

Список спецкурсов и спецсеминаров
кафедры дифференциальных уравнений для аспирантуры

Специальные курсы:

1. Элементы теории стохастических дифференциальных уравнений, теории управления и финансовой математики — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*
Спецкурс посвящен основам теории стохастических дифференциальных уравнений и теории управления стохастическими системами дифференциальных уравнений. В качестве приложений рассматриваются задачи управления инвестиционными портфелями, цены на активы которых задаются диффузионными процессами. Рассматриваются также задачи построения репликативных (хеджирующих) портфелей, выводится обобщенное уравнение Шоулса-Блейка.
2. Нелинейные задачи математической физики — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*
Изучаются методы исследования нелинейных задач математической физики, в том числе метод монотонности и метод компактности. Доказывается общая теорема о разрешимости уравнения с монотонным оператором. Исследуются вопросы разрешимости начально-краевых задач для системы реакции-диффузии и вопросы разрушения решения. Разбирается применение метода компактности к вопросу о существовании обобщенного решения начально-краевой задачи для системы Навье-Стокса ($n=2$).
3. Принципы группового анализа дифференциальных уравнений — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*
Основная цель курса – знакомство и освоение техники группового анализа, связанных с ней идей и возможностей ее использования в различных разделах математики и ее приложениях к физике, механике и технике, прежде всего связанных с дифференциальными уравнениями. Изучаются техника работы с алгебрами Ли и основные теоремы о связи алгебр Ли с соответствующими группами преобразований (группами Ли).
4. Качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений и приложения — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*
В спецкурсе изучаются методы исследования качественных свойств решений линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, в частности, классификации решений, асимптотического поведения решений вблизи границ области определения, существования нулей, оценки их количества на заданном интервале, оценки расстояний между нулями. Исследуются вопросы существования равномерных оценок решений с общей областью определения, наличия особенностей решения и характер особенности, в частности, эффект "blow-up" в нелинейных уравнениях. Демонстрируется применение этих методов к различным уравнениям, возникающим в приложениях (уравнение Риккати, уравнения Бесселя, Хилла, Матье, Эмдена -Фаулера, Томаса - Ферми и др.).
5. Теория устойчивости и показатели Ляпунова — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*
Систематически излагаются основы теории устойчивости решений обыкновенных дифференциальных уравнений, современной теории характеристических показателей Ляпунова линейных систем и некоторые смежные вопросы, такие как классификация Бэра разрывных функций, основы дескриптивной теории множеств и другие.

6. Теория колеблемости и блуждаемости — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Курс основан на совершенно новой (XXI век) теории ляпуновских характеристик колеблемости, блуждаемости и вращаемости решений дифференциальных систем. Обсуждаются определения этих характеристик, их связь с определёнными свойствами решений, соотношения между ними. Разбираются важнейшие частные случаи — характеристики решений автономных систем (когда прослеживается их связь с мнимыми частями собственных значений оператора, задающего систему), уравнений произвольного порядка (когда они связаны с частотой нулей решения), уравнений малого порядка (когда все характеристики оказываются одинаковыми).

7. Введение в теорию усреднения — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Излагаются основные методы теории усреднения: метод компенсированной компактности Мюра-Тартара, двухмасштабной сходимости Нгуетсенга–Аллера, асимптотический метод усреднения Бахвалова–Лионса. Приводятся примеры приложений рассматриваемых методов в задачах механики и физики.

8. Нелинейные уравнения с частными производными — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Спецкурс посвящен изложению ставших в настоящее время классическими результатов по теории нелинейных уравнений с частными производными. Рассматриваются в первую очередь, квазилинейные уравнения и системы законов сохранения первого порядка, важность которых обусловлена тем, что ими описываются многие модели сплошных сред. Обсуждаются, в частности, вопросы построения обобщенных решений типа ударных волн и регуляризации этих решений. Далее рассматриваются уравнения более высоких порядков, решения которых обладают специальными свойствами. Кроме чисто математического интереса, эти уравнения важны как моделирующие важные процессы физики и биологии. Это уравнения Колмогорова-Петровского-Пискунова, Кортевега-де Вриза, нелинейное уравнение Шредингера, уравнение нелинейной теплопроводности. Обсуждаются решения вида бегущей волны, солитонные решения, явления локализации и образования особенностей. Спецкурс призван расширить кругозор аспирантов и познакомить с наиболее яркими явлениями теории нелинейных уравнений.

9. Оператор Шредингера — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Для одномерного оператора Шредингера с вещественнозначным потенциалом исследуются различные вопросы: условия существенной самосопряженности (теоремы Сирса и Исмаилова), характер и структура спектра. Подробно доказываются достаточные условия дискретности спектра, критерий Молчанова, достаточные условия непрерывности спектра, теорема Като. Устанавливаются условия на потенциал, достаточные для того, чтобы спектр оператора содержал полуось. Доказываются оценки числа отрицательных собственных значений. Излагается также связанный с изучаемыми вопросами материал: оценки и асимптотическое поведение решений линейных уравнений второго порядка, осцилляторные свойства решений, интегральные неравенства. Рассматриваются также некоторые спектральные свойства краевых задач на ограниченном интервале.

10. Пространства Соболева — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Цель спецкурса — дать систематическое и вместе с тем достаточно элементарное изложение основ теории пространств Соболева, играющих важную роль в теории уравнений с частными производными и ее приложениях. Излагаются теоремы вложения разных метрик и разных измерений для пространств Соболева целого порядка в случае ограниченных и неограниченных областей, элементы теории следов и теории пространств Соболева нецелого порядка.

Специальные семинары:

1. **Качественная теория дифференциальных уравнений** — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Семинар посвящён качественной теории обыкновенных дифференциальных уравнений и смежным вопросам. На заседаниях семинара заслушиваются сообщения о новейших исследованиях в области теории устойчивости, теории колеблемости, теории управления, теории динамических систем, теории показателей Ляпунова (и других показателей ляпуновского типа), теории разрывных функций Бэра, различные задачи для уравнений в частных производных, проблемы группового анализа, многочисленные приложения.

2. **Уравнения с частными производными** — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

Тематика семинара относится к широкому кругу вопросов уравнений с частными производными, таких как распространение ударных волн, математические проблемы теории композиционных материалов, обратные задачи материаловедения, математическая теория дифракции волн, исследование математических моделей теории горения, математические задачи теории упругости и теория пограничного слоя.

3. **Математические модели в экономике** — *программа утверждена 25 декабря 2014 г., протокол №223.*

На спецсеминаре обсуждается широкий круг вопросов, связанных моделированием экономических процессов. Это, в первую очередь, моделирование финансовых рынков, портфельное инвестирование, оптимальное управление риском, хеджирование исков, где основную роль играют стохастические дифференциальные уравнения, а также связанные с ними характеристики. Большое внимание уделяется математическому аппарату, необходимому для решения такого рода задач. Это, в частности, теория уравнений Фоккера-Планка-Колмогорова и уравнений Гамильтона-Якоби-Беллмана, а также систем уравнений, содержащих такие уравнения в качестве составляющих. Кроме стохастических моделей, на семинаре рассматриваются и различные детерминированные модели, например, модели микро- и макроэкономики, модели распределения ресурсов, поведенческие модели экономики.

Заведующий кафедрой
дифференциальных уравнений
академик РАН, д.ф.-м.н., профессор

Козлов В.В.