

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет

**УТВЕРЖДАЮ**
декан механико-
математического факультета
_____/А.И.
Шафаревич /
« 14 » октября 2021г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Теория автоматов

Уровень высшего образования:

магистратура

Направление подготовки / специальность:

02.04.01 "Математика и компьютерные науки" (3++)

Направленность (профиль)/специализация ОПОП:

Интеллектуальные системы. Теория и приложения

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании Ученого совета механико-математического факультета
(протокол № 7 от 14 октября 2021 года)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 13.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО:

дисциплина относится к блоку профессиональной подготовки вариативной части ОПОП ВО.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть):

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен обладать следующими компетенциями:

Знать: основные понятия теории дискретных функций и теории графов.

Уметь: решать стандартные задачи по теории дискретных функций.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции.	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.2. Формулирует актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.2. З-1. Формулирует основные проблемы теории автоматов ОПК-1.2. У-1. Решает стандартные задачи по теории автоматов
ПК-3. Способен управлять проектами по созданию, поддержке и использованию систем, основанных на знаниях, со стороны заказчика	ПК-3.2. Организует и руководит коллективной работой по созданию, внедрению и использованию систем, основанных на знаниях, со стороны заказчика	ПК-3.2. З-1. Знает методы и средства взаимодействия с инженерами по знаниям, разработчиками, ключевыми пользователями и экспертами в процессе создания, внедрения и использования систем искусственного интеллекта ПК-3.2. З-2. Знает методы распределения ролей в проектной команде, гибкие (agile) технологии выполнения проектных работ ПК-3.2. У-1. Применяет методы и средства коллективной работы, гибкие (agile) технологии выполнения проектных работ в координации работ по созданию, внедрению и сопровождению систем искусственного интеллекта

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 6 з.е., в том числе 70 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 146 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий:

5.1. Структура дисциплины (модуля) по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий (в строгом соответствии с учебным планом)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Номинальные трудозатраты обучающегося			Всего академических часов	Форма текущего контроля успеваемости* (наименование)
	Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, академические часы		Самостоятельная работа обучающегося, академические часы		
	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа			
Тема 1. Понятие конечного автомата. Обобщения понятия автомата.	2		5	7	опрос
Тема 2. Ограниченно-детерминированные функции.	2		5	7	опрос
Тема 3. Отличимость автоматов.	4		10	14	опрос
Тема 4. Отличимость состояний конечных автоматов.	4		10	14	опрос
Тема 5. Эксперименты с конечными автоматами.	5		10	15	опрос
Тема 6. Распознавание событий автоматами.	5		10	15	опрос
Тема 7. Распознавание сверхсобытий автоматами.	6		12	18	опрос
Тема 8. Конечные автоматы в лабиринтах.	6		12	18	опрос

Тема 9. Проблемы полноты и выразимости для автоматов.	16		34	50	опрос
Тема 10. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для автоматов.	10		16	26	опрос
Тема 11. Алгебра и автоматы.	10		22	32	опрос
Другие виды самостоятельной работы (отсутствуют)	—	—			—
Промежуточная аттестация (экзамен)					
Итого	70		146	216	—

5.2. Содержание разделов (тем) дисциплины

№ п/п	Наименование разделов (тем) дисциплины	Содержание разделов (тем) дисциплин
1.	Тема 1. Понятие конечного автомата. Обобщения понятия автомата.	Определение конечного автомата. Основные функции, связанные с конечными автоматами. Обобщения понятия автомата: бесконечные, недетерминированные, вероятностные и линейные автоматы.
2.	Тема 2. Ограниченно-детерминированные функции.	Понятие ограниченно-детерминированной функции. Совпадение таких функций с конечно-автоматными. Теорема о преобразовании конечным автоматом периодической последовательности.
3.	Тема 3. Отличимость автоматов.	Отличимость состояний автомата. Автоматы приведенного вида. Неотличимость и слабая неотличимость. τ -неотличимость автоматов. Сильно связные автоматы. Теорема о единственности с точностью до изоморфизма автомата приведенного вида, неотличимого от данного автомата.
4.	Тема 4. Отличимость состояний конечных автоматов..	Отличимость состояний автомата заданным множеством входных слов. Теоремы Мура о длине слов, отличающих состояния. Базисы отличимости и достижимости. Теорема Василевского.
5.	Тема 5. Эксперименты с конечными автоматами.	Кратные и простые эксперименты. Тестовые, диагностические и установочные эксперименты. Алгоритм С.В.Яблонского построения минимальных по объему кратных диагностических экспериментов. Теорема Мура-Карацубы. Оценки сложности экспериментов.
6.	Тема 6. Распознавание событий автоматами.	Представимость событий в конечных автоматах. Регулярные события. Теорема Клини. Способы задания регулярных событий: источники, обобщенные источники, регулярные выражения. Теорема О.Б.Лупанова о

