

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
Механико-математический факультет



Темы курсовых работ  
для студентов I и II курсов

## ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

1. Алимов Алексей Ростиславович  
(кафедра вычислительной математики, лаборатория вычислительных методов)
2. Бегунц Александр Владимирович (кафедра математического анализа,  
кабинет методики преподавания элементарной математики)
3. Белошанка Валерий Константинович  
(кафедра теории функций и функционального анализа)
4. Богачев Владимир Игоревич (кафедра теории функций и функционального анализа)
5. Волков Николай Юрьевич (кафедра математической теории интеллектуальных систем)
6. Гордиенко Алексей Сергеевич (кафедра высшей алгебры)
7. Ероховец Николай Юрьевич (кафедра высшей геометрии и топологии)
8. Иванов Александр Олегович (кафедра дифференциальной геометрии и приложений)
9. Ковалёв Михаил Дмитриевич (кафедра дискретной математики)
10. Косов Егор Дмитриевич (кафедра теории функций и функционального анализа)
11. Кочергин Вадим Васильевич (кафедра дискретной математики)
12. Кривчиков Максим Александрович (кафедра вычислительной математики)
13. Кудрявцева Елена Александровна (кафедра дифференциальной геометрии и приложений)
14. Кумсков Михаил Иванович (кафедра вычислительной математики)
15. Миронов Андрей Михайлович  
(кафедра математической теории интеллектуальных систем)
16. Мищенко Александр Сергеевич (кафедра высшей геометрии и топологии)
17. Плотников Михаил Геннадьевич (кафедра математического анализа)
18. Прохоров Юрий Геннадьевич (кафедра высшей алгебры)
19. Романов Максим Сергеевич (кафедра дифференциальных уравнений)
20. Семенов Алексей Львович (кафедра математической логики и теории алгоритмов)
21. Сипачева Ольга Викторовна (кафедра общей топологии и геометрии)
22. Скворцов Валентин Анатольевич (кафедра теории функций и функционального анализа)
23. Сопрунов Сергей Фёдорович (кафедра математической логики и теории алгоритмов)
24. Степанова Мария Александровна (кафедра теории функций и функционального анализа)
25. Таранников Юрий Валерьевич (кафедра дискретной математики)
26. Шапошников Станислав Валерьевич (кафедра математического анализа)
27. Шарьгин Георгий Игорьевич (кафедра дифференциальной геометрии и приложений)
28. Шафаревич Антон Андреевич (кафедра высшей алгебры)
29. Шкляев Александр Викторович  
(кафедра математической статистики и случайных процессов)

## ОТДЕЛЕНИЕ МЕХАНИКИ

1. Бугров Дмитрий Игоревич (кафедра прикладной механики и управления)
2. Вакулук Василий Владимирович (кафедра механики композитов)
3. Вигдорович Игорь Ивлианович (кафедра гидромеханики)
4. Завойчинская Элеонора Борисовна (кафедра теории упругости)
5. Измоденов Владислав Валерьевич (кафедра аэромеханики и газовой динамики)
6. Кулешов Александр Сергеевич (кафедра теоретической механики и мехатроники)
7. Левин Владимир Анатольевич (кафедра вычислительной механики)
8. Морозов Виктор Михайлович (кафедра прикладной механики и управления)
9. Пелевина Дарья Андреевна (кафедра гидромеханики)
10. Сутырин Олег Георгиевич (кафедра гидромеханики)
11. Хвостунков Кирилл Анатольевич (кафедра теории пластичности)
12. Хохлов Андрей Владимирович (кафедра механики композитов)
13. Шешенин Сергей Владимирович (кафедра теории пластичности)

# ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

**Алимов Алексей Ростиславович**

**Ведущий научный сотрудник лаборатории вычислительных методов**

**адрес эл. почты: alexey.alimov-msu@yandex.ru**

**Способ связи:** по электронной почте или лично после спецкурса (чт. 16:45-18:00, ауд 13-14).

**Тема 1.** Приближения в нормированных и несимметрично нормированных пространствах.

**Тема 2.** Поперечники функциональных классов.

**Тема 3.** Неравенства между нормами функций и нормами её производных.

**Бегунц Александр Владимирович**

**Доцент кафедры математического анализа,**

**сотрудник кабинета методики преподавания элементарной математики**

**адрес эл. почты: alexander.begunts@math.msu.ru**

**Способ связи:** по электронной почте или лично после пары по расписанию 2-го курса.

**Тема 1.** Методика введения математических понятий и обучения доказательствам, приёмы развития математического мышления.

**Тема 2.** Общие принципы построения современных учебных курсов по математике, организация учебной деятельности и контроля знаний обучающихся.

**Тема 3.** Математические методы и факты в естественнонаучных и гуманитарных школьных дисциплинах, междисциплинарные связи и особенности понятийного аппарата.

**Тема 4.** Реформы содержания школьного курса математики, алгебры и геометрии в России: причины, цели, особенности реализации и итоги.

**Комментарии.** Предполагается работа студента с разнообразными источниками информации, сопоставление и анализ данных, подготовка текста доклада и презентации.

**Белошапка Валерий Константинович**

**Профессор кафедры теории функций и функционального анализа**

**адрес эл. почты: vkb@strogino.ru**

**Способ связи:** предварительная договорённость по электронной почте.

**Тема 1.** Геометрия вещественных гиперповерхностей 2-мерного комплексного пространства.

**Тема 2.** Степенные ряды от 2-х комплексных переменных.

**Тема 3.** Аналитическая сложность решений дифференциальных уравнений.

**Тема 4.** Группы преобразований в комплексном анализе.

**Тема 5.** Геометрия колец, аналитически вложенных в  $\mathbb{C}^2$ .

**Богачев Владимир Игоревич**  
профессор кафедры теории функций и функционального анализа  
адрес эл. почты: [vbogachev61@gmail.com](mailto:vbogachev61@gmail.com)

**Способ связи:** лично на спецсеминаре (вторник) или по электронной почте.

**Тема 1.** Пространства мер со слабой топологией и задачи Монжа — Канторовича. Исследование норм, метрик и топологий, связанных со слабой сходимостью мер, а также изучение задач Монжа и Канторовича оптимальной транспортировки.

Литература: В. И. Богачев. Слабая сходимость метрики. — 2016.

**Тема 2.** Гауссовские меры и связанные с ними классы Соболева.

Знакомство с основами теории гауссовских мер, исследование гауссовских мер на бесконечномерных пространствах, исследование классов Соболева по гауссовским мерам, в частности задачи продолжения соболевских функций.

Литература: В. И. Богачев. Гауссовские меры. — Наука. — 1997;

V. I. Bogachev. Gaussian measures. — American Math. Society. — 1998.

**Тема 3.** Операторы и полугруппы Орнштейна — Уленбека.

Знакомство с основами теории операторных полугрупп и исследование конкретной классической полугруппы Орнштейна — Уленбека, задаваемой явной формулой, получение оценок для этой полугруппы.

Литература: В. И. Богачев. Операторы и полугруппы Орнштейна — Уленбека. — Успехи математических наук. — 2018. — Т. 73, № 2.

**Тема 4.** Распределения многочленов и гладких функций на пространствах с мерами.

Исследование образов мер на конечномерных и бесконечномерных пространствах при полиномиальных и других гладких отображениях. Знакомство с основами исчисления Маллявэна и его применения.

Литература: В. И. Богачев. Распределения многочленов на многомерных и бесконечномерных пространствах с мерами. — Успехи математических наук. — 2016. — Т. 71, № 4.

**Тема 5.** Уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова.

Знакомство с основами теории эллиптических и параболических уравнений Фоккера — Планка — Колмогорова относительно мер на конечномерных и бесконечномерных пространствах. Проблемы существования и единственности для линейных и нелинейных уравнений, свойства решений.

Литература: В. И. Богачев, Н. В. Крылов, М. Рёкнер, С. В. Шапошников. Уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова. — РХД. — 2013.

