**Программа утверждена на заседании кафедры математического анализа**

**Протокол № 6 от 17 декабря 2014 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): СПЕЦКУРС (полугодовой).

2. Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика. Направленность программы: Действительный, комплексный и функциональный анализ (научная специальность 01.01.01).

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП, блок 1 «Дисциплины (модули)».

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции**  ***(код компетенции)*** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)** |
| *УК-1*  *УК-3* | З1 (УК-1) ЗНАТЬ: методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях  У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные вариантырешения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов  У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений  З1 (УК-3) ЗНАТЬ: особенности представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах  У1 (УК-3) УМЕТЬ: следовать нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач  У2 (УК-3) УМЕТЬ: осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом |
| *ОПК-1* | З1 (ОПК-1) ЗНАТЬ: основные понятия, результаты и задачи фундаментальной математики и механики.  У1 (ОПК-1) УМЕТЬ: применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики.  В1 (ОПК-1) ВЛАДЕТЬ: методами математического моделирования. |
| *ПК-1* | В1 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ:Современными навыками научно-исследовательской работы в области вещественного, комплексного и функционального анализа  У1 (ПК-1) УМЕТЬ: Применять современные методы и результаты вещественного, комплексного и функционального анализа в научно-исследовательской работе  З1 (ПК-1) ЗНАТЬ: наиболее успешные методы получения современных научно-исследовательских результатов в области вещественного, комплексного и функционального анализа  З (ПК-1)-2 ЗНАТЬ: Основные определения и формулировки наиболее важных результатов современных комплексного анализа, функционального анализа, теории приближений, полные доказательства самых важных утверждений и теорем из перечисленных областей математики |

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 34 часа составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (30 часов занятия лекционного типа, 4 часа мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации), 38 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы формирование данной компетенции было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы аспирантуры, должен

Знать: основные направления, проблемы, теории и методы современной математики.

Уметь: решать стандартные задачи математического анализа, линейной алгебры, действительного анализа, комплексного анализа, функционального анализа, и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами из этих разделов математики.

8. Формат обучения.

очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 4 |  |  |  |  | 2 | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация *экзамен* | 12 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| **Итого** | 72 | 30 |  |  |  | 4 | 34 | 38 |  | 38 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций: *УК-1, УК-3, ОПК-1, ПК-1.*
* Описание шкал оценивания*: экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*
* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю)** | **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю) и**  **ШКАЛА оценивания** | | | | | **ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ** |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
| *З1 (УК1)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач | Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях | Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях | Экзамен в форме  индивидуального собеседования |
| *У1 (УК1)* | Отсутствие умений | Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | письменное решение задач |
| *У2 (УК1)* | Отсутствие умений | Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | письменное решение задач |
| *З1 (УК3)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания особенностей предоставления результатов научной деятельности в устной и письменной форме | Неполные знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме, при работе в российских и международных коллективах | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах | Сформированные и систематические знания особенностей представления результатов научной деятельности в устной и письменной форме при работе в российских и международных исследовательских коллективах | Экзамен в форме  индивидуального собеседования |
| *У1 (УК3)* | Отсутствие умений | Фрагментарное следование нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | В целом успешное, но не систематическое следование нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение следовать основным нормам, принятым в научном общении при работе в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | Успешное и систематическое следование нормам, принятым в научном общении, для успешной работы в российских и международных исследовательских коллективах с целью решения научных и научно-образовательных задач | письменное решение задач |
| *У2 (УК3)* | Отсутствие умений | Частично освоенное умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | В целом успешное, но не систематическое умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | Успешное и систематическое умение осуществлять личностный выбор в процессе работы в российских и международных исследовательских коллективах, оценивать последствия принятого решения и нести за него ответственность перед собой, коллегами и обществом | письменное решение задач |
| *З1 (ОПК1)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Неполные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные систематические представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Экзамен в форме  индивидуального собеседования |
| *У1 (ОПК1)* | Отсутствие умений | Фрагментарное умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | В целом успешное, но не систематическое умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | Сформированное умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | письменное решение задач |
| *В1 (ОПК1)* | Отсутствие навыков | Фрагментарное применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | В целом успешное, но не систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | Успешное и систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | Оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования |
| З1 (ПК-1) | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о методах научно-исследовательской деятельности в области вещественного, комплексного и функционального анализа | Неполные представления о методах научно-исследовательской деятельности в области вещественного, комплексного и функционального анализа | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о методах научно-исследовательской деятельности в области вещественного, комплексного и функционального анализа | Сформированные систематические  представления о методах научно-исследовательской деятельности в области вещественного, комплексного и функционального анализа | Экзамен в форме  индивидуального собеседования |
| З2 (ПК-1) | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о наиболее важных понятиях и результатах современного вещественного, комплексного и функционального анализа | Неполные представления о наиболее важных понятиях и результатах современного вещественного, комплексного и функционального анализа | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о наиболее важных понятиях и результатах современного вещественного, комплексного и функционального анализа | Сформированные систематические  представления о о наиболее важных понятиях и результатах современного вещественного, комплексного и функционального анализа | Экзамен в форме  индивидуального собеседования |
| У1 (ПК-1) | Отсутствие умений | Фрагментарное  использование современных методов и результатов вещественного, комплексного и функционального анализа в научно-исследовательской работе | В целом успешное, но не систематическое использование современных методов и результатов вещественного, комплексного и функционального анализа в научно-исследовательской работе | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы использование современных методов и результатов вещественного, комплексного и функционального анализа в научно-исследовательской работе | Сформированное умение использовать современных методов и результатов вещественного, комплексного и функционального анализа в научно-исследовательской работе | письменное решение задач |
| В1 (ПК-1) | Отсутствие навыков | Фрагментарное применение навыков научно-исследовательской работы в области  вещественного, комплексного и функционального анализа | В целом успешное, но не систематическое применение навыков научно-исследовательской работы в области  вещественного, комплексного и функционального анализа | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков научно-исследовательской работы в области  вещественного, комплексного и функционального анализа | Успешное и систематическое применение навыков научно-исследовательской работы в области  вещественного, комплексного и функционального анализа | Оценка реферативного отчета на экзамене в форме индивидуального собеседования |

* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Спецкурс программы аспирантуры, полугодовой: **Характеры и их свойства.**
2. Преподаватель: проф. Т.П. Лукашенко.
3. Аннотация курса: характеры топологической группы, характеры на действительной прямой, характеры на торе, характеры конечной и бесконечной циклических групп, характеры конечного и счётного произведения коммутативных топологических групп. Функции Радемахера и система Уолша – система характеров счётного произведения двоичных групп. Полнота и замкнутость системы Уолша, ее свойства. Система Хаара и ее свойства. Преобразование Фурье на локально компактных топологических группах.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Характеры топологической группы, характеры на действительной прямой с операцией сложения и обычной топологией, характеры на торе. |
| Тема 2 | Характеры конечной и бесконечной циклических групп, характеры конечного произведения коммутативных топологических групп. |
| Тема 3 | Характеры счётного произведения коммутативных топологических групп. Характеры счётного произведения конечных циклических групп. |
| Тема 4 | Подгруппы и фактор–группы топологических групп. Их характеры. Группа характеров и топология в ней. |
| Тема 5 | Функции Радемахера на единичном отрезке и на счётном произведении двоичных групп. Система Уолша на единичном отрезке и на счётном произведении двоичных групп. |
| Тема 6 | Система Уолша как система характеров счётного произведения двоичных групп. Полнота и замкнутость системы Уолша в пространстве Лебега L[0,1], 1≤p≤∞. |
| Тема 7 | Вид частичных сумм ряда Фурье по ортонормированной системе характеров компактной топологической группы. Ядро Дирихле. |
| Тема 8 | Операция свёртки на локально компактной топологической группе, её свойства. |
| Тема 9 | Система Уолша в нумерации Пэли. Ядра Дирихле системы Уолша и их свойства. Частичные суммы с номерами 2 и их свойства. Сходимость в пространствах Лебега L[0,1], 1≤p≤∞. |
| Тема 10 | Система Хаара на счётном произведении двоичных групп и её свойства. Вид частичных сумм ряда Фурье по системе Хаара. |
| Тема 11 | Сходимость рядов Фурье по системе Хаара почти всюду и в пространствах L[0,1], 1≤p≤∞. |
| Тема 12 | Мультипликативные системы как системы характеров счётного произведения конечных групп. Их свойства. Ортогональность системы характеров компактной топологической группы. |
| Тема 13 | Локально компактные топологические группы. Примеры. Системы характеров локально компактных топологических групп. |
| Тема 14 | Преобразование Фурье на локально компактных топологических группах и его свойства. |
| Тема 15 | Преобразование Фурье свёртки функций. Теорема Планшереля. |