		числе состояний автомата, представляющего событие n -вершинного источника.
7.	Тема 7. Распознавание сверхсобытий автоматами.	Представление сверхсобытий в конечных автоматах. Общерегулярные события. Теорема Мак-Нотона.
8.	Тема 8. Конечные автоматы в лабиринтах.	Поведение конечного автомата в плоском прямоугольном лабиринте. Теорема Будаха о несуществовании конечного автомата, обходящего произвольный плоский прямоугольный лабиринт.
9.	Тема 9. Проблемы полноты и выразимости для автоматов.	Ограниченно-детерминированные (автоматные) функции многих переменных. Способы задания. Функциональные системы. Задачи о выразимости. Операторы K и C . Конечные K –полные системы. K -универсальные автоматы. C -полные системы. C -базис. C -полнота множества функций двух переменных.
10.	Тема 10. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для автоматов.	Континуальность семейства K -предполных классов. Алгоритмическая неразрешимость K -полноты конечных систем. Алгебраичность K - и C -операторов замыкания. A -полнота.
11.	Тема 11. Алгебра и автоматы.	Группа a -функций, ассоциированная с автоматом. Периодическая и свободная группы автоматов. Числовые автоматы. Автоматы и матрицы.

6. Фонд оценочных средств (ФОС, оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания (в отсутствие утвержденных соответствующих локальных нормативных актов на факультете)

Примеры заданий для самостоятельной работы

1.1. Описать автомат, на вход которого поступает последовательность из нулей и единиц, а на выходе появляется число, равное сумме по модулю 2 последних трех поступивших символов. Описание дать в виде системы канонических уравнений, диаграммы Мура и автоматной схемы.

1.4. Пусть входная последовательность представляет собой последовательность нулей и единиц. Построить автомат, который при наличии во входной последовательности трех одинаковых символов меняет последний из этих символов на его отрицание, а во всех остальных случаях сохраняет входную последовательность. Описание автомата дать в виде системы канонических уравнений, диаграммы Мура и автоматной схемы.

1.9. Построить автомат, распознающий наличие во входной последовательности слов из множества $\{110, 001, 0010\}$ и выдающий на выходе единицу в точности в те моменты, когда на входе появляется последняя буква одного из этих слов. Предполагается, что входная и выходная последовательности состоят только из нулей и единиц.

1.11. Построить автомат-сверхакцептор, принимающий множество сверхслов $\{01(010)^\infty, 10(101)^\infty\}$.

► 1. Рассмотрим детерминированные функции $f: A^\omega \rightarrow B^\omega$ и $g: B^\omega \rightarrow C^\omega$. Показать, что:

- а) их композиция $g \circ f: A^\omega \rightarrow C^\omega$ является детерминированной функцией;
- б) для любого слова $\alpha \in A^*$ выполняется $(g \circ f)_\alpha = g_{f(\alpha)} \circ f_\alpha$ (аналог формулы для производной сложной функции если обозначать производную $\varphi'(a)$ через φ_a);
- в) если $|f| = n$, $|g| = m$, то $|g \circ f| \leq nm$, причем для любых натуральных n и m эта оценка достигается на некоторых f и g [Указание: для верхней оценки воспользуйтесь формулой $(g \circ f)_\alpha = g_{f(\alpha)} \circ f_\alpha$, а для ее достижимости рассмотрите автоматы, считающие число поданных на вход единиц по модулю n и m].

