

Утверждена Советом механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

«___» _____ 20__ г.

Председатель Совета
профессор

_____ В.Н.Чубариков

Представлена кафедрой гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В.Ломоносова

«___» _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой гидромеханики
профессор

_____ В.П.Карликов

ПРОГРАММА
экзамена по смежной специальности
01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»
для аспирантов кафедры гидромеханики

Автор проекта
профессор _____ Е.И.Свешникова

1. Механика и термодинамика деформируемого твердого тела

Тензор деформации Коши–Грина и тензор деформации Альманси. Геометрический смысл их компонент. Условия совместности деформаций.

Напряженное состояние. Тензоры напряжений Коши и Пиолы–Кирхгофа. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса и энергии.

Термодинамические параметры состояния. Первый и второй законы термодинамики. Тождество Гиббса. Термодинамические потенциалы состояния. Общие формы определяющих соотношений механики сплошных сред.

2. Теория упругости

Модель упругого тела. Термодинамические потенциалы: внутренняя энергия и свободная энергия деформации. Обратимость непрерывных процессов деформирования. Представление компонент тензоров напряжения Коши и Пиолы–Кирхгофа через термодинамические потенциалы.

Линейно упругое тело. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами–Мичелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана. Теорема единственности. Уравнения термоупругости.

Система уравнений нелинейной теории упругости в лагранжевых координатах начального состояния. Граничные условия.

Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей линейной среды. Частные случаи анизотропии: трансверсально изотропное и ортотропное упругое тело. Упругие модули изотропного тела.

Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности.

Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор Грина. Граничные интегральные представления напряжений и перемещений. Формула Соммильяны. Общие представления решений уравнений теории упругости: представление Кельвина, представление Галеркина и представление Папковича–Нейбера. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска). Касательная нагрузка на границе полупространства (задача Черрути).

Плоское напряженное и плоское деформированное состояние. Плоская задача теории упругости. Метод комплексных потенциалов Колосова–Мусхелишвили. Комплексное представление напряжений и перемещений.

Теория тонких упругих пластин и оболочек. Основные гипотезы. Полная система уравнений теории пластин и оболочек. Граничные условия.

Динамические задачи теории упругости. Линейные волны в неограниченной изотропной и анизотропной упругих средах. Плоские гармонические волны. Поверхностные волны Рэлея. Волны Лява.

Нелинейные волны в изотропной упругой среде. Волны Римана и ударные волны в слабонелинейной упругой среде.

3. Теория пластичности

Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации. Идеальная пластичность.

Идеальное упругопластическое тело. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Пространство главных напряжений.

Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жесткопластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения.

Законы связи между напряженным и деформированным состояниями в теории течения. Принцип Мизеса. Постулат Друкера. Ассоциированный закон пластического течения. Уравнения Прандтля–Рейса.

4. Теория вязкоупругости и ползучести

Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Время релаксации. Время запаздывания.

Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Непрерывные ядра и ядра со слабой особенностью. Термодинамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации.

Литература

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды: В 2-х томах. М.: Наука, 1983, 1984.
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988
3. Бленд Д. Нелинейная динамическая теория упругости. М.: Мир, 1972.
4. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во МГУ, 1979.
5. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
6. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости. М.: Мир, 1974.

ПРОГРАММА
кандидатского экзамена по специальности
01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела»
по физико-математическим наукам

2 часть

1. Определения тонкого тела и тонкой области. Новая параметризация области тонкого тела (НПОТТ). Векторное параметрическое уравнение области тонкого тела. Различные семейства базисов и порожденные ими соответствующие семейства параметризации.

2. Различные семейства компонент единичного тензора второго ранга (ЕТВР), а также дискриминантного тензора и изотропных тензоров четвертого ранга. Представления этих тензоров. Компоненты переноса ЕТВР. Ковариантная производная от компонент тензоров при рассматриваемых параметризациях. Связи между различными семействами параметризации области ТТ.

3. Полиномы Лежандра. Производящая функция. Основные рекуррентные соотношения. Дополнительные рекуррентные соотношения. Формула Родрига. Уравнение полиномов Лежандра. Интегральная формула. Норма полиномов Лежандра. Ортогональность, полнота и замкнутость системы полиномов Лежандра. Ограниченность полиномов Лежандра. Присоединенные функции. Уравнения присоединенных функций. Дифференциальная формула. Норма присоединенных функций.

4. Полиномы Чебышева первого и второго рода. Производящая функция. Основные рекуррентные соотношения. Дополнительные рекуррентные соотношения.

5. Теорема Вейерштрасса о возможности равномерной аппроксимации непрерывной функции при помощи полиномов. Теоремы Джексона, Бернштейна и др. о приближении. Разложения тензорных (скалярных, векторных, тензорных) полей по полиномам.

6. Определение момента произвольного порядка какой-нибудь величины относительно системы полиномов. Момент k -го порядка частных производных тензорных полей, а также ковариантных производных их компонент.

7. Момент k -го порядка некоторых дифференциальных операторов (градиента, дивергенции, градиента дивергенции, лапласиана и др.) от тензорных полей и их компонент. Момент k -го порядка произведения двух функций.

8. Микрополярная среда. Уравнения движения, определяющие соотношения (ОС) и граничные условия в микрополярной теории упругости. Различные виды анизотропии. Микрополярный изотропный материал.

9. Различные формы записи уравнений, граничных условий и ОС классической и микрополярной теории при НПОТТ.

10. Представления динамических уравнений в моментах тензоров напряжений и моментных напряжений (приведение к бесконечной системе уравнений).

11. Представления динамических уравнений в моментах векторов перемещений и внутреннего вращения (приведение к бесконечной системе уравнений).

12. Представления ОС и граничных условий в моментах.

13. Редукция к конечной системе уравнений. Уравнения и ОС для нормированных тензоров напряжений и моментных напряжений.

14. Построение для каждого приближенного решения корректирующего слагаемого, позволяющего выполнение граничных условий на лицевых поверхностях.

15. Использование полу-обратного метода Сен-Венана для удовлетворения статических граничных условий на лицевых поверхностях (метод В.В. Понятовского).

16. Основные начально-краевые задачи в моментах. Уравнения теории тонких тел при различных (нулевом, первом, втором и т.д.) приближениях.

17. Применение метода ортогональных полиномов в теории многослойных тонких конструкций. Межслойные контактные условия. Постановки начально-краевых задач в моментах теории трехслойных тонких тел с одним малым размером.

Литература

1. *Победря Б.Е.* Лекции по тензорному анализу. М.: Изд-во МГУ, 1986. 264 с.

2. *Новацкий В.* Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.

3. *Векуа И.Н.* Основы тензорного анализа и теории ковариантов. М.: Наука, 1978. 296 с.

4. *Векуа И.Н.* Некоторые общие методы построения различных вариантов теории оболочек. М.: Наука, 1982. 286 с.

5. *Никабадзе М.У.* Развитие метода ортогональных полиномов в механике микрополярных и классических упругих тонких тел// М.: Изд-во Попечительского совета мех.-мат. ф-та МГУ. 2014. 515 с.

6. *Eringen, A.C.:* Microcontinuum Field Theories. 1. Foundation and solids. Springer-Verlag, N.Y., 341 p. (1999).

7. *Суетин П.К.* Классические ортогональные многочлены. М.: Наука, 1976.