

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет



УТВЕРЖДАЮ
декан механико-
математического факультета
/А.И. Шафаревич /
«14» октября 2021г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:
Дополнительные (избранные) главы алгебры

Уровень высшего образования:
магистратура

Направление подготовки / специальность:
02.04.01 "Математика и компьютерные науки" (3++)

Направленность (профиль) ОПОП:
Интеллектуальные системы. Теория и приложения

Форма обучения:
очная

Рабочая программа рассмотрена и утверждена
на заседании Ученого совета Механико-математического факультета
(протокол №7, от 14 октября 2021 года)

Москва 2021

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования (ФГОС ВО) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 13.

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО: относится к базовой части ОПОП ВО.
2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть): отсутствуют.
3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)		
Содержание и код компетенции	Индикатор (показатель) достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, сопряженные с индикаторами достижения компетенций
ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1. Находит актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.1. З-1. Знает математические, естественно- научные и технические методы для решения основных, нестандартных задач создания и применения искусственного интеллекта ОПК-1.1. У-1. Умеет адаптировать существующие математические, естественно-научные и социально- экономические методы для решения основных, нестандартных задач создания и применения искусственного интеллекта
	ОПК-1.2. Формулирует актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.2. З-1. Знает методы решения нестандартных профессиональных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте, с применением математических, естественно- научных, социально-экономических, общинженерных знаний и знаний в области когнитивных наук ОПК-1.2. У-1. Умеет решать основные, нестандартные задачи создания и применения искусственного интеллекта
	ОПК-1.3. Решает актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	ОПК-1.3. З-1. Знает особенности проведения теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном

		контексте ОПК-1.3. У-1. Умеет проводить теоретическое и экспериментальное исследование объектов профессиональной деятельности, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-3. Способен самостоятельно создавать прикладные программные средства на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, в том числе отечественного производства	ОПК-3.1. Применяет современные информационно-коммуникационные и интеллектуальные компьютерные технологии, инструментальные среды, программно-технические платформы для решения задач в области создания и применения искусственного интеллекта	ОПК-3.1. 3-1. Знает современные информационно-коммуникационные и интеллектуальные компьютерные технологии, инструментальные среды, программно-технические платформы для решения профессиональных задач ОПК-3.1. У-1. Умеет применять современные информационно-коммуникационные и интеллектуальные компьютерные технологии, инструментальные среды, программно-технические платформы для решения профессиональных задач
	ОПК-3.2. Обосновывает выбор современных информационно-коммуникационных и интеллектуальных компьютерных технологий	ОПК-3.2. 3-1. Знает состав современных информационно-коммуникационных и интеллектуальных компьютерных технологий ОПК-3.2. У-1. Умеет осуществлять выбор современных информационно-коммуникационных и интеллектуальных компьютерных технологий, осуществлять поиск решений на основе научной методологии
	ОПК-3.3. Разрабатывает оригинальные программные средства, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных и интеллектуальных компьютерных технологий, для решения задач в области создания и применения искусственного интеллекта	ОПК-3.3. 3-1. Знает принципы разработки оригинальных программных средств, в том числе с использованием современных информационно-коммуникационных и интеллектуальных компьютерных технологий, для решения профессиональных задач ОПК-3.3. У-1. Умеет разрабатывать оригинальные программные средства, в том

		числе с использованием современных информационно-коммуникационных и интеллектуальных компьютерных технологий, для решения задач в области создания и применения искусственного интеллекта
--	--	---

4. Формат обучения очный

5. Объем дисциплины (модуля) составляет (8) з.е., в том числе 136 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 152 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы			Самостоятельная работа обучающегося, часы <i>(виды самостоятельной работы – эссе, реферат, контрольная работа и пр. – указываются при необходимости)</i>
		Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*	Всего	
Раздел 1. Алгебраические структуры Тема 1. Операции на множествах. Определения и базовые свойства основных алгебраических структур	11	4	4	8	3

Тема 2. Отображения множеств	11	4	4	8	3
Раздел 2. Теория групп	11	4	4	8	3
Тема 1. Теорема Лагранжа и следствия					
Тема 2. Группы подстановок	8	2	2	4	4
Тема 3. Нормальные подгруппы и факторгруппы	8	2	2	4	4
Тема 4. Теорема о гомоморфизме групп	8	2	2	4	4
Тема 5. Прямое произведение групп	11	3	3	6	5
Тема 6. Автоморфизмы групп	4	1	1	2	2
Тема 7. Циклические группы	4	1	1	2	2
Тема 6. Классификация конечнопорожденных абелевых групп	10	4	2	6	4
<i>Текущий контроль:</i> контрольная работа	2	0	0	0	2
Тема 7. Действие группы на множестве	11	3	3	6	5
Тема 8. Теоремы Силова и их приложения к классификации конечных групп	8	2	2	4	4
Тема 9. Полупрямое произведение групп	12	2	4	6	6
Тема 10. Коммутант. Разрешимые группы	8	2	2	4	4
Тема 11. Простые группы	8	2	2	4	4
<i>Промежуточная аттестация:</i> зачет	12	0	0	0	12
<i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен	4	0	0	0	4
Раздел 3. Теория колец	7	2	2	4	3
Тема 1. Основные примеры и базовые свойства колец					
Тема 2. Идеалы колец и теорема о гомоморфизме	8	2	2	4	4
Раздел 4. Теория полей	8	2	2	4	4
Тема 1. Определение и базовые свойства полей					
Тема 2. Конечные расширения полей	16	4	4	8	8
Тема 3. Конечные поля. Теорема о классификации	12	2	4	6	6
<i>Текущий контроль:</i> контрольная работа	2	0	0	0	2
Раздел 5. Теория Галуа	8	2	2	4	4
Тема 1. Расширения Галуа					