**Волков Николай Юрьевич**

Научный сотрудник кафедры математической теории интеллектуальных систем  
телеграмм: 8 (903) 166-30-93

**Способ связи:** писать в телеграмм.

**Тема 1.** Задача преследования на прямой автоматом с краской (хищником) автомата-жертвы.

На целочисленной прямой осуществляется преследование инициальным конечным автоматом с краской инициального конечного автомата без краски. Скорость хищника превосходит скорость жертвы. Считается, что данный автомат-хищник ловит данного автомата-жертву, если при любых их начальных расположениях на прямой хищник рано или поздно окажется в той же точке, что и жертва. Нужно выяснить, для любого ли автомата-жертвы существует ловящий её автомат-хищник и существует ли автомат-хищник, ловящий любую жертву.

**Тема 2.** Задача преследования в лабиринтах, задаваемых графиком функции.

Рассматривается шахматный лабиринт  $L_f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, y \geq f(x)\}$ , где  $f$  — целочисленная функция ( $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ). В этом лабиринте происходит преследование автоматом-волком автомата зайца. Волк имеет превосходство в скорости. Считается, что волк ловит зайца, если он ловит его при любых начальных расположениях того и другого в указанном лабиринте. Нужно выяснить, при каких функциях  $f$ :

- а) для любого автомата-зайца существует автомат-волк, который его поймает;
- б) для любого автомата-волка существует автомат-заяц, который от него убежит.

**Тема 3.** Разработка программного комплекса для симуляции поведения систем автоматов в лабиринтах. Программистская работа в команде.

Студентами МГУ разработана программа, позволяющая строить на экране шахматные лабиринты, задавать автоматы и визуализирующая движение автоматов в лабиринтах. Хочется создать подобную программу, в которой будет также функционал моделирования коллективов автоматов, детекция факта поимки автоматами-хищниками автоматов-жертв, многомерные лабиринты. На базе таких программ можно разрабатывать функции искусственного интеллекта, например, программы, которая по заданному лабиринту строит обходящий его конечный автомат. Команда студентов, разработавших прошлую версию программу, завершила над ней работу. Нужно формировать команду заново. Идеальная численность команды — 2-4 человека с одного или близких курсов.

**Тема 4.** Вычисления словарных функций машинами Тьюринга.

Словарные функции вида  $f : A^* \rightarrow A^*$  и  $f : (A^*)^n \rightarrow A^*$ , переводящие слова в алфавите  $A$  в слова в алфавите  $A$  могут быть реализованы на машине Тьюринга. Нужно исследовать факты вычислимости всех детерминированных функций, описать класс машин Тьюринга, вычисляющих ограниченно-детерминированные функции, найти класс всех словарных функций, которые могут быть вычислены машинами Тьюринга.

**Гордиенко Алексей Сергеевич**  
**профессор кафедры высшей алгебры**  
**адрес эл. почты: alexey.gordienko@math.msu.ru**

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Гипотеза Амицура — Бахтурина.

Гипотеза говорит о том, что коразмерности полиномиальных  $H$ -тождеств в конечномерной ассоциативной  $H$ -модульной алгебре, где  $H$  — алгебра Хопфа над полем характеристики 0, имеют целочисленную экспоненту роста. Доказательство этой гипотезы позволило бы дать характеристику алгебр Хопфа среди всех биалгебр в терминах их действий на алгебрах.

**Тема 2.** Универсальные (ко)действующие алгебры Хопфа.

Хотя доказаны критерии существования универсальных (ко)действующих алгебр Хопфа, их строение в большинстве случаев остаётся неизвестным.

**Тема 3.**  $H$ -(ко)инвариантное разложение конечномерной  $H$ -полупростой  $H$ -(ко)модульной алгебры Ли в прямую сумму  $H$ -простых алгебр Ли.

Предполагается, что всякая конечномерная  $H$ -(ко)модульная алгебра Ли, где  $H$  — алгебра Хопфа над полем характеристики 0, не имеющая ненулевых нильпотентных  $H$ -(ко)инвариантных идеалов, раскладывается в прямую своих  $H$ -(ко)инвариантных идеалов, являющихся  $H$ -простыми алгебрами Ли. Данное утверждение является аналогом соответствующей теоремы Скрябина — Ван Ойстаена для  $H$ -модульных ассоциативных алгебр и классической теоремы о строении полупростых алгебр Ли без (ко)действия алгебр Хопфа. Его справедливость установлена пока только в случае полупростой в обычном смысле  $H$ -(ко)модульной алгебры Ли.

**Комментарии.** Дополнительная информация на сайте:

[halgebra.math.msu.su/wiki/doku.php/staff:gordienko](http://halgebra.math.msu.su/wiki/doku.php/staff:gordienko)

**Ероховец Николай Юрьевич**  
**доцент кафедры высшей геометрии и топологии**  
**адрес эл. почты: erochovetsn@hotmail.com**

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Конструкции фуллеренов и нанотрубок

Молекулы фуллеренов и нанотрубок моделируются трёхмерными простыми многогранниками. Существует несколько известных алгоритмов перечисления таких многогранников. Предлагается развить один из подходов, в том числе используя компьютерные вычисления.

**Тема 2.** Конструкции семейств трёхмерных многогранников

Имеется несколько семейств трёхмерных многогранников, которые в последнее время обратили на себя внимание специалистов по торической топологии и гиперболической геометрии. Например, прямоугольные многогранники в пространстве Лобачевского. Известны конструкции таких семейств при помощи операций срезки рёбер и связной суммы вдоль граней. Предлагается рассмотреть открытые задачи в этой области.

**Тема 3.** Торическая топология трёхмерных многогранников

В торической топологии каждому трёхмерному многограннику канонически сопоставляется трёхмерное многообразие. При этом геометрические свойства этого многообразия определяются комбинаторными свойствами многогранника. Предлагается рассмотреть открытые задачи, связанные с такими многообразиями.

**Иванов Александр Олегович**  
**Профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений**  
**адрес эл. почты: aoiva@mail.ru**

**Способ связи:** встреча на мехмате в первой половине дня (необходима предварительная договоренность по электронной почте).

**Тема 1.** Замкнутые минимальные сети на удвоенных многоугольниках.

Удвоенный многоугольник — это 2-мерная поверхность, полученная склейкой двух равных многоугольников по соответствующим сторонам. С точки зрения топологии получается сфера. На этой сфере, фактически, задана плоская метрика с особыми точками в общих вершинах многоугольников. Замкнутая минимальная сеть в этом случае — это вложенный в поверхность граф все вершины которого имеют степень 3, ребра — прямолинейные отрезки (отрезок может переходить с одного многоугольника на другой через общее ребро), стыкующиеся в вершинах под равными  $120$  градусам углами. Пример: на удвоенном правильном треугольнике  $T$  существует замкнутая минимальная сеть с двумя вершинами — центрами треугольников, и тремя ребрами, каждое из которых является объединением двух перпендикуляров, опущенных из центров на общую сторону  $T$ . Задача — описать замкнутые минимальные сети на удвоенных многоугольниках. Задача полностью решена только для треугольников. В остальных случаях известны лишь примеры и необходимые условия существования.

**Тема 2** Замкнутые минимальные сети поверхностях выпуклых многогранников.

Эта тема — серьезное обобщение темы 1. Поверхность многогранника с метрической точки зрения — это поверхность сферы с плоской метрикой, имеющей особенности в вершинах многогранника. Замкнутые минимальные сети определяются точно так же. Общая задача — выяснить, на каких многогранниках существуют замкнутые минимальные сети. С общей теорией минимальных сетей можно познакомиться в книге А.Иванова и А.Тужилина «Теория экстремальных сетей» (можно найти в сети). Хороший обзор и некоторые результаты про удвоенные многоугольники и многогранники можно найти в диссертации Н.П.Стрелковой, вот тут: <http://dfgm.math.msu.su/disserts.php>.

**Ковалёв Михаил Дмитриевич**  
**Профессор кафедры дискретной математики**  
**адрес эл. почты: mkov@rambler.ru**

**Способ связи:** по электронной почте или по пятницам до или после лекции, начинающейся в 16:45 в ауд. 1207.

**Тема 1.** Применение вещественной алгебраической геометрии в кинематике механизмов. Малоиспользуемая тема, напрямую связанная с применением математических теорий к механике.

