

ЗАДАЧА (цилиндрический каток)

Решение

Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии абсолютно твердого тела:

$$T - T_0 = A^{(e)},$$

где A — работа всех внешних сил, действующих на цилиндрический каток при перемещении центра масс катка на расстояние, равное 2 м. По условию задачи $T_0=0$,

$$T = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} I_{cc} \omega^2.$$

как мгновенная ось катка совпадает с линией соприкосновения катка с землей, то

$$\omega = \frac{v_c}{R}, \text{ кроме того,}$$
$$I_{cc} = \frac{MR^2}{2}$$

Следовательно,

$$T = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} \frac{MR^2}{2} \left(\frac{v_c}{R} \right)^2 = \frac{3}{4} \frac{Q}{g} v_c^2.$$

Работа силы тяжести катка, нормальной реакции Земли и силы трения равна нулю, так как сила тяжести и нормальная реакция перпендикулярны к перемещению точки приложения, а сила трения проходит через мгновенную ось вращения. Работа силы P равна:

$$A^{(e)} = P s \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{(1,5)^2 - (0,9)^2}}{1,5} = \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{5}, \quad \frac{3}{4} \frac{Q}{g} v_c^2 = P s \frac{4}{5}.$$

Откуда

$$P = \frac{3 \cdot 5 \cdot Q \cdot v_c^2}{4 \cdot 4 \cdot g \cdot s} = \frac{15 \cdot 392 \cdot 80^2}{16 \cdot 980 \cdot 200} = 12 \text{ кг}.$$