

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет


УТВЕРЖДАЮ
декан механико-
математического факультета
_____/А.И.
Шафаревич /
« 14 » октября 2021г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Теория графов и синтез БИС

Уровень высшего образования:

магистратура

Направление подготовки / специальность:

02.04.01 "Математика и компьютерные науки" (3++)

Направленность (профиль)/специализация ОПОП:

Интеллектуальные системы. Теория и приложения

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании Ученого совета механико-математического факультета
(протокол № 7 от 14 октября 2021 года)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 13.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО: дисциплина относится к блоку профессиональной подготовки вариативной части ОПОП ВО.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Знать: основные понятия, концепции, результаты и методы дискретной математики, математического анализа, высшей алгебры, линейной алгебры, теории вероятностей, математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии.

Уметь: решать стандартные задачи по дискретной математике, высшей алгебре, математическому анализу, аналитической геометрии.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ПК-1. Способен исследовать применение интеллектуальных систем для различных предметных областей	ПК-1.1. Исследует направления применения систем искусственного интеллекта для различных предметных областей ПК-1.2. Выбирает комплексы методов и инструментальных средств искусственного интеллекта для решения задач в зависимости от особенностей предметной области	ПК-1.1. З-1. Знает направления развития систем искусственного интеллекта, методы декомпозиции решаемых задач с использованием искусственного интеллекта ПК-1.1. У-1. Умеет осуществлять декомпозицию решаемых задач с использованием искусственного интеллекта ПК-1.2. З-1. Знает методы и инструментальные средства систем искусственного интеллекта, критерии их выбора и методы комплексирования в рамках применения интегрированных гибридных интеллектуальных систем различного назначения ПК-1.2. У-1. Умеет выбирать и комплексно применять методы и инструментальные средства систем искусственного интеллекта, критерии их выбора

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося			Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости* (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы		
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Тема 1 Технология синтеза БИС. Математическая модель БИС.	6		15	35	опрос
Тема 2 Трассировка проводников.	6		15	38	опрос
Тема 3 Укладка схем.	12		27	35	опрос
Тема 4 Специализированные схемы.	8		19		
Другие виды самостоятельной работы (отсутствуют)	—	—			—
Промежуточная аттестация (экзамен)					
Итого	32		76	108	—

5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Тема 1 Технология синтеза БИС. Математическая модель БИС.	Планарная технология синтеза БИС. КМОП-транзистор, его реализация на кристалле. Схемы из КМОП-транзисторов, реализующие логические элементы. Схемы из функциональных элементов и автоматные схемы.

		Использование графа и гиперграфа для формализации понятия БИС. Логическая и автоматная модели интегральных схем. Реализация элементов памяти. Триггеры.
2.	Тема 2 Трассировка проводников.	Плоские задачи Штейнера для евклидовой метрики и для метрики Манхэттена. Минимальное прямоугольное дерево Штейнера (МПШД). Теорема о существовании МПШД для заданного конечного множества точек плоскости. Оптимизация алгоритма построения МПШД. Алгоритмы построения минимального остовного дерева (МОД) для связного нагруженного графа как приближенное решение задачи построения МПШД.
3.	Тема 3 Укладка схем.	Задача о минимальном разрезе графа (МРГ). Его точное решение с использованием алгоритма Эдмондса-Карпа нахождения максимального потока в сети. Стохастический алгоритм Каргера нахождения МРГ. Быстрый алгоритм Федуччи-Маттеуса приближенного решения задачи нахождения МРГ. Планарные графы. Теорема Понтрягина-Куратовского. Гамма-алгоритм укладки планарных графов. Характеристики непланарных графов. Гордиан-алгоритм укладки БИС, оценка его временной сложности.
4.	Тема 4 Специализированные схемы.	Характеристики схем: сложность и глубина. Сортирующие сети, методы их синтеза из компараторов. Синтез арифметических схем сложения и умножения из логических элементов с оптимизацией глубины. Плоские схемы. Сложность реализации умножителя n -разрядных чисел.

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Задача 1. Реализовать функцию отрицание и функцию Шеффера схемой, построенной по комплементарной технологии.

