

УТВЕРЖДЕНА СОВЕТОМ  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТА МГУ  
17. 02. 2012.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ СОВЕТА  
профессор В.Н. Чубариков



ПРЕДСТАВЛЕНА КАФЕДРОЙ  
ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Зав. кафедрой общих проблем  
управления, профессор  
А.В. Фурсиков

ПРОГРАММА  
II-й части кандидатского экзамена по специальности 01.01.09  
«Многомерное вариационное исчисление»

АВТОР ПРОЕКТА:

профессор М.И. Зеликин

## «Многомерное вариационное исчисление»

(программа кандидатского экзамена по специальности)

- 1) Проблемы естественнонаучного содержания, приводящие к задачам многомерного вариационного исчисления (вариационные принципы в теории упругости и пластичности, минимальные поверхности и т.д.). ([5], стр. 18-37, [3], стр. 11-38).
- 2) Постановка задачи вариационного исчисления; уравнения Эйлера; вариация функционала с переменной областью интегрирования. ([2], стр.338-369)
- 3) Теория минимальных поверхностей. ([6], стр. 11-97, [7], стр. 260-265).
- 4) Вторая вариация; необходимые условия Лежандра-Адамара. Условия Лежандра-Вейля; поля экстремалей. ([7], стр. 260-317).
- 5) Понятие эллиптичности квазилинейных систем; эллиптичность уравнений Эйлера и Эйлера-Якоби. ([8], стр. 280-380, [9], стр.152-157).
- 6) Теория Якоби; индекс Морса-Арнольда-Маслова. ([6], стр. 93-95, [1], стр. 409-416).
- 7) Прямые методы в вариационном исчислении; сильная квазивыпуклость в смысле Мори; достаточные условия оптимальности. ([4]). С. 19-25 ; С. 70-100
- 8) Существование решений вариационных задач; принцип компактности, пространства Соболева, их полнота и рефлексивность при  $p > 1$ . Теорема Тонелли: ([9], стр. 130-152).

### Литература.

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М., Наука, 1974.
2. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М., Наука, 1979.
3. Мосолов П.П., Мясников В.П. Механика жесткопластичных сред. М., Наука, 1981.
4. Morrey Ch. Multiple Integrals in the calculus of variations. Springer, Berlin, 1966.
5. Фоменко А.Т. Вариационные методы в топологии. М., Наука, 1982.
6. Дао-Чонг-Тхи, Фоменко А.Т. Минимальные поверхности и проблема Плато. М., Наука, 1987.
7. Зеликин М.И. Однородные пространства и уравнения Риккати в вариационном исчислении. М., Факториал, 1998.
8. Ладыженская О.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М.,Наука, 1964.
9. Галлеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. и др. Оптимальное управление. М., МЦНМО, 2008.

УТВЕРЖДЕНА СОВЕТОМ  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТА МГУ

14.02.2012г.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ СОВЕТА  
профессор В.Н. Чубариков



ПРЕДСТАВЛЕНА КАФЕДРОЙ  
ОБЩИХ ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Зав. кафедрой общих проблем  
управления, профессор  
А.В.Фурсиков

*А.Фурсиков*

### ПРОГРАММА

II-й части кандидатского экзамена по специальности 01.01.09  
«Теория экстремума и оптимальное управление»

АВТОРЫ ПРОЕКТА:

*В.М. Тихомиров  
А.В. Фурсиков*

профессор В.М.Тихомиров  
профессор А.В.Фурсиков

## «Теория экстремума и оптимальное управление»

1. Теоремы отделимости, теорема Банаха об обратном операторе и следствия из них. Определение производных, основные теоремы дифференциального исчисления в функциональных пространствах. Теоремы о неявной функции и обратным отображении. Теорема Люстерника о касательном пространстве. ([1], стр. 106-114, 151-154).
2. Основные понятия выпуклого анализа. Основные теоремы выпуклого исчисления ([1], стр. 184-210, [5], стр. 21-52).
3. Принцип Лагранжа для гладких и выпуклых задач. Случай бесконечномерных экстремальных задач с равенствами и неравенствами. Теорема Куна-Таккера ([1], стр. 48-53, 230-231). Простейшая задача и задача Лагранжа в классическом вариационном исчислении; уравнения Эйлера и Эйлера-Лагранжа. ([1], стр. 54-59, 75-77, 263-274). Простейшие вариационные неравенства. ([6], стр. 157-160)
4. Достаточные условия для бесконечномерных задач с равенствами и неравенствами. ([1], стр. 253-262).
5. Простейшая задача вариационного исчисления: необходимые и достаточные условия экстремума второго порядка. Уравнение Гамильтона-Якоби ([1], стр. 325-353.).
6. Принцип максимума Понтрягина ([2], стр. 86-131).
7. Решение конкретных задач анализа, геометрии, вариационного исчисления т оптимального управления [4], стр. 421-439, [5] стр. 89-149
8. Существование решений экстремальных задач; принцип компактности, пространства Соболева, их полнота и рефлексивность при  $p > 1$ . Теорема Тонелли в многомерном вариационном исчислении. ([6], стр. 130-152).
9. Алгоритмы поиска решений гладких, выпуклых и вариационных экстремальных задач. Градиентный метод и его обобщения ([7], стр. 234-249). Метод центрированных сечений, метод эллипсоидов, метод симплексов ([5], стр. 77-82, [6] стр. 169-184.).

### Литература

1. Алексеев В.М., Тихомитров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М., Наука, 2007 (3 издание)
2. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М., Наука, 1976.
3. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М. Мир, 1973.
4. Иоффе А.Д., Тихомиров В.М. Теория экстремальных задач. М., Наука, 1974.
5. Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. М., Эдиториал УРСС, 2011 (3 издание).
6. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В. и др. Оптимальное управление. М., МЦНМО, 2008.
7. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М., Факториал, 2002.

УТВЕРЖДЕНА СОВЕТОМ МЕХАНИКО-  
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА  
МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

14.02.2012г.



ПРЕДСТАВЛЕНА КАФЕДРОЙ ОБЩИХ  
ПРОБЛЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Зав. кафедрой общих проблем управления

профессор А.В. Фурсиков

### Программа

II части кандидатского экзамена по специальности 01.01.09

«Численные методы в задачах оптимального управления»

Составители:

профессор В. Ю. Протасов

доцент И. С. Григорьев

доцент М. П. Заплетин

0. Дифференцирование функционалов, градиент.
  - 0.1. Градиент. [5] с. 53-43, [1] с. 137-140.
  - 0.2. Градиент в задаче оптимального управления со свободным правым концом. [5] с. 554-565.
  - 0.3. Градиент в одной дискретной задаче оптимального управления. [5] с. 565-571.
1. Прямые методы минимизации.
  - 1.1. Градиентный метод. [5] с. 235-249.
  - 1.2. Метод проекции градиента и субградиента. [5] с. 249-263, [7] с. 140-141.
  - 1.3. Метод условного градиента. [5] с. 263-269.
  - 1.4. Метод возможных направлений. [5] с. 269-278.
  - 1.5. Метод сопряженных направлений. [5] с. 292-300.
  - 1.6. Метод Ньютона. [8] с. 9-23, [3] с. 323-329, [5] с. 300-308, [4] с. 83.
  - 1.7. Метод штрафных функций. [5] с. 323-339, [9] с. 54-55.
  - 1.8. Метод случайного поиска. [5] с. 368-371.
2. Принцип максимума.
  - 2.1. Постановка задачи, принцип максимума. [2] с. 187-194.
  - 2.2. Принцип Лагранжа для задачи оптимального управления. [1] с. 314-322.
  - 2.3. Краевая задача принципа максимума. [5] с. 480-485, [4] с. 81-87.
  - 2.4. Метод стрельбы (пристрелки). [3] с. 414-416, [9] с. 33-38.
  - 2.5. Метод Черноусько-Крылова. [6] с. 186-203, [9] с. 47-56.
3. Динамическое программирование.
  - 3.1. Схема Беллмана. [5] с. 462-474.
  - 3.2. Схема Моисеева. [5] с. 474-479.
  - 3.3. Дифференциальное уравнение Беллмана. Проблема синтеза. [?] с. 479-486.
  - 3.4. Схема Кротова. [5] с. 486-492.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
2. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация. Теория. Примеры. Задачи. М.: УРСС, 2002.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 1987. (Лаборатория базовых знаний, 2002).
4. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971.
5. Васильев Ф.П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс 2002.
6. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. М.: Наука, 1973.
7. Федоренко Р.П. Приближенные решения задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.
8. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику. М.: МФТИ, 1994.
9. Александров В.В., Бахвалов Н.С. и др. Практикум по численным методам в задачах оптимального управления. М.: МГУ, 1988.