**Тема 2.** Оценить меру близости энергетических уровней квантовой частицы в кусочно постоянном потенциальном поле.

Задачу можно решать элементарными методами. Проверку результатов можно провести с применением символьных вычислений на компьютере. В некоторых случаях существуют очень близкие уровни энергии.

**Тема 3.** Возможны ли геометрически устойчивые шарнирные конструкции, собираемые единственным способом?

Рассматриваем идеальные плоские конструкции, составленные из стержней, несущих на концах шарниры. Стержни могут быть соединены общим концевым шарниром, допускающим произвольный поворот одного из них относительно другого. Некоторые шарниры могут быть закреплены в плоскости и тоже допускают повороты стержня вокруг точки закрепления. Конструкцию называем геометрически устойчивой, если при любой достаточно малой ошибке в длинах стержней её можно собрать. Например, простейшая плоская ферма, из двух стержней с закреплёнными в точках  $(0, 0)$  и  $(1, 0)$  шарнирами и незакреплённым общим шарниром в точке  $(x, y)$ , геометрически устойчива при  $y$ , не равном 0. Но собирается двумя способами, второй —  $(x, -y)$ . Если же  $y = 0$ , то она собирается единственным способом, но является геометрически неустойчивой. Ответ на поставленный вопрос в общем случае неизвестен. Предлагается исследовать вопрос в частных случаях.

**Комментарии.** Это вопрос 4 стр. 126 моей книги «Геометрические вопросы кинематики и статики». В книге содержатся подробные разъяснения.

**Косов Егор Дмитриевич**  
ассистент кафедры теории функций и функционального анализа  
адрес эл. почты: ked\_2006@mail.ru

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Точная константа в  $L^1$ -неравенстве Пуанкаре на дискретном кубе.

В работе [1] для дискретного булева куба  $\{-1, 1\}^n$  с равномерным распределением было установлено следующее неравенство Пуанкаре в  $L^1$ :

$$\|f - \mathbb{E}f\|_1 \leq \frac{\pi}{2} \|\nabla f\|_1,$$

где  $\nabla f$  — дискретный градиент (производная) функции  $f$ . Такая же оценка следует из представления, полученного в работе [2]. Возникает вопрос о выяснении точной константы в  $L^1$ -неравенстве Пуанкаре на булевом кубе. В работе [3] было показано, что точная константа обязательно меньше, чем  $\frac{\pi}{2}$ . В случае гауссовской меры известно, что точная константа в  $L^1$ -неравенстве Пуанкаре равна  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$  (отсюда следует, что и в случае булева куба константа не может быть меньше  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ).

В рамках курсовой работы предлагается познакомиться с результатами указанных работ и исследовать возможные уточнения константы в неравенстве Пуанкаре на дискретном кубе.

**Тема 2.** Нижние оценки нецентральных сечений куба.

В работе [1] установлена точная нижняя оценка площади центрального сечения единичного куба в  $\mathbb{R}^n$ . В недавней работе [2] подобные нетривиальные оценки были получены для произвольных (не обязательно центральных) непустых сечений единичного куба. Возникает естественный вопрос о получении оценок такого рода для сечений гиперплоскостями на заданном расстоянии  $t$  от начала координат.

В рамках курсовой работы предлагается изучить приведенные работы, а также попытаться получить новые неравенства для нецентральных сечений куба.

**Кочергин Вадим Васильевич**  
**Заведующий кафедры дискретной математики**  
**адрес эл. почты: [vvkoch@yandex.ru](mailto:vvkoch@yandex.ru)**

**Способ связи:** через Zoom, необходима предварительная договорённость по электронной почте.

**Тема 1.** Оценки мощности классов булевых функций со специальными свойствами.

Планируется исследовать количество булевых функций от  $n$  фиксированных переменных в семействах функций, являющихся расширениями монотонных функций (обобщение проблемы Дедекинда). В этом направлении есть задачи разного уровня трудности. Задача минимум — найти при  $n \rightarrow \infty$  асимптотику роста логарифма мощности для простейших семейств.

**Тема 2.** Исследование сложности вычисления систем одночленов.

Какое минимальное число операций умножения достаточно для возведения  $x$  в степень  $n$ ? Если  $n = 2^k$ , то ответ очевиден:  $k$ . В общем случае простейшие оценки этой величины снизу и сверху отличаются вдвое ( $\log_2 n$  и  $2 \log_2 n$ , соответственно). Оказывается, что эта величина растёт как  $\log_2 n + \alpha_n$ , где  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\alpha_n}{\log_2 n} = 0$ . А как растёт необходимое количество умножений, если вычислять нужно систему из  $p$  одночленов от  $q$  переменных? Для случаев  $p \leq 3$  или  $q \leq 3$  асимптотики роста известны. А для случая  $p = 4, q = 4$  нет даже правдоподобной гипотезы. В этом направлении существует много разных задач. Можно, например, рассмотреть важные частные случаи или разрешить использование дополнительных возможностей.

**Тема 3.** Сложность булевых функций в базисах с нулевыми весами.

Предполагается исследовать задачу о сложности реализации булевых функций схемами из функциональных элементов в базисах, состоящих из элементов двух типов, одному типу элементов приписан нулевой вес (их можно использовать «бесплатно»), а другому типу — единичный. Близкие к таким задачам проблемы нередко возникают на практике. Ранее отдельные частные случаи этой очень общей задачи рассматривали А.А. Марков, Э.И. Нечипорук, А.Б. Угольников и некоторые другие авторы.

**Кривчиков Максим Александрович**  
доцент кафедры вычислительной математики  
адрес эл. почты: [maxim.kirvchikov@math.msu.ru](mailto:maxim.kirvchikov@math.msu.ru)

**Способ связи:** Личные встречи во вторник или в среду по предварительной договорённости; можно встречаться онлайн.

**Тема 1.** Системы опциональной типизации для языков программирования.

Системы типов в распространённых языках программирования гораздо менее выразительны, чем язык математических утверждений. Для того, чтобы более точно описывать процесс работы программы, в том числе, в терминах, близких к предметной области (например, «функция требует в качестве аргумента простое число», а не «функция принимает в качестве аргумента значение типа `int`, не забудьте посмотреть документацию, чтобы понять, какое именно»), можно определять для языков программирования дополнительные системы типов и создавать средства проверки ограничений, которые эти типы задают. По принципу реализации это очень тесно связано с темой 2.

- муру — опциональные типы для языка Python (относительно простые):  
<http://mypy-lang.org/examples.html>
- TypeScript — язык, полученный добавлением типов к языку JavaScript:  
<https://www.typescriptlang.org>
- Frama-C — анализатор для языка C:  
<https://swaminathanj.github.io/pr/slides/8-frama-c.pdf>

Несколько вариантов задач по теме 1:

- опциональная система типов для языка ассемблера (аналогичная Typed Assembly Language);
- расширение языка C, реализованное в виде биекции на уровне синтаксиса.

**Тема 2.** Системы автоматизированного доказательства утверждений.

В качестве стартовой курсовой работы на этом направлении (темы 1 и 2) можно разработать средство проверки и ограниченной автоматизации формальных доказательств — упрощённый аналог известных средств Coq и Isabelle/HOL.

- Coq: <https://coq.inria.fr>
- Isabelle/HOL: <https://isabelle.in.tum.de/overview.html>

Пример, с которого можно начать работу по теме 2:

<http://math.andrej.com/2012/11/08/how-to-implement-dependent-type-theory-i/>

**Кудрявцева Елена Александровна**  
**Профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений**  
адрес эл. почты: eakudr@mech.math.msu.su, elena.kudryavtseva@math.msu.ru

**Способ связи:** встреча у кафедры или по видеосвязи (необходима предварительная договоренность по электронной почте)

**Тема 1.** Топологические инварианты интегрируемых гамильтоновых систем (теория особенностей в примерах).

С точки зрения динамики, интегрируемая система полностью характеризуется своим фазовым портретом — слоением Лиувилля — с точностью до деформации. В окрестности любого слоя фазовый портрет устроен стандартным образом и характеризуется локальным топологическим инвариантом (некоторым графом). Пример глобального инварианта — это бифуркационный комплекс (база слоения Лиувилля), состоящий из конечного числа вершин, рёбер и граней. Другие примеры глобальных инвариантов: числовые метки на ребрах или гранях этого комплекса, оператор монодромии. Предполагается изучить глобальные инварианты в конкретных случаях, например, когда комплекс состоит из одной грани (скажем, является цилиндром или листом Мебиуса). Возникает интересная связь с геометрией «плоских» поверхностей, а также выпуклых многоугольников.

