & 4. &c. Quare puncta f, r, s . per quæ incedit mobile sunt in eadem continuata parabola in qua sunt e , & f .

Linea etiam curua, quæ describitur à mobili secundum quamlibet directionem deorsum proiecto, parabola est, & eadem prorsus quam describeret mobile si horizontaliter concitatum à vertice ipsius proiceretur.

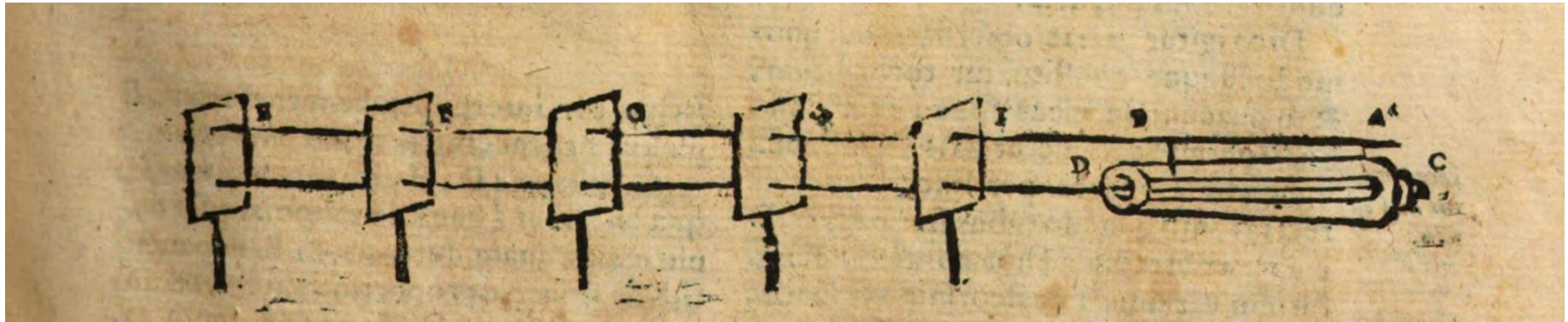


Бомбарда и экраны для отслеживания траектории полета снаряда

Niccolo Cabeo, *In quatuor libros Meteorologicorum Aristotelis commentaria* (1646),
Lib. 3, p. 41.

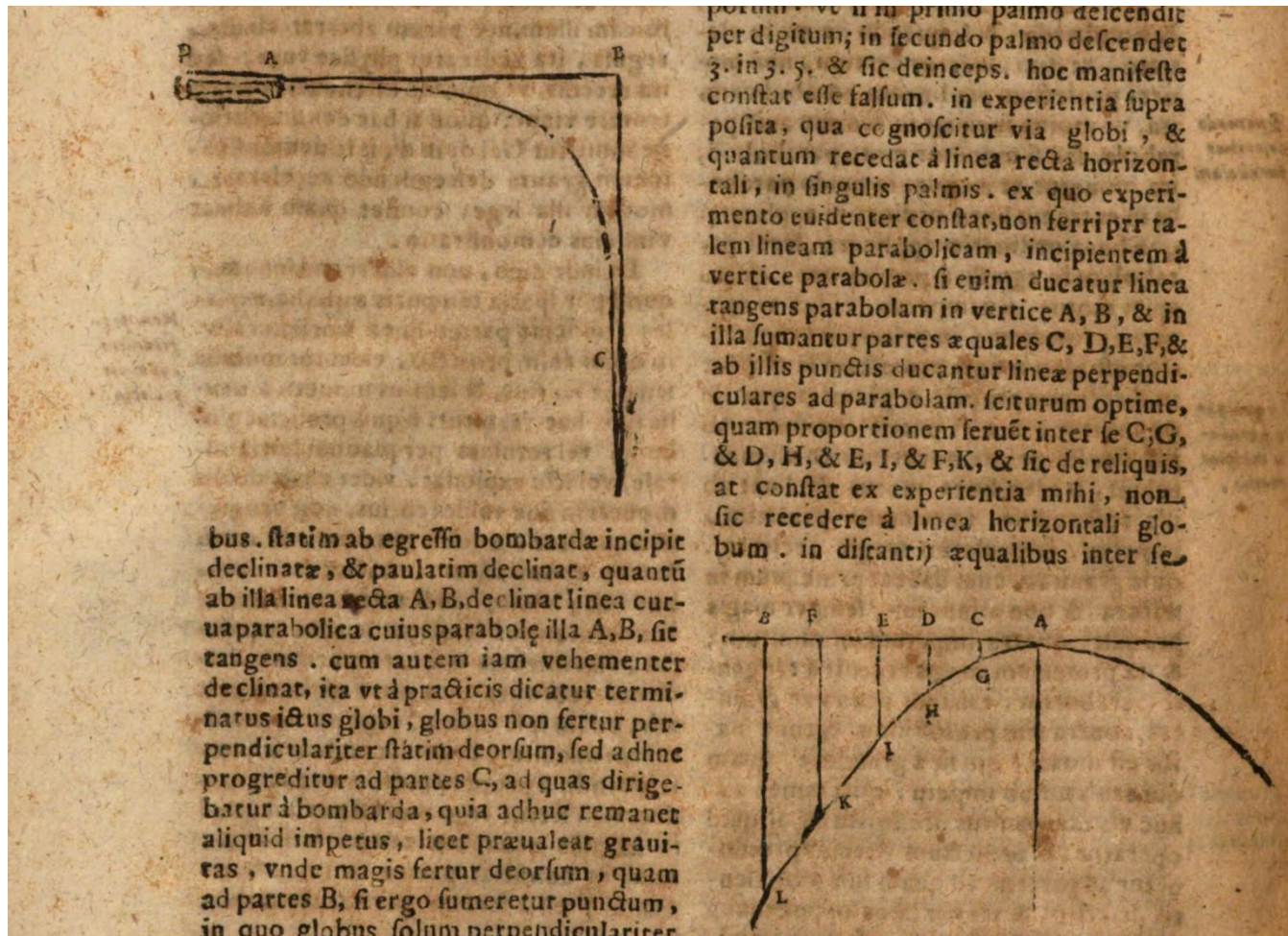
Вопрос 9. О пути ядра, выпущенного из бомбарды в произвольном направлении,
и о том, какую линию оно описывает