Тема 2. Основная теорема о соответствии Галуа	8	2	2	4	4
Тема 3. Приложение теории Галуа к решению уравнений в радикалах	8	2	2	4	4
Раздел 6. Теория представлений	8	2	2	4	4
Тема 1. Основные определения и примеры теории представлений					
Тема 2. Лемма Шура и следствия из нее	8	2	2	4	4
Тема 3. Теорема Машке	8	2	2	4	4
Тема 4. Свойства неприводимых комплексных представлений конечных групп и их применение к построению неприводимых комплексных представлений	20	6	4	10	10
<i>Промежуточная аттестация: зачет</i>	12	0	0	0	12
<i>Промежуточная аттестация: экзамен</i>	4	0	0	0	4
Итого	288	68	68	136	152
Итого	288	136			152

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Вопрос к коллоквиуму

Коллоквиум 1

1. Группа Матье M22.
2. Группы Матье.
3. Системы Штейнера и теория кодирования.
4. Теория расширений.
5. Теорема Шура.
6. Группа Хигмэна-Симса.

Коллоквиум 2

1. Деревья и свободные группы.

2. Переписывающий процесс Райдемайстера-Шрайера.
3. Свободное произведение.
4. Свободное произведение с объединением.
5. Деревья и свободные произведения с объединением.
6. Действие группы $SL_2(\mathbb{Z})$ на гиперболической плоскости HNN-расширения.
7. Граф группы и его фундаментальная группа.
8. Связь свободных произведений с объединением HNN-расширений.
9. Структура группы, действующей на дереве.
10. Теорема Куроша.

Темы рефератов

1. Хопфовы и финитно аппроксимируемые группы.
2. Диофантовы уравнения. Методы их решения.
3. Системы сравнений первой степени с одной переменной.
4. Граф группы и его фундаментальная группа
5. Связь свободных произведений с объединением HNN-расширений
6. Структура группы, действующей на дереве.
7. Теорема Куроша.
8. Накрытия графов.
9. S-графы и перечисление подгрупп свободных групп.
10. Фолдинги.
11. Пересечение двух подгрупп свободной группы.
12. Комплексы. Накрытия комплексов. Поверхности.
13. Теорема Зайферта-ван Кампена. Теорема Грушко
14. Теорема Лагранжа.
15. Нормальная подгруппа и фактор-группа.
16. Теоремы о гомоморфизмах.
17. Теорема Кэли.
18. Двойные смежные классы.
19. Нормализатор и централизатор.
20. Центр конечной p -группы неединичен.

Типовые задания для контрольных работ

1. Перемножьте подстановки $(123)(456)(789)$ и $(2469)(31)(78)$.
2. В циклической группе порядка 24 найдите все элементы порядка 8 и все элементы, удовлетворяющие условию $x^8 = e$.
3. Найдите классы сопряженности в группе A_6 .
4. Найдите централизатор подстановки $(123)(456)$ в группе S_6 .
5. Найдите степень поля разложения многочлена $x^4 - 2$ над $\mathbb{Q}$.
1. Какой порядок центра может быть у группы из p^3 элементов, где p - простое число?
2. Классифицируйте группы порядка 28.
3. Докажите, что любая группа из 100 элементов разрешима.
4. Постройте поле из 125 элементов.
5. Приведите пример бесконечного поля конечной характеристики.

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.

Вопросы к зачету (1 семестр)

1. Теорема Лагранжа.
2. Нормальная подгруппа и фактор-группа.
3. Теоремы о гомоморфизмах.
4. Теорема Кэли.
5. Двойные смежные классы.
6. Нормализатор и централизатор.
7. Центр конечной p -группы неединичен.
8. Теорема Силова.
9. Прямые произведения групп.
10. A_5 как группа вращений икосаэдра.
11. Группа Хигмэна-Симса
12. Группа Матье M_{22} .
13. Простые конечные группы.
14. Группа A_n проста при .
15. Теорема Жордаа-Диксона.
16. Графы и графы Кэли групп. Автоморфизмы деревьев. Свободные группы

Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Операции на множествах. Определения и базовые свойства основных алгебраических структур
2. Отображения множеств
3. Теория групп
4. Теорема Лагранжа и следствия
5. Группы подстановок
6. Нормальные подгруппы и факторгруппы
7. Теорема о гомоморфизме групп
8. Автоморфизмы групп
9. Циклические группы
10. Классификация конечнопорожденных абелевых групп
11. Действие группы на множестве
12. Теоремы Силова и их приложения к классификации конечных групп
13. Полупрямое произведение групп
14. Коммутант. Разрешимые группы
15. Простые группы
16. Идеалы колец и теорема о гомоморфизме
17. Конечные расширения полей
18. Конечные поля. Теорема о классификации