**Тема 2.** Магнитные геодезические потоки на поверхностях вращения (теория катастроф в примерах).

Изучается динамика движения заряженной частицы в магнитном поле по поверхности вращения. Предполагается изучить топологию возникающего слоения (слоения Лиувилля), т.е. фазовый портрет системы, и типичные локальные перестройки (бифуркации) слоения при малом изменении магнитного поля. Возникает интересная связь с проективной геометрией, а также с теорией особенностей и теорией катастроф для кривых на поверхностях.

**Тема 3.** Проблема щелей в поясе астероидов.

Предполагается изучить периодические решения плоской задачи трёх тел типа Солнце-Юпитер-астероид, где масса астероида много меньше масс Солнца и Юпитера (например, равна 0). Периодическое решение, близкое к движениям по круговым орбитам, характеризуется периодами обращения Юпитера и астероида вокруг Солнца. Предполагается исследовать следующую гипотезу: если отношение периодов обращения Юпитера и астероида имеет специальный вид, например,  $\frac{k+1}{k}$ , где  $k$  — целое число, то не существует периодического решения с такими периодами (получаем «щель» в поясе астероидов).

**Комментарии.** Для первичного ознакомления с предлагаемыми темами можно посмотреть презентацию кафедры <http://dfgm.math.msu.su/files/2022vstrecha.pdf> (стр. 11, 94-110) и краткую лекцию [http://dfgm.math.msu.su/files/lectorium/2020\\_12\\_18.mp4](http://dfgm.math.msu.su/files/lectorium/2020_12_18.mp4) (лекторы А.А.Ошемков, А.Ю.Коняев, Е.А.Кудрявцева).

**Кумсков Михаил Иванович**  
профессор кафедры вычислительной математики  
адрес эл. почты: [mikhail.kumskov@math.msu.ru](mailto:mikhail.kumskov@math.msu.ru)

**Способ связи:** по электронной почте + встречи в Zoom

**Тема 1.** Анализ изображений. Символьная разметка Особых Точек. 2 курс.

Для идентификации объектов из эталонного списка размечаем изображение сцены. Находим координаты ОТ — особых точек. Описываем ОТ вектором признаков (разные варианты). Проводим кластер анализ (разные варианты алгоритмов) всех ОТ, кластеру присваиваем символическую метку. По принадлежности ОТ кластеру присваиваем метку. Результат — помеченный граф на плоскости — вершины графа — помеченные ОТ. Вычисления проводятся на разных уровнях разрешения изображений (multiscale processing). Получаем задачу сопоставления двух помеченных графов — графа изображения сцены и графа эталона. Ожидаемый ответ: присутствует ли объект-эталон на изображении сцены и какова степень принадлежности (Fuzzy Logic). Цель исследования — найти «оптимальный» уровень разрешения изображения сцены. Алгоритмы реализуются на основе пакета [OpenCV](#) на языке Python.

**Тема 2.** Машинное обучение без учителя. Кластерный анализ обучающей выборки.

Работа состоит в знакомстве и сравнении алгоритмов поиска «сгустков» — кластеров, — в заданном признаковом пространстве, описывающем объекты. Для объектов не задана метка принадлежности к классу. Классификация объектов проводится по принадлежности объекта к «крупному» кластеру. Планируется реализация алгоритмов на объектно-ориентированном языке C++ и сравнение результатов с использованием алгоритмов из библиотек на языке Python:  $k$ -средних,  $k$ -средних с ядрами, EM-алгоритм, иерархический, минимальное покрывающее дерево (Spanning Tree), DBSCAN, волновой алгоритм для поиска связной компоненты графа, алгоритм «Формальный элемент» (Forel). После поиска кластеров предполагается описание их форм на основе факторного анализа или метода главных компонент. Последующее применение алгоритмов машинного обучения с учителем (например, регрессии) предполагает построение на каждом кластере собственной модели.

**Миронов Андрей Михайлович**  
Доцент кафедры математической теории интеллектуальных систем  
адрес эл. почты: amironov66@gmail.com

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Автоматное машинное обучение.

Требуется построить алгоритм синтеза оптимальных автоматов (детерминированных, вероятностных, нечётких, автоматов над термами и т.п.) по частичной информации об их поведении. Минимизация нечётких и вероятностных автоматов (перенос методов построения минимальных детерминированных автоматов на случай нечётких и вероятностных автоматов).

**Тема 2.** Верификация параллельных и распределенных алгоритмов.

Требуется разработать методы верификации (т.е. доказательства корректности) алгоритмов, состоящих из нескольких взаимодействующих компонентов (такими алгоритмами могут быть MPI-программы, криптографические протоколы).

**Тема 3.** Спецификация и верификация смарт-контрактов (т. е. протоколов взаимодействия агентов) в блокчейновых системах, разработка новых языков программирования для формального описания смарт-контрактов и их свойств (корректности, безопасности и др.).

**Тема 4.** Построение агрегирующих алгоритмов в математической теории прогнозирования.

Задача агрегирующего алгоритма — выработка предсказаний с учетом мнения экспертов. Требуется построение таких агрегирующих алгоритмов, качество предсказания отличаются на небольшую величину от качества предсказания наилучшего эксперта.

**Комментарии.** Научная деятельность студентов в области верификации программ происходит в сотрудничестве с Институтом системного программирования РАН. Студентам, желающим сочетать теоретическую деятельность с участием в прикладных проектах, предлагается участие в крупных прикладных проектах по верификации программ с использованием современных интеллектуальных систем автоматизации логических рассуждений (Coq, Isabelle, ProVerif, и др.)

**Плотников Михаил Геннадьевич**  
профессор кафедры математического анализа  
адрес эл. почты: mgplotnikov@gmail.com

**Способ связи:** электронная почта.

**Тема 1.** Матрицы Адамара.

В конечномерном векторном пространстве над полем  $\mathbb{R}$  рассматривается задача нахождения какого-нибудь ортогонального базиса из векторов с координатами 1 и  $-1$ . Эта задача равносильна построению квадратной матрицы с элементами 1 и  $-1$ , пропорциональной ортогональной (матрицы Адамара). Мы изучим случай, когда размерность пространства есть степень двойки. В общем случае задача существования матриц Адамара до сих пор не решена.

**Тема 2.** Фрактальная размерность и размерность Хаусдорфа.

Понятия фрактальной размерности, размерности Хаусдорфа и энтропии множеств позволяют оценить степень сложности множества, а также градуировать множества нулевой меры по степени их «густоты», «массивности». Изучаются простейшие свойства, связанные с этими понятиями, а также вычисляется фрактальная размерность ряда известных множеств, подобных множеству Кантора.

**Тема 3.** Суммирование расходящихся числовых рядов.

Суммирование расходящихся в обычном смысле числовых рядов — не такая уж бесполезная задача, как это кажется на первый взгляд. Рассматриваются несколько методов суммирования числовых рядов (метод Чезаро, метод Римана, метод Теплица), находятся обобщённые суммы некоторых рядов. Изучаются приложения расходящихся рядов в естественных науках.

**Тема 4.** Обобщения системы функции Радемахера и их применения в теории вероятностей.

Функции Радемахера устроены очень просто: каждая из них принимает попеременно значения 1 и  $-1$  на интервалах длины  $\frac{1}{2^k}$ . Будут рассматриваться естественные модификации таких функций и их применения в теории вероятностей, в частности, при построении последовательностей независимых дискретных случайных величин.