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену

1. Характеры топологической группы и их свойства.
2. Характеры на действительной прямой с операцией сложения и обычной топологией, характеры на торе.
3. Характеры конечной и бесконечной циклических групп, характеры конечного произведения коммутативных топологических групп.
4. Подгруппы и фактор–группы топологических групп. Их характеры. Группа характеров и топология в ней.
5. Функции Радемахера на единичном отрезке и на счётном произведении двоичных групп.
6. Система Уолша на единичном отрезке и на счётном произведении двоичных групп.
7. Система Уолша как система характеров. Полнота и замкнутость системы Уолша в пространстве Лебега L[0,1], 1≤p≤∞.
8. Вид частичных сумм ряда Фурье по ортонормированной системе характеров компактной топологической группы. Ядро Дирихле.
9. Операция свёртки на локально компактной топологической группе, её свойства.
10. Система Уолша в нумерации Пэли. Ядра Дирихле системы Уолша и их свойства. Частичные суммы с номерами 2 и их свойства.
11. Сходимость частичных сумм с номерами 2рядов Фурье–Уолша в пространствах Лебега L[0,1], 1≤p≤∞.
12. Система Хаара на счётном произведении двоичных групп и её свойства.
13. Вид частичных сумм ряда Фурье по системе Хаара. Сходимость рядов Фурье по системе Хаара почти всюду.
14. Сходимость рядов Фурье по системе Хаара в пространствах L[0,1], 1≤p≤∞.
15. Мультипликативные системы как системы характеров счётного произведения конечных групп. Их свойства.
16. Локально компактные топологические группы. Примеры. Системы характеров локально компактных топологических групп.
17. Преобразование Фурье на локально компактных топологических группах и его свойства.
18. Преобразование Фурье свёртки функций. Теорема Планшереля.

Примеры задач для самостоятельного решения.

1. Доказать, что всякий характер является равномерно непрерывной функцией на топологической группе.
2. Доказать, что всякий характер всюду плотной подгруппы продолжается до характера на всей группе.
3. Найти все характеры группы **Q** рациональных чисел с обычной топологией.
4. Найти все характеры группы **Q∩[0,1)** со сложением по модулю 1 и с обычной топологией.
5. Найти все характеры группы **R=(0, ∞)** с операцией умножения и обычной топологией.
6. Доказать дискретность группы характеров компактной топологической группы.
7. Доказать компактность группы характеров дискретной топологической группы.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы:
2. Хьюитт Э., Росс К. Абстрактный гармонический анализ. Т. 1. М., изд-во “Наука”, 1975.
3. Люмис Л. Введение в абстрактный гармонический анализ. М., ИЛ, 1956.
4. Наймарк М.А. Нормированные кольца. М., Гостехиздат, 1956.
5. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М., Гостехиздат, 1954.
6. Агаев Г.Н., Виленкин Н.Я., Джафарли Г.М., Рубинштейн А.И. Мультипликативные системы функций и гармонический анализ на нульмерных группах. Баку, изд-во “Элм”, 1981.
7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: www.mathnet.ru, http://lib.mexmat.ru.

**Программа утверждена на заседании кафедры математического анализа**

**Протокол № 6 от 17 декабря 2014 г.**