► 2. Пусть f — словарная детерминированная функция, действующая из A^* в B^* , а f^ω — соответствующая ей сверхсловарная детерминированная функция, действующая из A^ω в B^ω . Показать, что:

- а)* f — инъективна $\implies f^\omega$ — инъективна (привести пример, показывающий, что обратная импликация верна не всегда);
- б)* f — сюръективна $\iff f^\omega$ — сюръективна (указание: воспользуйтесь леммой Кёнига);
- в)* f — биективна $\iff f^\omega$ — биективна.

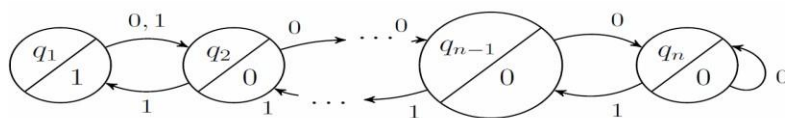


Рис. 2.3

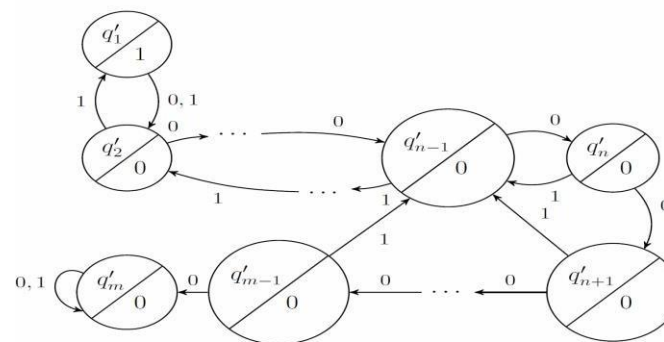


Рис. 2.4

2.2. Определить выходное сверхслово автомата V_{q_1} , изображенного на рисунке 2.3, и длину его периода при условии, что на его вход поступает периодическое слово $(0^k 1^m)^\infty$. Рассмотреть следующие случаи:

- а) $k = m$ (разобрать все возможные случаи);
- б) $k > m$ (разобрать все возможные случаи);
- в) $k = 2, m = 3, n > 2$;
- д) $k = 2, m = 4, n > 2$;
- е) $k < m$ (разобрать все возможные случаи).

2.3. На словах какой длины отличимы состояния q'_n и q'_{n+1} автомата, приведенного на рисунке 2.4?

3.4. Построить простой условный установочный эксперимент для автомата, приведенного на рисунке 2.4, для случая $n = 4$ и $m = 3$.

4.1. Показать, что любое конечное множество слов регулярно.

4.2. Построить автомат, принимающий событие $\{110, 10, 101\}$.

4.3. Построить автомат, принимающий событие $(\{1\} \cdot \{0\})^+ \cdot \{00, 11\}^+$.

4.4. Пусть Q — множество состояний автомата, $Q_1 \cup Q_2 = Q$, $Q_1 \neq \emptyset$, $Q_2 \neq \emptyset$, $Q_1 \cap Q_2 = \emptyset$, начальное состояние автомата принадлежит множеству Q_1 . Регулярно ли множество входных слов автомата, заставляющих автомат не более одного раза зайти в часть Q_2 и вернуться?

4.5. Регулярно ли множество выходных слов автомата?

4.6. Регулярно ли событие $R = \{a^p : p \text{ — простое число}\}$?

4.7. Регулярно ли событие $R = \{a \in A^* : |a| = 10n, n \in \mathbb{N}\}$?

4.8. Регулярно ли событие, состоящее из слов вида $0^n 10^n$?

4.9. Регулярно ли событие, состоящее из слов вида 01^n ?

4.10. Показать, что событие $L = R^+$, где $R = \{0^n 1^n : n \in \mathbb{N}\}$, нерегулярное.

4.11. R — нерегулярное событие. Может ли быть регулярно событие R^+ ?

4.12. Регулярно ли событие, полученное из регулярного выбрасыванием вторых (последних) букв?

4.13. Регулярно ли событие, полученное из регулярного записью каждого слова в обратном порядке?