**Прохоров Юрий Геннадьевич**  
Профессор кафедры высшей алгебры  
адрес эл. почты: prokhoro@mi-ras.ru

**Способ связи:** необходима предварительная договорённость по электронной почте.

**Тема 1.** Плоские алгебраические кривые.

**Тема 2.** Конечные подгруппы в  $SL_2(\mathbb{C})$  и факторособенности.

**Тема 3.** Проблема Люрота для алгебраических кривых.

**Тема 4.** Группы автоморфизмов плоских кубик.

**Тема 5.** Квадрики и кубики в проективном пространстве.

**Тема 6.** Автоморфизмы плоских кривых с особенностями.

**Тема 7.** Модули стабильных рациональных кривых.

**Романов Максим Сергеевич**  
доцент кафедры дифференциальных уравнений  
адрес эл. почты: [mcliz@mail.ru](mailto:mcliz@mail.ru)

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Имеется система уравнений Эрингена, описывающая течение жидкого кристалла. В одномерном случае доказано, что если среда подчиняется линейному закону вязкости, то при заданных начальных данных на достаточно малом промежутке времени система имеет единственное решение. Предлагается исследовать вопрос о существовании решения в случае, когда действует нелинейный закон вязкости.

**Семенов Алексей Львович**  
заведующий кафедры математической логики и теории алгоритмов  
адрес эл. почты: [alsemno@ya.ru](mailto:alsemno@ya.ru)

**Способ связи:** через Zoom, необходима предварительная договорённость по электронной почте.

**Тема 1.** Понятно, как можно определить трёхместное отношение для рациональных чисел « $x$  лежит между  $y$  и  $z$ », через двухместное отношение « $x$  меньше  $y$ ». Попробуйте доказать, что обратное — невозможно: для рациональных чисел невозможно определить «меньше» через «между». Если у вас это получилось, вам предлагается следующая тема курсовой работы: «Описание классов (пространств) отношений, определимых через порядок целых чисел».

**Тема 2.** Понятно, как можно определить трёхместное отношение для рациональных чисел « $x$  лежит между  $y$  и  $z$ » через двухместное отношение « $x$  меньше  $y$ ». Попробуйте доказать, что обратное — невозможно: для рациональных чисел невозможно определить «меньше» через «между». Если у вас это получилось, вам предлагается следующая тема курсовой работы: «Описание классов (пространств) отношений, определимых через отношение  $y = x + 1$  для натуральных чисел».

**Тема 3.** Будем рассматривать счётные структуры, сигнатура которых состоит из имен объектов и имен отношений, и (элементарные) расширения таких структур (определение несложно, есть в стандартных курсах математической логики. Назовем структуру  $B$  пополнением структуры  $A$ , если  $B$  является (элементарным) расширением структуры  $A$ , а всякое расширение  $B$  изоморфно  $B$ . Тема курсовой работы: «Построение пополнений структур». В качестве структур будут рассматриваться числовые множества, бесконечные графы.

**Сипачева Ольга Викторовна**  
**Профессор кафедры общей топологии и геометрии**  
адрес эл. почты: o-sipa@yandex.ru, olga.sipacheva@math.msu.ru

**Способ связи:** встреча у кафедры по четвергам с 15:00 до 16:45 и после 18:00 или общение в зуме (по договоренности).

**Тема 1.** Топологизируемость групп.

Топологической группой называется группа, снабженная топологией, относительно которой обе групповые операции (умножение и взятие обратного элемента) непрерывны. Такая топология называется групповой. Несколько десятков лет оставалась открытой проблема существования нетопологизируемых (т.е. не допускающих нетривиальных групповых топологий) групп. Известно несколько примеров таких групп с разными алгебраическими свойствами. Предполагается исследовать достаточные условия топологизируемости групп и построить примеры нетопологизируемых групп с новыми свойствами. Интерес представляет также описание групп, на которых существуют групповые топологии с заданными свойствами (например, компактные).

**Тема 2.** Топологические свойства, зависящие от дополнительных теоретико-множественных предположений.

Хорошо известно, что некоторые утверждения нельзя ни доказать, ни опровергнуть в рамках стандартной системы аксиом  $ZFC$  теории множеств, на которой основана вся современная математика. К ним относится, например, континуум-гипотеза  $CH$  (что наименьшей несчётной мощностью является мощность множества вещественных чисел). Таким образом, как саму  $CH$ , так и её отрицание можно (а иногда и приходится) использовать в качестве дополнительного предположения в формулировках теорем. Некоторые топологические утверждения тоже нельзя ни доказать, ни опровергнуть в рамках  $ZFC$ . Например, в предположении истинности  $CH$  существует топологическое пространство со свойством Суслина (всякое семейство попарно непересекающихся непустых открытых множеств не более чем счётно), квадрат которого этим свойством не обладает.

**Тема 3.** Булевы топологические группы.

Булева топологическая группа — это группа, в которой все элементы имеют порядок 2, снабженная топологией, относительно которой групповая операция непрерывна. Теория булевых топологических групп находится на стыке теории топологических групп, теории топологических векторных пространств (поскольку каждая булева группа является векторным пространством над полем  $F_2$ ) и теории множеств (поскольку булева группа (= векторное пространство) с базисом  $X$  — не что иное как семейство всех конечных подмножеств  $X$  с операцией симметрической разности), и эти группы обладают уникальными свойствами, однако до сих пор они не были систематически исследованы. Предполагается хотя бы частично восполнить этот пробел.

**Тема 4.** Существование экстремально несвязных топологических групп.

Топологическое пространство экстремально несвязно, если в нем замыкание любого открытого множества открыто. Такие пространства играют важнейшую роль в теории категорий, функциональном анализе, теории двойственности Стоуна между булевыми алгебрами и топологическими пространствами и в общей топологии. Проблема существования недискретной экстремально несвязной топологической группы в  $ZFC$  (т.е. без дополнительных теоретико-множественных предположений, таких как справедливость континуум-гипотезы) остается нерешённой уже более полувека. Недавно было доказано, что счётных недискретных экстремально несвязных групп в  $ZFC$  существовать не может, однако в направлении существования несчётных экстремально несвязных групп продвижений мало. Любые результаты или идеи на эту тему представляют ценность.

**Скворцов Валентин Анатольевич**  
профессор кафедры теории функций и функционального анализа  
адрес эл. почты: vaskvor2000@yahoo.com

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Интегрирование функций со значениями в банаховом пространстве.

Изучаются свойства интегралов, обобщающих интегралы Римана и Лебега на случай функций, принимающих значения в линейном нормированном пространстве. В частности, рассматривается вопрос о дифференцируемости таких интегралов.

**Тема 2.** Меры и интегралы на группах.

Изучается мера Хаара и её обобщения на компактных абелевых группах и интегрирование относительно этих мер. Рассматриваются частные случаи таких групп, в частности, группа  $p$ -адических чисел

**Тема 3.** Ряды по ортогональным системам на группах.

Тригонометрическая система в экспоненциальном виде представляет собой систему характеров на группе вращений окружности. Изучаются аналогичные системы, определённые на других компактных абелевых группах, в частности, на двоичной группе Кантора (система Уолша) и на группе  $p$ -адических чисел. Рассматриваются ряды по таким системам.

**Тема 4.** Обобщение понятия непрерывности и производной.

Изучаются такие понятия непрерывности и производной, в определении которых используются обобщённые дифференциальные базисы (вместо базиса из интервалов) и обобщённые понятия приращения функции. Среди таких обобщений производных рассматривается аппроксимативная производная, двоичная производная и другие.

**Тема 5.** Классы функций абсолютно непрерывных и ограниченной вариации и обобщение этих классов.

Изучаются классы функций, играющих важную роль в теории дифференцирования и интегрирования. Рассматриваются меры, определяемые этими функциями.

**Тема 6.** Неабсолютные интегралы.

Изучается такое обобщение римановского метода построения интеграла, которое позволяет определить интегралы более общие, чем интеграл Лебега, и решающие, в частности, задачу восстановления дифференцируемой функции по её производной.

**Комментарии.**

Предварительная литература по темам №1 и №5:

Т. П. Лукашенко, В. А. Скворцов, А. П. Солодов. Обобщённые интегралы. — М.: URSS. — 2011.