Задача 2. Воспроизвести технологию получения КМОП транзистора с использованием планарной технологии.

Задача 3. С использованием алгоритма Прима для заданного нагруженного связного графа найти минимальное остовное дерево (МОД).

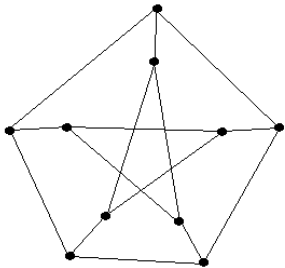
Задача 4. Модифицировать алгоритм Прима для поиска всех МОД по заданному нагруженному связному графу. Оценить количество операций полученного алгоритма в «худшем случае».

Задача 5. Дано 5 основных вершин: четыре в вершинах квадрата 5x5, одна внутри квадрата. Построить МШД.

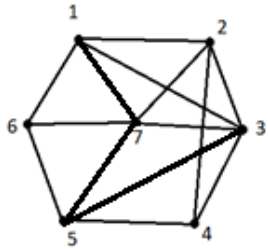
Задача 6. Из множества точек $M = \{(0,4), (1,2), (1,7), (5,4), (6,0)\}$ плоскости, заданному координатами в прямоугольной системе координат удалили точку $(0,4)$. Как изменилась длина МШД, если использовать метрику Манхэттена?

Задача 7. Показать, что в МШД количество вспомогательных вершин меньше числа основных.

Задача 8. Перечислить ребра графа, удаление любого из которых не изменяет число реберной связности графа. Найти число связности графа Петерсона:



Задача 9. Можно ли удалить одно ребро из графа, изображенного на рисунке так, чтобы полученный граф стал планарным?



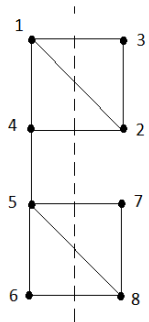
Задача 10. Существуют ли 6-связные планарные графы?

Задача 11. Найти род графов K_7 , $K_{4,4}$, графа Петерсона.

Задача 12. Показать, что $t(K_{p,q}) \geq \left\lfloor \frac{p \cdot q}{2(p+q-2)} \right\rfloor$, $t(Q_n) \geq \left\lfloor \frac{n}{4} \right\rfloor$, где через $t(G)$ обозначается толщина графа G .

Задача 13. Приведите пример графа рода 2.

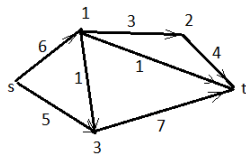
Задача 14. Используя алгоритм Федуччи-Маттеуса, найти приближенное решение для задачи нахождения минимального разреза.



Задача 15. Привести пример графа и его начального разреза, для которого с использованием алгоритма Кернигана-Лина не достигается минимальный разрез.

Задача 16. Найти количество итераций алгоритма Каргера для получения минимального разреза в графе с 37 вершинами с вероятностью не ниже 0.99.

Задача 17. Найти величину максимального потока в сети, изображенной на рисунке.



Задача 18. Привести пример сети сравнения для 6 чисел, которая правильно сортирует битонические последовательности, но не является сортирующей.

Задача 19. В булевом базисе реализовать схему сложения с использованием предвычисления переносов:

- а) двоичных 4-разрядных чисел;
- б) двоичных 8-разрядных чисел.

Задача 20. В базисе, состоящем из отрицания, конъюнкции, дизъюнкции и суммы по модулю 2 реализовать схему сведения суммы трех двоичных четырехразрядных чисел к сумме двух двоичных чисел:

- а) 3-разрядных;
- б) 4-разрядных.

Задача 21. Оценить сложность схемы сложения с предвычислением переносов для n -разрядных двоичных чисел.

