

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет


УТВЕРЖДАЮ
декан механико-
математического факультета
/А.И.
Шафаревич /
«_14_» _октября_ 2021г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Введение в теорию нечетких множеств

Уровень высшего образования:

магистратура

Направление подготовки / специальность:

02.04.01 "Математика и компьютерные науки" (3++)

Направленность (профиль)/специализация ОПОП:

Интеллектуальные системы. Теория и приложения

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании Ученого совета механико-математического факультета
(протокол № 7 от 14 октября 2021 года)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 13.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:

дисциплина относится к блоку профессиональной подготовки вариативной части ОПОП ВО.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Знать: основные понятия, концепции, результаты и методы дискретной математики, теории вероятностей, математического анализа и линейной алгебры.

Уметь: решать стандартные задачи дискретной математики и теории вероятностей.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ПК-6. Способен руководить проектами со стороны заказчика по созданию, поддержке и использованию системы искусственного интеллекта на основе нечетких моделей и методов	ПК-6.1. Руководит работами по оценке и выбору моделей искусственных нейронных сетей и инструментальных средств для решения поставленных задач со стороны заказчика ПК-6.3. Руководит проектами по разработке, систем искусственного интеллекта на основе моделей глубоких нейронных сетей и нечетких моделей и методов со стороны заказчика	ПК-6.1. З-1. Знает функциональность современных инструментальных средств и систем программирования в области создания моделей искусственных нейронных сетей, в том числе сетей-трансформеров и сетей с автоматически генерируемой архитектурой ПК-6.1. У-1. Умеет проводить оценку и выбор моделей искусственных нейронных сетей и инструментальных средств для решения задач машинного обучения ПК-6.1. У-2. Умеет применять современные инструментальные методы и средства обучения моделей искусственных нейронных сетей ПК-6.3. З-2. Знает подходы к применению моделей на основе нечеткой логики в системах искусственного интеллекта ПК-6.3. У-1. Умеет руководить выполнением коллективной проектной деятельности для создания, поддержки и использования систем искусственного интеллекта на основе моделей глубоких нейронных сетей и нечетких моделей и методов

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 3 з.е., в том числе 32 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 76 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы	Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости* (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы				
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Тема 1 Нечеткие множества и нечеткие отношения.	12		28	40	опрос
Тема 2 Нечеткий вывод. Нечеткое управление.	4		10	14	опрос
Тема 3 Лингвистическая переменная и полные ортогональные семантические пространства.	10		24	34	опрос
Тема 4 Метод выбора оптимального множества значений качественных признаков. Применение метода в задачах поиска и распознавания образов.	6		14	20	опрос
Другие виды самостоятельной работы (отсутствуют)	—	—			—
Промежуточная аттестация (экзамен)					
Итого	32		76	108	—

5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Тема 1 Нечеткие множества и нечеткие отношения.	История возникновения теории нечетких множеств и основные этапы ее развития. Содержательное и формальное описание понятия «нечеткое множество», примеры некоторых часто используемых видов функций принадлежности. Операций пересечения, объединения и дополнения для нечетких множеств, а также их обобщения. Множество нечетких подмножеств и его свойства. Подмножества α -уровня. Декомпозиция нечетких множеств. Расстояния между нечеткими множествами. Понятие степени нечеткости множества, некоторые свойства степени нечеткости множества. Нечеткие отношения, основные операции и их свойства.
2.	Тема 2 Нечеткий вывод. Нечеткое управление.	Элементы теории приближенных рассуждений. Нечеткие <i>modus ponens</i> и <i>modus tollens</i> . Примеры некоторых часто используемых нечетких обобщений импликации. Алгоритмы Мамдани (Mamdani) и Сугено (Sugeno).
3.	Тема 3 Лингвистическая переменная и полные ортогональные семантические пространства.	Понятия лингвистической переменной и полных ортогональных семантических пространств. Модель описания человеком объектов. Аксиомы степени нечеткости для полных ортогональных семантических пространств. Теорема существования степени нечеткости полных ортогональных семантических пространств. Простейшая степень нечеткости и ее свойства. Устойчивость степени нечеткости.
4.	Тема 4 Метод выбора оптимального множества значений качественных признаков. Применение метода в задачах поиска и распознавания образов.	Метод выбора оптимального множества значений качественного признака. Примеры использования метода выбора оптимального множества значений качественного признака в задачах поиска информации и распознавании образов, описанных человеком.