Предварительная литература по теме №2 и №3:

Б. И. Голубов, А. Ефимов, В. А. Скворцов. Ряды и преобразования Уолша. — М.: URSS. — 2008.

Предварительная литература по теме №4:

И. П. Натансон. Теория функций вещественной переменной.

М. Гусман. Дифференцирование интегралов в  $\mathbb{R}^n$ . — 1978.

**Сопрунов Сергей Фёдорович**  
**Преподаватель кафедры математической логики и теории алгоритмов**  
**адрес эл. почты: soprunov@mail.ru**

**Способ связи:** через Zoom, необходима предварительная договорённость по электронной почте

**Тема 1.** Понятно, как можно определить трёхместное отношение для рациональных чисел « $x$  лежит между  $y$  и  $z$ », через двухместное отношение « $x$  меньше  $y$ ». Попробуйте доказать, что обратное — невозможно: для рациональных чисел невозможно определить «меньше» через «между». Если у вас это получилось, вам предлагается следующая тема курсовой работы: «Описание классов (пространств) отношений, определимых через порядок целых чисел».

**Тема 2.** Понятно, как можно определить трёхместное отношение для рациональных чисел « $x$  лежит между  $y$  и  $z$ » через двухместное отношение « $x$  меньше  $y$ ». Попробуйте доказать, что обратное — невозможно: для рациональных чисел невозможно определить «меньше» через «между». Если у вас это получилось, вам предлагается следующая тема курсовой работы: «Описание классов (пространств) отношений, определимых через отношение  $y = x + 1$  для натуральных чисел».

**Тема 3.** Будем рассматривать счётные структуры, сигнатура которых состоит из имен объектов и имен отношений, и (элементарные) расширения таких структур (определение несложно, есть в стандартных курсах математической логики. Назовем структуру  $B$  пополнением структуры  $A$ , если  $B$  является (элементарным) расширением структуры  $A$ , а всякое расширение  $B$  изоморфно  $B$ . Тема курсовой работы: «Построение пополнений структур». В качестве структур будут рассматриваться числовые множества, бесконечные графы.

**Степанова Мария Александровна**  
**ассистент кафедры теории функций и функционального анализа**  
**адрес эл. почты: step\_masha@mail.ru**

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Отображения вещественных трёхмерных поверхностей в двумерном комплексном пространстве.

**Тема 2.** Представление многочленов двух комплексных переменных суперпозициями аналитических функций одного переменного.

**Тема 3.** Отображения вещественных трёхмерных поверхностей в двумерном комплексном пространстве.

**Тема 4.** Представление многочленов двух комплексных переменных суперпозициями аналитических функций одного переменного.

**Таранников Юрий Валерьевич**  
**Доцент кафедры дискретной математики**  
**адрес эл. почты: yutarann@gmail.com**

**Способ связи:** предварительное обсуждение по электронной почте; после по договоренности беседа в Зуме или очная встреча (например, в пятницу после 12:20 в ауд. 16-14 или около).

**Тема 1.** Рассматриваются и бывают полезны локальные в том или ином смысле преобразования булевых функций от фиксированного числа переменных, преследующие целью оптимизацию тех или иных параметров. Предлагается действовать более смело и подвергать булеву функцию более решительным преобразованиям, меняющим даже число ее переменных, но так, чтобы все-таки контролировать некоторые ее параметры. Примеры таких преобразований имеются. Задачей-максимумом является решение некоторой оптимизационной задачи, находящей функцию с максимальным числом переменных при некоторых фиксированных параметрах (кандидат на такую функцию имеется). Задачей-минимумом является пополнение коллекции нетривиальных преобразований. Возможно, даже одно новое нетривиальное преобразование может составить основу научной работы. Скорее всего, основной техникой будет работа с многочленами, как булевыми (Жегалкина), так и действительными. Приветствуется склонность к программированию для нахождения и проверки преобразований при малом числе переменных.

**Тема 2.** Булевы бент-функции являются красивым и полезным объектом, как в комбинаторике, так и в приложениях к криптографии. Долгое время самым большим из известных семейств бент-функций считалось семейство Майораны — МакФарланда. Недавно было придумано новое семейство и доказано, что оно имеет большую, чем у семейства Майораны — МакФарланда, мощность. Однако работ по новому семейству пока крайне мало; возможно, потому, что исследователи пока не знают, как с ним работать: функции из этого семейства выражаются в не совсем явном виде; точнее, в явном, но после долгих преобразований. Прежде всего требуются эффективные методы представления этих функций и порождения по порядковому номеру соответствующей ему функции из всего этого множества или из достаточно большого его подмножества. Кроме того, имеется большое число работ, где известные семейства бент-функций применяются для каких-либо определенных целей. Полезно будет провести аналогичное исследование для нового семейства бент-функций. Для вхождения в тему потребуется освоить некоторую теорию; впрочем, вполне посильную. Полезными для работы качествами могут оказаться любовь к комбинаторике, алгебре и геометрическое воображение (в  $n$ -мерном кубе).

**Комментарии.** В ходе обсуждений можно согласовать и другие темы для научной работы.

**Шапошников Станислав Валерьевич**  
профессор кафедры математического анализа  
адрес эл. почты: [questmatan@mail.ru](mailto:questmatan@mail.ru)

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Вероятностные решения уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова

Уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова играют важную роль в моделировании физических, биологических и экономических явлений. Такие уравнения активно исследуются уже почти столетие, но даже в одномерном случае на несколько принципиальных вопросов пока не удастся получить ответы. К таким вопросам можно отнести единственность вероятностного решения и зависимость существования и единственности от начальных условий.

**Комментарии.** Предварительно можно посмотреть видео доклада по [ссылке](#).

**Шарыгин Георгий Игорьевич**  
Доцент кафедры дифференциальной геометрии и приложений  
адрес эл. почты: [gshar@yandex.ru](mailto:gshar@yandex.ru)

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Деформационное квантование и современные методы физики

Предлагается разобрать работы Каттанео и Фельдера, связывающие конструкцию \*-произведения Концевича и пуассонову сигма-модель. Если хватит времени и сил, можно попытаться сформулировать аналогичные конструкции для деформационного квантования с дополнительными условиями.

**Комментарии.** Если студентов будет больше одного, тему можно будет варьировать и подразбивать.

**Шафаревич Антон Андреевич**  
Доцент кафедры высшей алгебры  
адрес эл. почты: shafarevich.a@gmail.com

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Конечномерные локальные алгебры.

Локальной алгеброй называется алгебра с единственным максимальным идеалом. Известно, что есть соответствие между конечномерными локальными алгебрами и действиями группы  $\mathbb{C}^n$  на проективном пространстве с плотной орбитой. Позже были получены различные обобщения и аналоги подобных соответствий. В рамках курсовой студенту будет предложено разобраться в указанном выше соответствии и попытаться придумать различные аналоги/обобщения этого соответствия.

**Шкляев Александр Викторович**  
Старший научный сотрудник кафедры математической статистики  
и случайных процессов  
адрес эл. почты: alexander.shklyaev@math.msu.ru

**Способ связи:** встречи на кафедре (по предварительной договоренности по электронной почте).

**Тема 1.** Предельные теоремы для конечных марковских цепей. Важную роль в теории вероятностей играют марковские цепи. Однако, в рамках конечных цепей работа с ними сводится по существу к работе с обычными матрицами. Мы начнём с вопроса о том, как ведёт себя матрица при возведении в большую степень, а из этого получим ряд интересных предельных теорем.

**Тема 2.** Непараметрическое правдоподобия. Подход максимизации правдоподобия в параметрической статистике является одним из ключевых. Однако, его аналог для непараметрических данных появился лишь в конце 20 века и базовые модели в нем очень просты — требуют лишь умения искать максимум функции с параметром. В рамках данной работы мы научимся строить такого рода оценки и испытаем собственные оценки на практике в пакете Python.

# ОТДЕЛЕНИЕ МЕХАНИКИ

**Бугров Дмитрий Игоревич**  
доцент прикладной механики и управления  
адрес эл. почты: [dmitry.bugrov@math.msu.ru](mailto:dmitry.bugrov@math.msu.ru)

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Математическое моделирование движения робота-манипулятора.