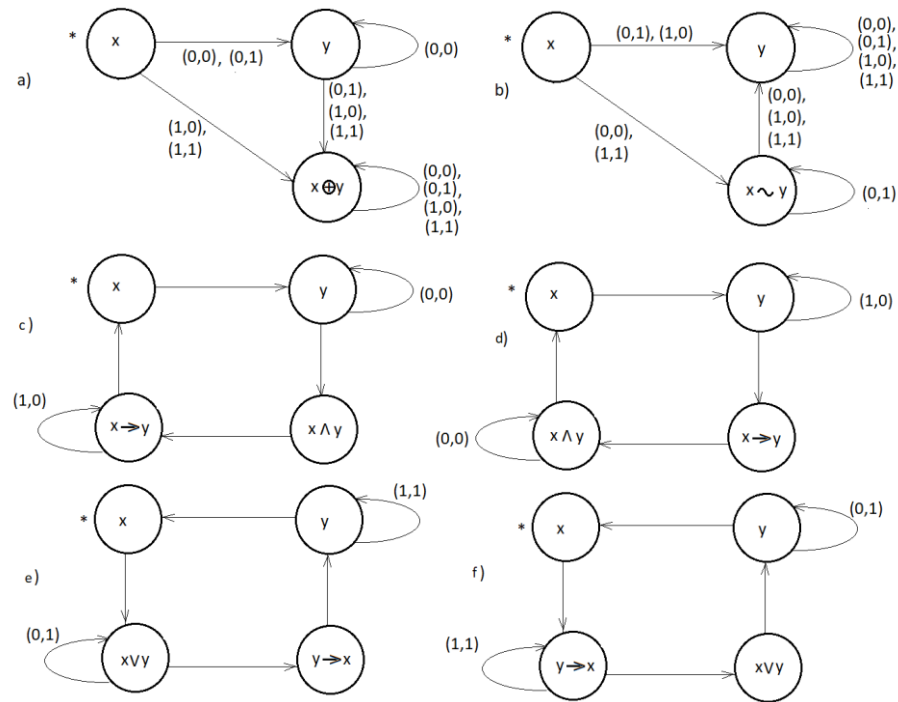
Задача 22. Построить дерево Уоллеса для умножения 7-разрядных двоичных чисел.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

1. Реализовать функцию алгебры логики f схемой, построенной по комплементарной технологии:

- а) $f = x \wedge y$
- б) $f = x \vee y$
- в) $f = y \rightarrow x$
- г) $f = x > y$
- д) $f = x < y$

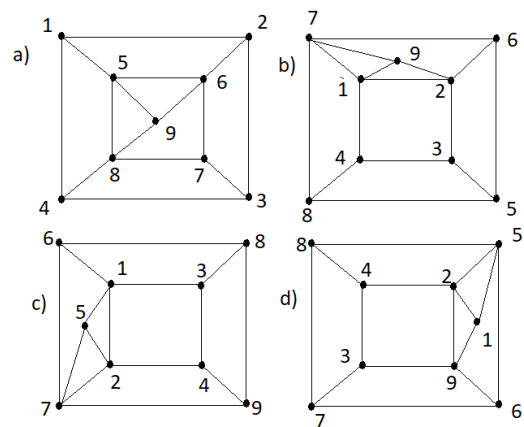
2. Используя диаграмму переходов конечного автомата, построить его схему в базисе из конъюнкций, дизъюнкций, отрицаний и задержек. Если входной набор не приписан стрелке, то переход по нему осуществляется по стрелке, которой не приписан никакой набор. Начальное состояние обозначено символом «*».



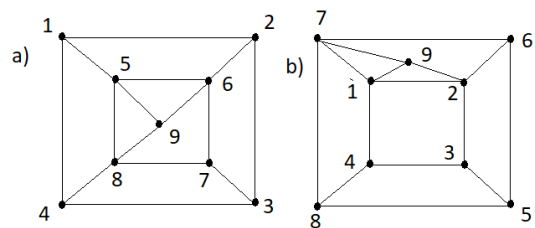
3. Построить и найти длины минимального остовного дерева и минимального дерева Штейнера для множества точек M плоскости, заданному координатами в прямоугольной системе координат. Использовать метрику Манхэттена.