5.1. Показать, что сверхсобытие A^∞ общерегулярно.

5.2. Общерегулярно ли сверхсобытие, состоящее из одного сверхслова $\alpha \in \{0, 1\}^\infty$, $\alpha = a(1)a(2)\dots$, такого, что $a(i) = 1$ точно тогда, когда i простое число?

5.3. Общерегулярно ли множество всех периодических сверхслов с фиксированной длиной периода?

5.4. Привести пример общерегулярного сверхсобытия мощности 3.

5.5. Автомат без выхода, диаграмма Мура которого приведена на рисунке 5.1, принимает некоторое сверхсобытие, с помощью семейства $F = \{\{q_1, q_2, q_3\}, \{q_2, q_3, q_4\}, \{q_2, q_3\}\}$ подмножеств множества состояний. Выписать общерегулярное выражение, описывающее это сверхсобытие.

8.1. Написать канонические уравнения автоматной функции, задаваемой автоматом $V = (E_4, Q, \{0, 1\}, \varphi, \psi, q_0)$, который выдает на выходе 1 только в том случае, когда сумма двух последних входных символа равна 5.

8.2. Написать канонические уравнения автоматной функции, задаваемой автоматом $V = (\{0, 1\}^3, Q, \{0, 1\}, \varphi, \psi, q_0)$, который в моменты времени вида $t = 3k + 1$, $k = 0, 1, \dots$, выдает на выходе инверсию первого входа, в моменты времени вида $t = 3k + 2$, $k = 0, 1, \dots$, выдает на выходе значение второго входа, и в моменты времени кратные трем инверсию третьего входа.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине, критерии и шкалы оценивания

Программа экзамена (2 семестр):

1. Понятие автомата. Конечные и бесконечные автоматы. Функционирование конечного автомата. Основные способы задания конечного автомата: таблица, диаграмма Мура, канонические уравнения. Конечно-автоматные функции.
2. Обобщения понятия автомата: недетерминированные, частичные, асинхронные автоматы. Вероятностные автоматы. Автоматы над термами.
3. Детерминированные функции. Информационные деревья. Остаточные функции детерминированной функции. Ограниченно-детерминированные функции. Вес о.-д. функции.
4. Преобразование периодических последовательностей ограниченно - детерминированными функциями.
5. Неотличимость состояний конечного автомата. Автомат приведенного вида. Неотличимость и изоморфизм конечных автоматов. Теорема о существовании единственного с точностью до изоморфизма автомата приведенного вида в классе $K(A,B)$, неотличимого от заданного автомата. Пример автомата приведенного вида, не имеющего одного слова, отличающего любые два его состояния.
6. Слабая неотличимость автоматов. Различие отношений неотличимости и слабой неотличимости. Счетность множества классов отношения слабой неотличимости.
7. Достижимость состояний. Сильно связные автоматы. Совпадение отношений неотличимости и слабой неотличимости для класса сильно связных автоматов.
8. Понятие g - неотличимости конечных автоматов. Теорема о существовании для любого натурального g двух автоматов, являющихся g - неотличимыми, но не $g+1$ - неотличимыми.
9. Неотличимость двух состояний множеством слов. Лемма о разбиениях множества состояний автомата на классы неотличимости множествами M и $M \cup AM$. Построение множества, отличающего любые два состояния автомата, на основе некоторого исходного множества слов M .
10. Теорема Мура о длине слова, отличающего два состояния конечного автомата. Длина слова, отличающего два состояния различных автоматов. Примеры, устанавливающие неулучшаемость этих оценок длины.
11. Базис достижимости и базис отличимости для конечного автомата. Леммы о существовании этих базисов.
12. Построение множества слов, отличающего заданный инициальный автомат приведенного вида от любого другого инициального автомата приведенного вида, имеющего не более n состояний (с помощью базисов отличимости и достижимости).
13. Кратные эксперименты с конечными автоматами. Безусловные и условные кратные эксперименты. Результат применения кратного эксперимента к автомату. Длина, кратность и объем результата. Диагностические и тестовые кратные эксперименты. Простейшие оценки длины кратных диагностических экспериментов.
14. Алгоритм нахождения диагностического кратного безусловного эксперимента, имеющего наименьший объем.
15. Простые эксперименты с конечными автоматами. Безусловные и условные простые эксперименты. Результат применения эксперимента к автомату. Диагностические и тестовые простые эксперименты. Утверждений об отсутствии в общем случае тестового простого эксперимента для инициального автомата в классе автоматов, отличающихся от него выбором начального состояния.
16. Установочные эксперименты для конечного автомата. Теорема Мура - Карацубы.
17. События, представимые в конечном автомате. Операции над событиями. Регулярные события. Лемма о решении простейшего уравнения для событий. Лемма о решении системы уравнений с регулярными коэффициентами.
18. Регулярность событий, представимых в конечном автомате.