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Примеры заданий для практических занятий

1. Сравнение нечетких и случайных множеств (реферат)
2. Доказать неравенства $T_d \leq T_l \leq T_p \leq T_m$
3. Доказать неравенства $\perp_d \geq \perp_l \geq \perp_p \geq \perp_m$
4. Свойства алгебры $\mathcal{A}_l = \langle \mathcal{F}(U); c, T_l, \perp_l \rangle$
5. Свойства алгебры $\mathcal{A}_d = \langle \mathcal{F}(U); c, T_d, \perp_d \rangle$
6. Проверить выполнение свойства $A \cdot (B \cap C) = A \cdot B \cap A \cdot C$
7. Проверить выполнение свойства $A \cdot (B \cup C) = A \cdot B \cup A \cdot C$
8. Проверить выполнение свойства $A \hat{\wedge} (B \cap C) = A \hat{\wedge} B \cap A \hat{\wedge} C$
9. Проверить выполнение свойства $A \hat{\wedge} (B \cup C) = A \hat{\wedge} B \cup A \hat{\wedge} C$
10. Вычислить степень нечеткости $\xi(A) = 2 e(A, \check{A})$ для $S(u; \alpha, \beta, \gamma)$. Проверить выполнение аксиом A1-A4.
11. Вычислить степень нечеткости $\xi(A) = 1 - 2 \delta(A, A_{0,5})$ для $S(u; \alpha, \beta, \gamma)$. Проверить выполнение аксиом A1-A4.
12. Вычислить степень нечеткости $\xi(A) = 2 e(A, \check{A})$ для $\pi(u; \beta, \gamma)$. Проверить выполнение аксиом A1-A4.
13. Вычислить степень нечеткости $\xi(A) = 1 - 2 \delta(A, A_{0,5})$ для $\pi(u; \beta, \gamma)$. Проверить выполнение аксиом A1-A4.
14. Вычислить степень нечеткости $\xi(A) = 2 e(A, \check{A})$ для линейной функции принадлежности множества $(L - R)$ -типа. Проверить выполнение аксиом A1-A4.
15. Вычислить степень нечеткости $\xi(A) = 1 - 2 \delta(A, A_{0,5})$ для линейной функции принадлежности множества $(L - R)$ -типа. Проверить выполнение аксиом A1-A4.
16. Всегда ли композиция $\mathcal{R}_1 \circ \mathcal{R}_2$ или $\mathcal{R}_2 \circ \mathcal{R}_1$ двух транзитивных отношений \mathcal{R}_1 и \mathcal{R}_2 есть транзитивное отношение?

17. Доказать, что α – уровень транзитивного замыкания нечеткого отношения совпадает с транзитивным замыканием соответствующего α – уровня.
18. Примеры рефлексивных, симметричных, транзитивных нечетких отношений.
19. Примеры не рефлексивных, не симметричных, не транзитивных нечетких отношений.
20. Всегда ли композиция двух транзитивных нечетких отношений является транзитивным отношением?
21. Доказать, что любое совершенно антисимметричное отношение является антисимметричным.
22. Выбор варианта импликации для прикладной задачи.
23. Назначение фазификатора и дефазификатора в нечетких системах управления.
24. Привести пример $s_2 \in G(L): \xi(s_2) = 1$ для функции расстояния $d(f, g) = \int_U |f(u) - g(u)| du$.
25. Интерпретация степени нечеткости $\xi(s_t), s_t \in G(L)$ для простейшего случая (f – линейная функция).
26. Сколько существует функционалов $\xi(s_t), s_t \in G(L)$ для $f \in P^2$?
27. Степень нечеткости множества, индуцированная тривиальной $s_2 \in G(\bar{L})$.
28. Интерпретация теоремы о линейных преобразованиях.
29. Привести пример $s_t \in G^\delta(\bar{L})$, на которой достигается нижняя оценка $\xi(s_t)$.
30. Привести пример $s_t \in G^\delta(\bar{L})$, на которой достигается верхняя оценка $\xi(s_t)$.
31. Содержательный смысл потерь информации и информационных шумов при нечетком поиске. Соотношение потерь информации и шумов при нечетком поиске.
32. Будет ли множество, оптимальное для описания объектов, также оптимальным для поиска нечеткой информации?
33. Показатели качества классификации нечетких объектов. Связь качества классификации и степени нечеткости.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

Программа экзамена:

1. Алгебра $\mathcal{A}_l = \langle \mathcal{F}(U); c, \top_l, \perp_l \rangle$. Доказательство дистрибутивности в \mathcal{A}_l .
2. Алгебра $\mathcal{A}_d = \langle \mathcal{F}(U); c, \top_d, \perp_d \rangle$. Доказательство не дистрибутивности в \mathcal{A}_d .
3. Доказательство теорем Де-Моргана для $\mathcal{A}_d = \langle \mathcal{F}(U); c, \top_d, \perp_d \rangle$