- $M = \{(0,4), (1,2), (1,7), (5,4), (6,0)\}$
- $M = \{(1,0), (3,6), (5,3), (5,7), (6,6)\}$
- $M = \{(1,5), (2,6), (5,1), (7,1), (7,3)\}$
- $M = \{(1,2), (2,1), (5,6), (6,5), (6,6)\}$
- $M = \{(2,5), (2,6), (3,6), (4,1), (6,3)\}$
- $M = \{(1,2), (1,3), (4,2), (6,6), (7,5)\}$

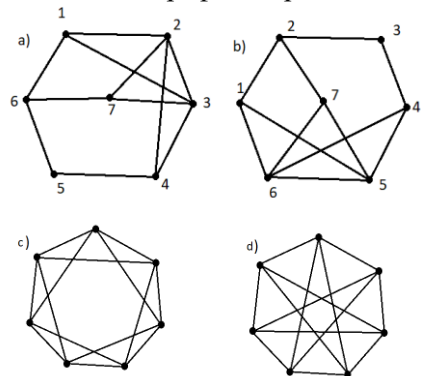
4. Назовем ребро графа сокращающим, если граф, полученный после стягивания этого ребра, имеет число связности меньше, чем у исходного графа. Определить все сокращающие ребра графа.



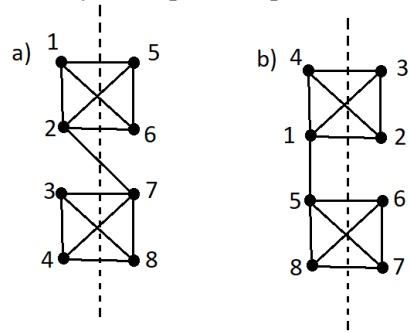
5. Перечислить ребра графа, удаление любого из которых не изменяет число реберной связности графа.



6. Является ли граф, изображенный на рисунке, планарным?

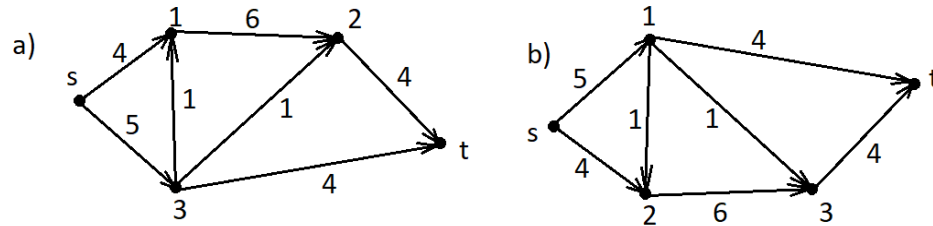


7. Используя алгоритм Кернигана-Лина, найти приближенное решение для задачи нахождения минимального разреза.

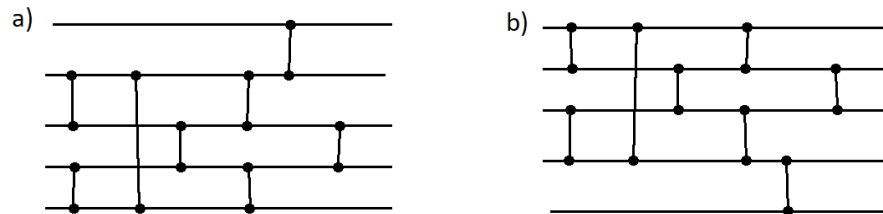


8. Используя алгоритм Федуччи-Маттеуса, для графов и их начальных разрезов из задачи 8 найти приближенное решение задачи нахождения минимального разреза.

9. Найти величину максимального потока в сети, изображенной на рисунке, используя алгоритм проталкивания предпотока.



10. Является ли сеть сравнения, изображенная на рисунке, сортирующей? Если нет, то можно ли добавить в нее два компаратора так, чтобы она стала сортирующей для пяти чисел.



Вопросы к экзамену.