Программа экзамена (3 семестр):

19. Обобщенные источники. Событие, определяемое обобщенным источником. Существование обобщенного источника, определяющего регулярное событие. Представимость события, определяемого обобщенным источником. Теорема Клини. Пример нерегулярного события.
20. Обычный источник. Задание регулярных событий источниками. Теорема Лупанова о числе состояний автомата, необходимом в худшем случае для представления события, определяемого n^2 - вершинным источником.
21. Регулярные выражения. Регулярность пересечения, разности и дополнения регулярного события. Регулярность проекции регулярного события. Регулярность события, образованного словами, все начала которых принадлежат заданному регулярному событию.
22. Сверхслова и сверхсобытия. Сверхсобытия, представимые в конечном автомате с помощью заданного семейства подмножеств выходного алфавита. Операции над сверхсобытиями. Общерегулярные сверхсобытия. Лемма о регулярности множества слов, переводящих автомат из заданного состояния в него же и определяющих заданную группу выходных символов.
23. Общерегулярность представимых сверхсобытий.
24. Сверхисточники и определяемые ими сверхсобытия. Существование сверхисточника, определяющего заданное общерегулярное сверхсобытие.
25. Представимость сверхсобытия, определяемого сверхисточником. Теорема Мак-Нотона.
26. Пример необщерегулярного сверхсобытия.
27. Автоматы в лабиринтах. Формулировка теоремы Будаха и схема ее доказательства.
28. Ограниченно-детерминированные (автоматные) функции многих переменных. Способы задания. Функциональные системы.
29. Задачи о выразимости. Операторы K и C. Конечные K –полные системы.
30. K- универсальные автоматы.
31. C-полные системы. C-базис.
32. C-полнота множества функций двух переменных.
33. Континуальность семейства K-предполных классов.
34. Алгоритмическая неразрешимость K-полноты конечных систем.
35. Алгебраичность K- и C-операторов замыкания. A-полнота.
36. Группа a-функций, ассоциированная с автоматом.
37. Периодическая и свободная группы автоматов.
38. Числовые автоматы.
39. Автоматы и матрицы

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине				
Оценка	2 (не зачтено)	3 (зачтено)	4 (зачтено)	5 (зачтено)
виды оценочных средств				

Знания (виды оценочных средств: опрос, тесты)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические задания)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

7. Ресурсное обеспечение:

7.1. Перечень основной и дополнительной литературы

Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

- 1) В.Б.Кудрявцев, С.В.Алешин, А.С.Подколзин «Введение в теорию автоматов», Изд-во Московского университета, 2019 г.
- 2) В.Б.Кудрявцев, С.В.Алешин, А.С.Подколзин «Введение в теорию автоматов», Наука, 1985 г.
- 3) В.Б.Кудрявцев, С.В.Алешин, А.С.Подколзин «Элементы теории автоматов», Изд-во Московского университета, 1978 г.

7.2. Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства

нет

7.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

нет

7.4. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://intsys.msu.ru/>

2. <http://intsys.msu.ru/science/books/>

7.5. Описание материально-технического обеспечения.

Аудитории для проведения лекционных занятий.

8. Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП указано в Общей характеристике ОПОП.

9. Разработчик (разработчики) программы.

д.ф.-м.н., проф. В.Б.Кудрявцев,

д.ф.-м.н., проф. С.В.Алешин,

д.ф.-м.н., проф. А.С.Подколзин.