4. Доказать, что для любой t -нормы T справедливо: $T_d \leq T \leq T_m$.
5. Доказать, что для любой t -конормы справедливо: $\perp_d \geq \perp \geq \perp_m$.
6. Оценка нечеткости множества через энтропию: основные недостатки
7. Метрический и аксиоматический подходы к измерению степени множества
8. Основные свойства класса эквивалентности множеств, имеющих одинаковую степень нечеткости
9. Доказательство ассоциативности \max - \min композиции $R_3 \circ (R_2 \circ R_1) = (R_3 \circ R_2) \circ R_1$ для нечетких отношений
10. Доказательство дистрибутивности относительно объединения для нечетких отношений $R_3 \circ (R_2 \cup R_1) = (R_3 \circ R_2) \cup (R_3 \circ R_1)$
11. Доказательство не дистрибутивности относительно пересечения для нечетких отношений $R_3 \circ (R_2 \cap R_1) \neq (R_3 \circ R_2) \cap (R_3 \circ R_1)$
12. Доказательство монотонности для нечетких отношений $A \subset B \Rightarrow (R \circ A) \subset (R \circ B)$
13. Нечёткие отношения предпорядка и порядка. Теорема о предпорядке.
14. Транзитивное замыкание нечеткого отношения. Теорема о транзитивном замыкании.
15. Доказать, что транзитивное замыкание является наименьшим транзитивным отношением, включающим \mathcal{R} , то есть $\mathcal{R} \subseteq \hat{\mathcal{R}}$, и для любого транзитивного отношения \mathcal{L} такого, что $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{L}$ верно $\hat{\mathcal{R}} \subseteq \mathcal{L}$.
16. Отношения подобия и различия. Теорема о декомпозиции отношения подобия.
17. Нечеткие modus ponens и modus tollens . Примеры нечетких обобщений импликации.
18. Алгоритмы нечеткого вывода Мамдани (Mamdani) и Сугено (Sugeno).
19. Понятия лингвистической переменной и полных ортогональных семантических пространств. Аксиомы степени нечеткости для полных ортогональных семантических пространств.
20. Теорема существования степени нечеткости для полных ортогональных семантических пространств.
21. Теорема о линейных преобразованиях.
22. Метод выбора оптимального множества значений качественного признака. Понятие устойчивости (робастности).
23. Верхние и нижние оценки степени нечеткости $\xi(s_t)$.
24. Классификация задач поиска информации в нечеткой среде. Содержательный смысл потерь информации и шумов при нечетком поиске.
25. Вывод формул потерь информации и шумов при нечетком поиске.
26. Теорема о связи потерь информации и шумов со степенью нечеткости.
27. Оценка качества нечеткой классификации.
28. Теорема о связи качества нечеткой классификации и степени нечеткости.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: опрос, тесты)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические задания)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

7. Ресурсное обеспечение:

7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

1. Заде Л.А. *Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений.* - М.: Мир, 1976.
2. Пфанцгаль И. *Теория измерений.* Пер. с англ. - М.: Мир, 1976.
3. Рыжов А.П. *Модели поиска информации в нечеткой среде.* – М.: Издательство Центра прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2004.
4. Рыжов А.П. *Элементы теории нечетких множеств и измерения нечеткости.* - М.: Диалог-МГУ, 1998.

5. Рыжов А.П. *Гибридный интеллект. Сценарии использования в бизнесе*. Новосибирск, Академиздат, 2019.
 6. Яблонский С.В. *Введение в дискретную математику*. – М.: Наука, 1985.
 7. *Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта*. Под ред. Поспелова Д.А. - М.: Наука, 1986. - 395 с.
 8. *Прикладные нечеткие системы*. Под ред. Т.Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. М., Мир, 1993.
 9. Alexander Ryjov. Towards an optimal task-driven information granulation. In: *Information Granularity, Big Data, and Computational Intelligence*. Witold Pedrycz and Shyi-Ming Chen (Eds.). Springer International Publishing Switzerland 2015, pp. 191-208.
 10. Alexander Ryjov. Personalization of Social Networks: Adaptive Semantic Layer Approach. In: *Social Networks: A Framework of Computational Intelligence*. Witold Pedrycz and Shyi-Ming Chen (Eds.). Springer International Publishing Switzerland 2014, pp. 21-40.
 11. Ryjov A. Fuzzy Linguistic Scales: Definition, Properties and Applications. In: *Soft Computing in Measurement and Information Acquisition*. L. Reznik, V. Kreinovich (Eds.). Springer-Verlag, 2003, pp. 23 – 38.
 12. Zadeh L.A. Towards a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic. *Fuzzy sets and systems* 90, 1997, pp. 111 - 127.
 13. Zadeh L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, v.8, pp. 338-353.
- 7.2. Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства
нет
- 7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
нет
- 7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»
1. <https://www2.eecs.berkeley.edu/Faculty/Homepages/zadeh.html/>
 2. <http://www.intsys.msu.ru/staff/ryzhov/FuzzySetsTheoryApplications.htm>
 3. <http://www.intsys.msu.ru/staff/ryzhov/FuzzyRetrieval2010.htm>
 4. <http://itm.ranepa.ru/node/566>
 5. <https://research.google/teams/brain/pair/>
 6. <https://hai.stanford.edu/>
- 7.5. Описание материально-технического обеспечения.
Аудитории для проведения лекционных занятий.
8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.
9. Разработчик (разработчики) программы.

д.т.н., проф. А.П. Рыжов.