1. Основы технологии физического синтеза БИС. Фотолитография. Этапы физического синтеза транзистора. Об устройстве БИС на кристалле. Сборка инвертора и штриха Шеффера из КМОП транзисторов. Логические схемы. Схемы автоматов. Асинхронный триггер.
2. Манхэттенская и Эвклидова метрики. Нагруженный граф, вес графа. Минимальное остовное дерево (МОД). Алгоритм Прима, теорема о корректности алгоритма Прима. Теорема о его временной сложности алгоритма Прима (без доказательства).
3. Плоский граф. Прямоугольное штейнерово дерево. Минимальное прямоугольное штейнерово дерево (МПШД). Примеры МПШД. Теорема о существовании МПШД для заданного конечного множества точек плоскости в манхэттенской метрике.
4. Свойства МПШД. Алгоритм построения МПШД.
5. Теорема о приближении МПДШ с использованием МОД.
6. К-связность. Число связности графа. Блоки связного графа. Блочное дерево связного графа. Теорема о трехсвязном графе. Следствие о стягивании ребра 3-связного графа.
7. Теоремы о соотношении числа связности, числа реберной связности и минимальной степени вершин графа.
8. Сведение теоремы Понтрягина-Куратовского к трехсвязным графам.
9. Доказательство теоремы Понтрягина-Куратовского для 3-связных графов.
10. Сегмент графа относительно его подграфа. Алгоритм укладки двусвязного планарного графа. Частичная укладка планарного графа. Граф противоречий. Корректность алгоритма укладки.
11. Толщина графа. Оценки снизу для толщины полных и полных двудольных графов.
12. Потoki в ориентированных сетях. Понятие сети, потока, максимального потока. Метод Форда-Фалкерсона. Алгоритм Эдмондса-Карпа и оценка времени его работы (без доказательства).
13. Алгоритм проталкивания предпотока. Доказательство корректности алгоритма. Оценка времени работы.
14. Алгоритм Каргера для нахождения минимального разреза в графе.
15. Алгоритм Кернигана-Лина приближенного решения задачи нахождения минимального разреза в графе. Оценка времени работы.
16. Алгоритм Федуччи – Маттеуса приближенного решения задачи нахождения минимального сбалансированного разреза в графе. Оценка времени работы.
17. Сортирующие сети. Построение сортирующей сети для n чисел с глубиной $O((\log n)^2)$.
18. Реализация схема сложения с глубиной $O(n)$. Схема сложения с предвычислением переносов с глубиной $O(\log n)$.

19. Сведение сложения трех n -разрядных чисел к сложению двух чисел с $n+1$ разрядом. Реализация умножения n -разрядных чисел схемой с глубиной $O(\log n)$.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: опрос, тесты)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические задания)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

7. Ресурсное обеспечение:

7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

- 1) Емеличев В.А. и др. Лекции по теории графов. – М.: Наука, 1990.

- 2) Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы. Построение и анализ. – М.: МЦНМО, 2001.
- 3) Сидоренко А.Ф. О минимальных прямоугольных штейнеровых деревьях. – В жур. Дискретная математика, том 1, вып. 2, 1989.
- 4) Lengauer T. Combinatorial Algorithms for Integrated Circuit Layout. Wiley-Teubner, 1990.
«дополнительная литература»
- 5) Андреев А.Е. О сложности реализации вентильными схемами недоопределенных матриц. – В жур. Математические заметки, т. 41, N 1, 1987.
- 6) Карацуба А.А., Офман Ю.П. Умножение многозначных чисел на автоматах. – В ДАН СССР, 1962, 145 N 2.
- 7) Лупанов О.Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. Учебное пособие. Изд-во МГУ, 1984.
- 8) Шкаликова Н.А. О реализации булевых функций схемами из клеточных элементов. – В сб. Математические вопросы кибернетики, вып. 2, 1989.
- 9) Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1979.
- 10) Handbook of Theoretical Computer Science. Volume A. Algorithms and Complexity, 1990.
- 11) John F. Wakerly. Digital Design: principles & practices. Second edition.1990.

7.2. Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства
Свободно распространяемый язык программирования Python

7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем
нет

7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://intsys.msu.ru>

<http://ru.wikipedia.org>

<http://dvinemnauku.ru>

<http://intuit.ru>

www.mathnet.ru

7.5. Описание материально-технического обеспечения.

Аудитории для проведения лекционных занятий с возможностью доступа в Internet.

8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.

9. Разработчик (разработчики) программы.

д.ф.-м.н., доц. А.А.Часовских.