

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет



УТВЕРЖДАЮ
декан механико-
математического факультета
/А.И. Шафаревич /
«14» октября 2021г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:
Теория вероятностей и математическая статистика

Уровень высшего образования:
магистратура

Направление подготовки / специальность:
02.04.01 "Математика и компьютерные науки" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:
Цифровые технологии и искусственный интеллект

Форма обучения:
очная

Рабочая программа рассмотрена и утверждена
на заседании Ученого совета Механико-математического факультета
(протокол №7, от 14 октября 2021 года)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 13.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:

Относится к вариативной части магистерской программы “Искусственный интеллект и цифровые технологии”; является дисциплиной по выбору; профессиональный блок.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть): нет.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю):

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-8. Способен применять методы системного анализа и программное обеспечение для системного моделирования с целью решения задач в сфере исследовательской деятельности	ОПК-8.1. Использует методы системного анализа для постановки задач и отыскания возможных путей их решения в сфере исследовательской деятельности	ОПК-8.1. З-1. Знает основные концепции и методы системного анализа (композиция и декомпозиция, абстрагирование и конкретизация, структурирование, алгоритмизация и др.) ОПК-8.1. З-2. Знает способы применения методов системного анализа и границы их применимости в сфере исследовательской деятельности ОПК-8.1. У-1. Умеет формулировать проблемную ситуацию, определять цели исследования и критерии их достижения ОПК-8.1. У-2. Умеет осуществлять моделирование исследуемой системы, формулировать гипотезы и планировать эксперименты с целью их подтверждения или опровержения
ПК-5. Способен руководить проектами по созданию, поддержке и использованию системы искусственного интеллекта на основе нейросетевых моделей и методов	ПК-5.1. Руководит работами по оценке и выбору моделей искусственных нейронных сетей и инструментальных средств для решения поставленной задачи	ПК-5.1. З-1. Знает функциональность современных инструментальных средств и систем программирования в области создания моделей искусственных нейронных сетей ПК-5.1. У-1. Умеет проводить оценку и выбор моделей искусственных нейронных сетей и

		инструментальных средств для решения задач машинного обучения ПК-5.1. У-2. Умеет применять современные инструментальные средства и системы программирования для разработки и обучения моделей искусственных нейронных сетей
--	--	--

4. Объем дисциплины (модуля) составляет **6 з.е.**, в том числе **72 академических часов**, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, **72 академических часа** на самостоятельную работу обучающихся.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы	Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости* (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы				
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Раздел 1. Введение. Пространство элементарных событий и определение вероятности.		8	24	32	опрос
Раздел 2. Случайные величины.		12	35	47	опрос
Раздел 3. Предельные закономерности теории вероятностей.		12	35	47	опрос
Раздел 4. Проверка статистических гипотез.		12	18	30	опрос
Раздел 5. Оценивание параметров.		12	18	30	опрос
Раздел 6. Связывание признаков.		12	17	29	опрос

Другие виды самостоятельной работы (отсутствуют)	—	—	—	—	—
Промежуточная аттестация (экзамен/зачет)	—	—	1	1	экзамен
Итого	—	68	148	216	—

5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1	Введение. Пространство элементарных событий и определение вероятности.	Введение. Понятие случайного эксперимента. Элементарные события. Пространство элементарных событий. События. Дискретное и непрерывное пространство элементарных событий. Вероятности в дискретных пространствах, вероятности в непрерывных пространствах (плотность вероятности). Примеры. Вероятность и практика. Объективная (частотная) и субъективная (персональная) вероятность. Операции с событиями, связь с вероятностями (формула сложения). Независимые события, независимые случайные эксперименты. Испытания Бернулли. Условные вероятности, формула умножения. Формула полной вероятности, формула Байеса.
2	Случайные величины.	Случайные эксперименты и случайные величины. Дискретные случайные величины. Биномиальное распределение, распределение Пуассона. Их роль в естествознании и экономике. Измерение вероятности: частота события как приближенное значение вероятности. Непрерывные случайные величины. Примеры: показательное и нормальное распределения. Их роль в естествознании и экономике. Преобразования случайных величин. Функции распределения. Числовые характеристики случайных величин: Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Примеры. Дисперсия случайной величина и её свойства. Примеры. Совместные распределения двух или нескольких случайных величин случайных. Маргинальные распределения. Независимые случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы. Коэффициент корреляции и