Требуется изучить способы описания движения звеньев робота-манипулятора, построить математическую модель управляемой системы.

**Вакулюк Василий Владимирович**  
старший научный сотрудник кафедры механики композитов  
адрес эл. почты: [composite\\_msu@mail.ru](mailto:composite_msu@mail.ru)

**Способ связи:** у кафедры (ауд. 14-11) по понедельникам с 18:00.

**Тема 1.** Дробная производная и дробный интеграл в механике сплошных сред.

Предполагается познакомиться с теорией обобщения интегрирования на нецелые показатели степени. Использование данного аппарата для описания механических свойств вязкоупругих материалов, промежуточных между идеально-упругими (пружина) и идеально-вязкими (поршень) позволяет точнее учесть особенности, в частности, полимерных образцов.

**Тема 2.** Моделирование биотканей (костная ткань, мышцы, кожа, кровеносные сосуды и др.) с использованием вязкоупругих определяющих соотношений.

Для адекватного описания поведения биологических тканей необходимо привлекать аппарат вязкоупругих интегральных зависимостей деформаций (перемещений) от напряжений (приложенных усилий), где пределы интегрирования зависят от времени. В простейших случаях такие зависимости можно моделировать «наивными» механическими моделями состоящими из последовательно или параллельно соединённых пружин и поршней. А при обобщении на нелинейные случаи могут быть использованы цепные и непрерывные дроби, или геометрические плоские и пространственные структуры.

**Тема 3.** Использование нелинейной вязкоупругой модели для описания резинокордных композитов.

Механические свойства резинокордных композитов, примерами которых являются автомобильные шины, можно моделировать нелинейной интегральной зависимостью между напряжениями (силами) и деформациями (перемещениями), зависящей от времени, в частности используя интегралы Стилтеса.

**Тема 4.** Моментная теория вязкоупругости.

Предполагается познакомиться с новыми моментными несимметричными моделями в определяющих соотношениях, где зависимость между тензорами напряжений и деформаций представляет собой интегральную связь по времени и обобщает классические соотношения моментной теории упругости.

**Тема 5.** Моделирование механических свойств канатов, верёвок и тканей с учётом вязкоупругости.

Актуальная и важная проблема адекватного описания прочностных характеристик плетёных канатов, верёвок с сердечником и внешней оплёткой, а также разных видов переплетения нитей в тканях с использованием соотношений линейной теории вязкоупругости. Возможно участие в подготовке и проведении экспериментов с альпинистским снаряжением.

**Персональная страница:** <http://new.math.msu.su/department/composite/vakulyuk.htm>

**Вигдорович Игорь Ивлианович**  
доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник кафедры гидромеханики  
адрес эл. почты: [vigdorovich.igor@gmail.com](mailto:vigdorovich.igor@gmail.com)

**Способ связи:** договоренность по электронной почте.

**Тема 1.** Движение твёрдых частиц в окрестности точек торможения стационарного потока жидкости.

Перенос мелких твёрдых частиц потоком воздуха или воды — ситуация, которую часто можно наблюдать в природных и технических процессах. В работе предлагается исследовать движение твёрдых частиц вблизи особых точек стационарного потока, где скорость жидкости обращается в нуль. Оказывается, что при определённых условиях эти точки и их окрестности являются местами скопления частиц, где объёмная плотность дискретной фазы неограниченно возрастает.

Для выполнения этой аналитической работы достаточно знаний линейной алгебры и теории матриц, получаемых на втором курсе.

**Завойчинская Элеонора Борисовна**  
профессор кафедры теории упругости  
адрес эл. почты: [eleonor.zavoychinskaya@math.msu.ru](mailto:eleonor.zavoychinskaya@math.msu.ru)

**Способ связи:** договоренность по электронной почте.

**Тема 1.** Моделирование поведения материалов и элементов конструкций при механическом нагружении в агрессивных средах.

**Тема 2.** Физическо-механические основы разрушения полимерных материалов.

**Измодепов Владислав Валерьевич**  
профессор кафедры аэромеханики и газовой динамики  
адрес эл. почты: [vlad.izmodenov@gmail.com](mailto:vlad.izmodenov@gmail.com)

**Способ связи:** встреча у кафедры (необходима предварительная договоренность по электронной почте).

**Тема 1.** Модель Паркера солнечного ветра и солнечный зонд «Паркер».

**Тема 2.** Особенности распределения межзвездной пыли в окрестности Земли.

**Тема 3.** Моделирование экзосфер Земли и Марса.

**Кулешов Александр Сергеевич**  
доцент кафедры теоретической механики и мехатроники  
адрес эл. почты: kuleshov@mech.math.msu.su  
телефон: +7 (903) 536-87-22

**Способ связи:** встреча у кафедры (ауд. 16-17 главного здания МГУ)

По понедельникам: 17:00 — 18:00.

По вторникам: 12:00 — 15:00.

По субботам: 17:00 — 18:00.

Необходима предварительная договорённость по электронной почте.

**Тема 1.** Задача о движении твёрдого тела с неподвижной точкой в потоке частиц.

Уравнения движения твёрдого тела с неподвижной точкой в свободном молекулярном потоке частиц обобщают классические уравнения Эйлера — Пуассона движения тяжёлого твёрдого тела с неподвижной точкой. При этом действующие на тело моменты зависят от весьма неожиданных характеристик, в частности, от площади «тени», которую отбрасывает тело на плоскость, перпендикулярную потоку частиц. Поэтому возникает вопрос: какими свойствами обладает соответствующая «тень» с случае движения осесимметричного тела или центрально-симметричного тела? Насколько точно мы можем определить выражения для моментов, действующих на тело в этот случае и т. д. Для вычисления соответствующих характеристик достаточно владеть основами математического анализа (дифференциальным и интегральным исчислением).

**Тема 2.** Задача о движении точки, брошенной под углом к горизонту, в среде с сопротивлением.

Всем известна задача о точке, брошенной под углом к горизонту под действием силы тяжести. Угол, обеспечивающий максимальную дальность полета, оказывается равным 45 градусов. Но если предположить, что на точку, кроме силы тяжести, действует также сила сопротивления, зависящая от скорости точки, то задача нахождения угла, при котором обеспечивается максимальная дальность полета, существенно усложняется. Даже в случае линейного сопротивления (сила сопротивления пропорциональна скорости с постоянным коэффициентом пропорциональности), угол, обеспечивающий максимальную дальность полета, выражается через  $W$ -функции Ламберта. Поэтому возникает вопрос: какой должна быть зависимость силы сопротивления от скорости, чтобы задача определения оптимального угла броска решалась до конца (в результате решения получалась бы конечная формула для определения угла, обеспечивающего максимальную дальность полета).

**Левин Владимир Анатольевич**  
**профессор кафедры вычислительной механики**  
**адрес эл. почты: v.a.levin@mail.ru,**  
**телефон: +7 (495) 177-36-18**

**Способ связи:** встреча у кафедры по вторникам с 12 до 15 (необходима предварительная договоренность по электронной почте).

**Тема 1.** Геомеханика (оценка напряжённо-деформированного состояния вблизи скважины, горной выработки, подземных хранилищ с учётом нелинейных эффектов. Моделирование динамических воздействий, закритических сценариев нагружения).

**Тема 2.** Оценка эффективных прочностных характеристик композиционных материалов (слоистоволокнистых, тканых, металлокомпозитов).

**Тема 3.** Оценка прочностных характеристик элемента конструкции при возникновении области с новыми свойствами в результате механического (кристаллизация, твердотельный фазовый переход) или не механического (радиационное, температурное) воздействия.

**Тема 4.** Точные решения задач теории наложения больших деформаций (и их использование при тестировании промышленного программного обеспечения).

**Тема 5.** Разработка элементов промышленного облачного сервиса для прочностного анализа [www.sim4design.com](http://www.sim4design.com).