Bombarda sive sclopus (мушкет, ручная бомбарда)

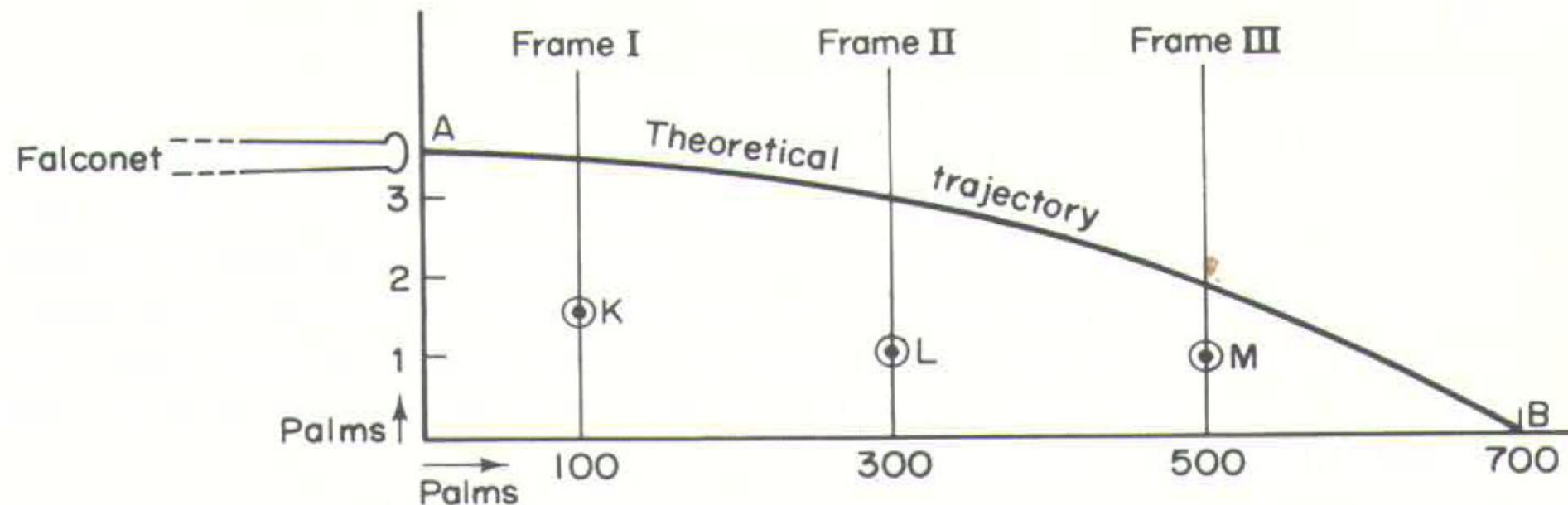


**Niccolo Cabeo, In quatuor libros Meteorologicorum Aristotelis commentaria (1646),
Lib. 3, p. 48.**

Вопрос 9. О траектории ядра, выпущенного из бомбарды в произвольном направлении, и о том, какую линию оно описывает



«Ваша книга о полете снарядов, свидетельствующая о Вашем весьма остром уме, достигла Генуи и дала возможность нашим гражданам провести ряд экспериментов с разного рода стрелковыми орудиями; я был удивлен тем, что столь *хорошо* обоснованная теория так *плохо* работает на практике». (Письмо Дж.Б. Реньери к Торричелли от 2.08.1647)



Торричелли о законах движения и параболической траектории

«При написании этой книжечки о движении я не имел намерения утверждать что-либо, выходящее за рамки гипотез (*ex hypothesi*). Этим мой подход отличается от точки зрения тех, кто считает истинными два хорошо известных предположения (*suppositioni*): а именно, что расстояния, проходимые при падении в равные промежутки времени, находятся в отношении нечетных чисел к единице, и что расстояния, проходимые горизонтально в равные промежутки времени, равны между собой».

Ответ Торричелли Дж. Б. Реньери

«Мне совсем неважно, являются ли принципы учения *de motu* истинными или ложными. Ибо, если они не истинны, мы можем действовать так, как будто бы они ... истинны, а затем оценивать все остальные рассуждения, выведенные из этих принципов, не как «смешанные» (т.е. принадлежащие смешанным наукам – *scientiae mixtae* – Е.З.), а как чисто геометрические. Я делаю вид, то есть, предполагаю, что тело или точка движется вверх или вниз в соответствии с известной пропорцией и что в горизонтальном направлении она движется равномерно. Если это так, то я говорю, что все будет происходить именно так, как сказал Галилей, а вслед за ним, и я.

Если же движения свинцового, железного или каменного шара не соответствуют этим предположениям, то все нарушается, и мы скажем, что такие движения мы не рассматриваем.»