		его свойства. Двумерное нормальное распределение: плотность распределения, маргинальные распределения, независимость и корреляция. Условное распределение одной переменной при фиксированном значении другой; условное математическое ожидание, условная дисперсия. Регрессия одной переменной по другой.
3	Предельные закономерности теории вероятностей.	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли, измерение вероятности. Расчёт необходимого объёма случайной выборки. Теорема Чебышева. Сходимость по вероятности. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа (интегральная). Классическая центральная предельная теорема. Теорема Пуассона для испытаний Бернулли. Закон малых чисел. Сходимость по распределению.
4	Проверка статистических гипотез.	Принципы проверки статистических гипотез на примере испытаний Бернулли. Минимальный уровень значимости. Понятие об ошибках первого и второго рода. Мощность критерия. Критерий знаков для парных наблюдений. Ранги и их свойства для случайных выборок. Критерий ранговых сумм Уилкоксона для проверки гипотезы о однородности двух независимых выборок. Статистика Манна – Уитни. Распределение статистик Манна – Уитни и Уилкоксона при гипотезе для малых и для больших выборок.
5	Оценивание параметров.	Точечное оценивание параметров. Свойства оценок. Функция правдоподобия. Метод наибольшего правдоподобия. Примеры его применения: выборки из показательного и нормального распределений. Состоятельность оценок наибольшего правдоподобия (аргументация с помощью закона больших чисел и неравенства из теории информации). Свойства выборочных средних и дисперсий для нормальных выборок. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительные интервалы как статистическая форма точности приближения. Методы наибольшего правдоподобия и наименьших квадратов для простой линейной регрессии. Анализ одной и двух нормальных выборок. Критерий Стьюдента.

6	Связь признаков.	Выборочный коэффициент корреляции. Проверка с его помощью гипотезы о независимости гауссовских признаков. Выборка из двумерного нормального распределения. Доверительные интервалы для коэффициента корреляции. Преобразование Фишера. Коэффициенты ранговой корреляции. Проверка с их помощью гипотезы о независимости признаков. Распределение (при гипотезе) коэффициентов ранговой корреляции для малых и для больших выборок. Случайные испытания с несколькими исходами. Критерий хи-квадрат (К.Пирсон) для проверки простых и сложных гипотез о вероятностях. Таблицы сопряженности: проверка гипотезы о независимости признаков. Статистические основы выборочных обследований: простой случайный выбор, выбор из расслоенных совокупностей.
---	------------------	--

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Семинарские занятия:

Раздел 1. Введение. Пространство элементарных событий и определение вероятности.

Раздел 2. Случайные величины.

Раздел 3. Предельные закономерности теории вероятностей.

Раздел 4. Проверка статистических гипотез.

Раздел 5. Оценивание параметров.

Раздел 6. Связывание признаков.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

Вопросы к экзамену

1. Введение. Понятие случайного эксперимента. Элементарные события. Пространство элементарных событий. События.
2. Понятие вероятности. Вероятности в дискретных пространствах, вероятности в непрерывных пространствах (плотность вероятности).
3. Вероятность и практика. Вероятность и практика. Объективная (частотная) и субъективная (персональная) вероятность.

4. Операции с событиями. Операции с событиями, связь с вероятностями (формула сложения).
5. Понятие независимости. Независимые события, независимые случайные эксперименты.
6. Схема Бернулли. Испытания Бернулли.
7. Условная вероятность. Условные вероятности, формула умножения. Формула полной вероятности, формула Байеса.
8. Понятие дискретной случайной величины. Случайные эксперименты и случайные величины. Дискретные случайные величины. Биномиальное распределение, распределение Пуассона. Их роль в естествознании и экономике. Измерение вероятности: частота события как приближенное значение вероятности.
9. Понятие непрерывной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Примеры: показательное и нормальное распределения. Их роль в естествознании и экономике.
10. Понятие функции распределения. Преобразования случайных величин. Функции распределения.
11. Числовые характеристики случайных величин.
12. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание случайной величины и его свойства. Примеры. Дисперсия случайной величины и её свойства.
13. Совместное распределение. Совместные распределения двух или нескольких случайных величин случайных. Маргинальные распределения. Независимые случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы.
14. Ковариация и корреляция. Ковариация и ее свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Ковариационная матрица.
15. Двумерное нормальное распределение. Двумерное нормальное распределение: плотность распределения, маргинальные распределения, независимость и корреляция. Условное распределение одной переменной при фиксированном значении другой; условное математическое ожидание, условная дисперсия. Регрессия одной переменной по другой.
16. Закон больших чисел. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Бернулли, измерение вероятности. Расчёт необходимого объёма случайной выборки. Теорема Чебышева. Сходимость по вероятности.
17. Центральная предельная теорема. Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа (интегральная). Классическая центральная предельная теорема. Теорема Пуассона для испытаний Бернулли. Закон малых чисел. Сходимость по распределению.
18. Резерв. Анализ и повторение сложных тем по результатам контрольных работ и коллоквиума.
19. Проверка статистических гипотез. Принципы проверки статистических гипотез на примере испытаний Бернулли.
20. Критерий знаков. Критерий знаков для парных наблюдений.
21. Ранг наблюдения. Ранги и их свойства для случайных выборок.
22. Критерии Уилкоксона и Манна-Уитни. Критерий ранговых сумм Уилкоксона для проверки гипотезы о однородности двух независимых выборок. Статистика Манна-Уитни. Распределение статистик Манна-Уитни и Уилкоксона для малых и для больших выборок.
23. Оценивание параметров. Метод наибольшего правдоподобия. Примеры его применения: выборки из показательного и нормального распределений.
24. Свойства оценок. Несмещенность, состоятельность, эффективность. Состоятельность оценок наибольшего правдоподобия. Аргументация с помощью закона больших чисел и неравенства из теории информации.
25. Оценки параметров нормального распределения. Свойства выборочных средних и дисперсий для нормальных выборок.