**Ссылки:** [www.cae-fidesys.com](http://www.cae-fidesys.com)

**Морозов Виктор Михайлович**  
**главный научный сотрудник НИИ Механики МГУ,**  
**профессор кафедры прикладной механики и управления**  
**адрес эл. почты: moroz@imec.msu.ru,**  
**телефон: 8 (495) 939-31-10**

**Способ связи:** по электронной почте, встреча у каб. 301 Института механики МГУ по средам с 9 до 14.30

**Тема 1.** Стационарные движения спутника около центра масс в гравитационном и магнитном полях Земли и их стабилизация.

Задачи управления движением спутников являются важными и активно разрабатываются. Цель работы — познакомиться с выводом уравнений движений спутника около центра масс при его движении по орбите вокруг Земли. Изучение влияния различных механических моментов (гравитационных, магнитных, аэродинамических) на устойчивость стационарных движений. Рассмотрение способов их стабилизации при помощи моментов различной природы. Особенность этих задач состоит в том, что их математическими моделями являются системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Исследование таких систем представляет интерес не только практический, но и теоретический. По этой проблематике можно предложить несколько тем.

**Пелевина Дарья Андреевна**  
доцент кафедры гидромеханики  
адрес эл. почты: pelevina.daria@gmail.com

**Способ связи:** встреча у кафедры (ГЗ ауд. 16-18) в понедельник с 13 до 14 или среда с 15 до 16 (необходима предварительная договоренность по электронной почте)

**Тема 1.** Опыты по созданию мобильных мини-роботов из намагничивающихся материалов. Намагничивающиеся эластомеры — новые перспективные материалы, состоящие из намагничивающихся частиц и вязкоупругой матрицы. Их движением и формой можно управлять с помощью магнитных полей. Из таких материалов можно создавать мобильные роботы достаточно малых размеров, которые могут использоваться в медицинских и технических приложениях. Студентам предлагается ознакомиться с уже разработанными в нашей лаборатории роботами из намагничивающихся материалов и самостоятельно создавать новые прототипы роботов из изотропных и анизотропных эластомеров, а также экспериментально исследовать движения этих роботов в магнитных полях. Основной акцент делается на влиянии окружающих жидкостей на поведение образцов. В дальнейшем студентам предлагается присоединиться к написанию математических моделей движения таких роботов и численному расчету скорости их движения.

**Тема 2.** Интересные эффекты взаимодействия магнитной жидкости с различными телами в магнитном поле.

Магнитные жидкости — суспензии ферромагнитных частиц в различных жидкостях-носителях, например в воде или масле. Их формой поверхности, положением, а также физическими свойствами можно управлять с помощью внешнего магнитного поля, в связи с чем магнитные жидкости широко применяются в технике и медицине. В магнитном поле на тела, помещенные в магнитную жидкость, действуют силы, и на магнитную жидкость со стороны тел также действуют силы. Этот эффект можно использовать для создания различных технических устройств, например насосов и клапанов, управляемых магнитным полем. В работе студенту первоначально предлагается преимущественно экспериментальное исследование новых способов создания направленного движения — течения перекачиваемой жидкости, плавания или движения тел в магнитной жидкости и др. В дальнейшем предполагается построение математических моделей и теоретическое описание наблюдаемых в эксперименте явлений.

Сутырин Олег Георгиевич  
Ведущий научный сотрудник, ассистент НИИ механики МГУ,  
кафедра гидромеханики  
адрес эл. почты: [sutyurin@imec.msu.ru](mailto:sutyurin@imec.msu.ru),  
Вконтакте: <https://vk.com/omican>

**Способ связи:** написать Вконтакте или на почту. Также доступен по средам в НИИ механики (к. 235) с 11 до 15.

**Тема 1.** Численное моделирование сверхзвуковых течений газов.

Нужно будет освоить несколько несложных конечно-разностных численных методов, написать программу (предпочтительно на языке Си/Си++), изучить программу для визуализации течений.

**Тема 2.** Детонационное горение горючих газовых смесей.

Изучить основы распространения волн детонации в газах, включая внутреннюю структуру — зоны «индукции» и «реакции». На основе упрощенной модели горения построить графики давления, температуры и плотности во фронте одномерной детонационной волны.

**Тема 3.** Химическая кинетика горения газовых смесей.

Изучить основы химических процессов горения — закон действующих масс, закон Аррениуса, константы равновесия — и некоторые способы решения жестких систем ОДУ. Написать программу, описывающую горение смеси в точечном «реакторе».

**Хвостунков Кирилл Анатольевич**  
доцент кафедры теории пластичности  
адрес эл. почты: kirill.khvosunkov@math.msu.ru,  
WhatsApp: +7 (925) 507-97-51

**Способ связи:** написать в WhatsApp и договориться о личной встрече или в Zoom.

**Тема 1.** Вероятность разрушения волокна.

Определение распределения вероятности разрушения хрупких волокон при растяжении и изгибе. Удивительно, но существующие методики не позволяют прогнозировать прочность на растяжение волокна по данным прочности его на изгиб. Задачу будем решать не только теоретически, а буквально на спагетти проводить натурные испытания. И по данным проведенных испытаний проверять надежность теоретических результатов. Работа с очень большой теоретико-экспериментальной перспективой работы с новыми высокотемпературными композитными материалами.

**Тема 2.** Форма равновесия гравитирующей тонкостенной упругой системы.

Даже простая задача об устойчивости стержня в условиях взаимного гравитационного притяжения частиц тела вызвала затруднения у великих современных ученых. Нам же предстоит исследовать класс функций, который описывает закритические формы равновесия упругих тонкостенных систем. Начнем с упругой нити с гравитирующими бусинками, а закончим проектирование надежности монтажа реальных крупноразмерных космических антенн.

**Тема 3.** Как узнать, когда материал разрушится при неизменной внешней нагрузке?

Недавно в Японии забили тревогу — ранее надежно построенные здания, рассчитанные на самые сильные землетрясения, выдерживали стихию, а спустя несколько десятков лет, стали разрушаться при менее сильных толчках. Построение и исследование кинетических уравнений для поврежденности материала — фундаментальная цель, к которой мы будем стремиться на примере определения времени до разрушения медного образца при постоянной растягивающей или изгибающей нагрузках.

**Тема 4.** Реальные деформации и разрушения в VR.

Виртуальное пространство уже визуально неотличимо от реального. Можно вполне обмануться и испытывать неподдельный страх, находясь в вымышленном нарисованном цифровом мире. Там можно обучать людей опасным профессиям, не подвергая риску во время работы на тренажере. Важно, чтобы процессы соответствовали реальным физическим процессам реального мира. Задача о прогибе доски на строительных лесах должна добавить реалистичности в момент моделирования работ на большой высоте. Не только освоение методов сопротивления материалов, но и получения навыков внедрения актуальных законов в программную оболочку VR — будет увлекательной историей!

**Комментарий.** Есть и другие интересные темы.

**Хохлов Андрей Владимирович**  
доцент кафедры механики композитов,  
ведущий научный сотрудник НИИ механики МГУ  
адрес эл. почты: andrey-khokhlov@ya.ru

**Способ связи:** по электронной почте.

**Тема 1.** Плотные упаковки шаров и связанные с ними задачи механики и геометрии.

**Тема 2.** Дятел как механическая система и источник технологий.

**Тема 3.** Рукотворный рободятел.

**Тема 4.** Почему река часто петляет, но редко ветвится?

**Тема 5.** Упругие и вязкоупругопластичные материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона, характерные особенности свойств и приложения.

**Тема 6.** Полуумные и псевдоумные материалы.

**Шешенин Сергей Владимирович**  
профессор кафедры теории пластичности  
адрес эл. почты: sergey.sheshenin@math.msu.ru

**Способ связи:** встреча у кафедры в четверг с 12 до 15 (необходима предварительная договоренность по электронной почте).

**Тема 1.** Метод конечных элементов в пакете Математика. Применение для метаматериалов.

**Тема 2.** Нейросети и их реализация в пакете Математика. Применение для геоматериалов.

**Тема 3.** Рентгеновская томография. Применение в многомасштабных и многоуровневых методах.

**Тема 4.** Композиты с металлической матрицей.

**Комментарий.** Эти темы и возможные другие темы связаны с применением компьютеров и программирования. Подробное разъяснение — при встрече!