Вопросы к зачету (2 семестр)

1. Фундаментальная группа графа.
2. Задание группы порождающими и определяющими соотношениями.
3. Преобразования Титце.
4. Представление группы S_n .
5. Деревья и свободные группы.
6. Переписывающий процесс Райдемайстера-Шрайера

7. Теорема Грушко. Хопфовы и финитно аппроксимируемые группы.
8. Поверхности. Теорема Зайферта-ван Кампена
9. Накрытия комплексов.
10. Пересечение двух подгрупп свободной группы. Комплексы
11. Накрытия графов. S-графы и перечисление подгрупп свободных групп.
12. Теорема Куроша.
13. Структура группы, действующей на дереве.
14. Связь свободных произведений с объединением HNN-расширений.

Вопросы к экзамену (2 семестр)

1. Прямое произведение групп
2. Основные примеры и базовые свойства колец
3. Определение и базовые свойства полей
4. Основная теорема о соответствии Галуа
5. Приложение теории Галуа к решению уравнений в радикалах
6. Теория представлений
7. Расширения Галуа
8. Основные определения и примеры теории представлений
9. Лемма Шура и следствия из нее
10. Теорема Машке
11. Свойства неприводимых комплексных представлений конечных групп и их применение к построению неприводимых комплексных представлений

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка	2	3	4	5
РО и соответствующие виды оценочных средств				

Знания (виды оценочных средств: устные и письменные опросы и контрольные работы, тесты, и т.п.)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические контрольные задания, написание и защита рефератов на заданную тему и т.п.)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности непринципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР и т.п.)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

8.1. Перечень основной и дополнительной литературы

- Основная литература:
- Основная литература
- Э. Б. Винберг, Курс алгебры. — М: Изд-во «МЦНМО», 2013.
- В. А. Зорич, Математический анализ. Т. 1. — М: Изд-во «МЦНМО», 2015.
- В. А. Зорич, Математический анализ. Т. 2. — М: Изд-во «МЦНМО», 2015.

- P. J. Cameron, A course on number theory, <http://www.maths.qmul.ac.uk/~pjc/notes/nt.pdf>
- K. Conrad, Irrationality of pi and e,
<https://kconrad.math.uconn.edu/blurbs/analysis/irrational.pdf>
- P. Garrett, Liouville's theorem on diophantine approximation, http://www-users.math.umn.edu/~garrett/m/mfms/notes_2013-14/04b_Liouville_approx.pdf
- A. Hatcher, Algebraic topology, <http://pi.math.cornell.edu/~hatcher/AT/ATpage.html>

Дополнительная литература

- С. Ленг. Алгебра
- М. И. Каргаполов, Ю. И. Мерзляков. Основы теории групп
- М. Атья, И. Макдональд. Введение в коммутативную алгебру

8.2 Перечень лицензионного программного обеспечения, в том числе отечественного производства

При реализации дисциплины может быть использовано следующее программное обеспечение:

Для успешного освоения дисциплины студент использует следующие программные средства:

LaTeX

Браузеры

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. <http://www.edu.ru> – портал Министерства образования и науки РФ
2. <http://www.ict.edu.ru> – система федеральных образовательных порталов «ИКТ в образовании»
3. <http://www.openet.ru> - Российский портал открытого образования
4. <http://www.mon.gov.ru> - Министерство образования и науки Российской Федерации
5. <http://www.fasi.gov.ru> - Федеральное агентство по науке и инновациям

8.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Math-Net.Ru [Электронный ресурс] : общероссийский математический портал / Математический институт им. В. А. Стеклова РАН ; Российская академия наук, Отделение математических наук. - М. : [б. и.], 2010. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: <http://www.mathnet.ru>
2. Университетская библиотека Online [Электронный ресурс] : электронная библиотечная система / ООО "Директ-Медиа" . - М. : [б. и.], 2001. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц. URL: www.biblioclub.ru

3. Универсальные базы данных East View [Электронный ресурс] : информационный ресурс / East View Information Services. - М. : [б. и.], 2012. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.

URL: www.ebiblioteka.ru

4. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс] : информационный портал / ООО "РУНЭБ" ; Санкт-Петербургский государственный университет. - М. : [б. и.], 2005. - Загл. с титул. экрана. - Б. ц.

URL: www.eLibrary.ru

8.5. Описание материально-технического обеспечения.

Механико-математический факультет, ответственный за реализацию данной Программы, располагает соответствующей материально-технической базой, включая необходимый аудиторный фонд. Материальная база факультета соответствует действующим санитарно-техническим нормам и обеспечивает проведение всех видов занятий (лабораторной, практической, дисциплинарной и междисциплинарной подготовки) и научно-исследовательской работы обучающихся, предусмотренных учебным планом.

9. Язык преподавания русский.

10. Преподаватель Бунина Е. И.

11. Автор программы Бунина Е. И.