26. Доверительный интервал. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Доверительные интервалы как статистическая форма точности приближения.
27. Простая линейная регрессия. Методы наибольшего правдоподобия и наименьших квадратов для простой линейной регрессии.
28. Анализ одной и двух нормальных выборок.
29. Анализ одной и двух нормальных выборок. Критерий Стьюдента.
30. Связь признаков. Выборочный коэффициент корреляции. Проверка с его помощью гипотезы о независимости гауссовских признаков.
31. Выборка из двумерного нормального распределения. Выборка из двумерного нормального распределения. Доверительные интервалы для коэффициента корреляции. Преобразование Фишера.
32. Коэффициент ранговой корреляции. Коэффициенты ранговой корреляции. Проверка с их помощью гипотезы о независимости признаков. Распределение коэффициентов ранговой корреляции для малых и для больших выборок.
33. Критерий Пирсона. Случайные испытания с несколькими исходами. Критерий хи-квадрат (К.Пирсон) для проверки простых и сложных гипотез о вероятностях.
34. Проверка гипотезы о независимости признаков. Таблицы сопряженности: проверка гипотезы о независимости признаков.
35. Статистические основы выборочных обследований. Статистические основы выборочных обследований: простой случайный выбор, выбор из расслоенных совокупностей.
36. Резерв. Повтор сложного материала по результатам контрольных работ и подготовка к экзамену.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: опрос, тесты)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические задания)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности)	Успешное и систематическое умение

			непринципиального характера)	
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

7. Ресурсное обеспечение:

7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

Основная литература:

1. Тюрин Ю. Н., Макаров А.А., Симонова Г. И., Теория вероятностей: учебник для экономических и гуманитарных специальностей. -- М.: МЦНМО, 2009.
i. - 256 с.
2. Тюрин Ю. Н., Макаров А.А., Анализ данных на компьютере: учебное пособие. - 4-е изд., перераб. - М.: ИД Форум, 2008. - 368 с., ил. - (Высшее образование).
3. Айвазян, С.А., Мхитарян, В.С. (2001) *Прикладная статистика и основы естествознания* (2-е изд.). Том 1: Теория вероятностей и прикладная статистика. — М.: ЮНИТИ, 656 с.
4. Айвазян, С.А., Мхитарян, В.С. (2001) *Прикладная статистика в задачах и упражнениях*. — М.: ЮНИТИ, 270 с.

Дополнительная литература:

1. Ивашев-Мусатов О. С., Теория вероятностей и математическая статистика: учеб.пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ФИМА, 2003. - 224 с.
2. Фадеева Л. Н., Лебедев А. В., Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Эксмо, 2010. - 496 с. -- (Новое экономическое образование).

7.2.Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства

Для обеспечения реализации дисциплины используется стандартный комплект программного обеспечения (ПО), включающий регулярно обновляемое лицензионное ПО Windows и MS Office.

7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

<http://window.edu.ru/> Электронная библиотека учебно-методической литературы для общего и профессионального образования;

<http://elibrary.ru/> Научная электронная библиотека;

<http://www.scholar.ru/> Научные статьи, диссертации и авторефераты из электронных научных библиотек.

7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7.5. Описание материально-технического обеспечения.

Механико-математический факультет, ответственный за реализацию данной программы, располагает соответствующей материально-технической базой. Материальная база факультета соответствует действующим санитарно-техническим нормам и обеспечивает проведение всех видов занятий и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом.

8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.

9. Разработчик (разработчики) программы

доцент, к.ф.-м.н. – Болдин Михаил Васильевич.