Из письма Торричелли Микеланджело Риччи (10.02.1646)

О противоречивом характере высказываний Торричелли по вопросам баллистики

А.Р. Холл: «У читателя трактата Торричелли *De motu* возникает естественное предположение, что, когда он пишет об артиллерийских орудиях, то имеет в виду настоящие пушки и ружья и что в таблицах, в которых приведены расстояния, выраженные в шагах, приведены параметры реальных баллистических траекторий, а не геометрических линий на картинках, и что при конструировании стрелкового квадранта он рассчитывает на его использование в стволах реальных орудий.»

A.R. Hall, *Ballistics in the 17th Century*. Cambridge, 1952 (p. 98-99)

Основной текст “*De motu*” Торричелли написан на латыни, языке философов; однако, замечания, касающиеся практической баллистики, сделаны по-итальянски, чтобы простые артиллеристы могли его понять. Письма, в которых обсуждаются вопросы практики стрельб, также написаны по-итальянски.

Выводы: Внешняя баллистика в XVII веке

У баллистики в этот период отсутствовала необходимая экспериментальная основа. Уровень инженерных технологий не позволял создать научную теорию стрельбы.

Технологические факторы, которые делали оружие XVII века непригодными для экспериментирования:

Стволы орудий часто имели неправильную форму, которая к тому же изменялась при нагревании.

Цапфы не всегда были симметричными относительно оси орудия.

В момент выстрела вследствие толчка изменялся угол возвышения орудия.

При выстрелах использовалось разное количество пороха, поэтому, сила, выталкивавшая снаряд из жерла пушки, и, как следствие, его начальная скорость варьировалась.

Ядра были разной плотности, а также различались по форме.

Не могли быть приняты во внимание атмосферные факторы: давление воздуха, его влажность и т.д., существенно влияющие на траекторию и дальность полета.

Вывод: в баллистике XVII века ключевую роль продолжал играть личный опыт канонира.