**ОТДЕЛЕНИЕ МАТЕМАТИКИ**

**Enter 2020**

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ**

1. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.

2. Абсолютно непрерывные и сингулярные функции, их связь с интегралом Лебега.

3. Банаховы пространства. Три принципа линейного анализа (теоремы Хана-Банаха, Банаха- Штейнгауза, Банаха об обратном операторе).

4. Слабая сходимость. Теорема о слабой компактности шара в гильбертовом пространстве.

5. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Компактные операторы.

6. Спектр оператора. Простейшие свойства спектра. Теорема Гильберта-Шмидта то компактных самосопряженных операторах.

7.. Преобразование Фурье в L2(R). Теорема Планшереля.

8. Обобщенные функции и действия над ними. Преобразование Фурье в S'

9. Неравенства Коши, теорема Лиувилля, нули полиномов в С.

10. Принцип аргумента и теорема Руше.

11. Принцип симметрии Римана-Шварца.

12. Аналитическая функция в целом (по Вейерштрассу). Точки ветвления.

13. Аналитическое продолжение по гомотопным путям. Теорема о монодромии.

14. Модулярная функция и малая теорема Пикара.

**Литература:**

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М: Высшая школа, 2000

2. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. Москва, Ижевск: РХД, 2009

3. Гелбаум Б., Омстед Дж. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967

4. Домрин А.В., Сергеев А.Г. Лекции по комплексному анализу. М.: 2004

5. Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл. М.: Факториал, 1998, 2002

6. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, ч.1-2. Изд.2-е. М.: Изд-во МГУ, 1985, 1987

7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1-2. М.: Наука, Физматлит, 1982,1980

8. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука,1988

9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981, 1989

10. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М.: Наука, 1978

11. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1984

12. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976

13. Ульянов П.Л. и др. Действительный анализ в задачах. М.: Физматлит, 2005

14. Федоров В.М. Курс функционального анализа. СПб.: Лань, 2005

15. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2004

16. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т.1. М.: Наука, 1986.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 01.01.02 дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление**

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о продолжении решения. Случай линейных систем.

2. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и по параметру. Системы в вариациях.

3. Линейные системы. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Метод вариации постоянных.

4. Экспонента линейного оператора. Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами. Уравнения с квазимногочленом в правой части.

5. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению.

6. Автономные системы. Три типа фазовых траекторий. Особые точки линейных систем на плоскости.

7. Обмотка тора. Эргодическая теорема для поворотов окружности.

8. Теорема о выпрямлении векторного поля. Первые интегралы. Теорема о существовании полной системы первых интегралов.

9. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка: общее решение, задача Коши.

10. Обобщенные функции. Действия над обобщенными функциями. Фундаментальные решения операторов с постоянными коэффициентами.

11. Задача Коши для волнового уравнения: энергетическое неравенство, единственность решения.

12. Формулы Кирхгофа и Пуассона для волнового уравнения. Качественное исследование задачи Коши для волнового уравнения.

13. Смешанная задача для волнового уравнения: единственность решения, метод Фурье (его обоснование в случае одной пространственной переменной).

14. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Функция Грина для задачи Дирихле и ее свойства Функция Грина для шара. Решение задачи Дирихле для шара.

15. Свойства гармонических функций: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимой особенности.

16. Задачи Дирихле и Неймана: единственность решения, условие разрешимости задачи Неймана, сведение внешних задач к внутренним.

17. Уравнение теплопроводности. Первая краевая задача: принцип максимума, единственность решения, метод Фурье. Задача Коши: принцип максимума для слоя, интеграл Пуассона.

**Литература:**

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск: Удм.ГУ, 2000

2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2004

3. Михайлов В.П. Лекции по уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001

4. Олейиик О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2009

5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009

6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974

7. Сергеев И.Н. Дифференциальные уравнения. М.: Академия, 2013

8. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: КомКнига, 2007

9. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М.: МЦНМО, 2001.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 01.01.04 — геометрия и топология**

1. Кривые в трехмерном пространстве. Формулы Френе. Восстановление кривой по кривизне и кручению.

2. Ковариантное дифференцирование на поверхностях в евклидовом пространстве. Символы Кристоффеля. Деривационные формулы. Формулы Гаусса и Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса. Восстановление поверхности по паре квадратичных форм.

3. Понятие многообразия, вложения, погружения, многообразия с краем. Разбиение единицы, реализация компактных многообразий поверхностями в евклидовом пространстве. Теорема Уитни.

4. Классификация двумерных многообразий.

5. Тензорные поля на многообразиях и операции над ними. Дифференциальные формы. Дивергенция и ротор векторного поля.

6. Аффинные связности на многообразиях. Ковариантное дифференцирование. Параллельный перенос и геодезические. Римановы связности. Тензор кривизны. Экспоненциальное отображение. Лемма Гаусса. Локальная минимальность геодезических линий. Кривизна двумерных многообразий. Скалярная и гауссова кривизны поверхности.

7. Первая и вторая вариации для уравнений геодезических. Сопряженные точки и условие минимальности.

8. Гомотопные отображения и гомотопически эквивалентные многообразия. Когомологии де Рама, их гомотопическая инвариантность. Группы когомологий двумерной сферы и n-мерного тора. Лемма Пуанкаре.

9. Степень отображения и ее гомотопическая инвариантность. Приложения степени (теорема Брауэра, теорема об отсутствии векторного поля без особых точек на двумерной сфере). Степень и интеграл. Индекс особой точки векторного поля.

10. Алгебры Ли, метрика Киллинга, основные матричные алгебры Ли, классификация трехмерных алгебр Ли.

11. Группы Ли и их алгебры Ли. Полупростые и разрешимые алгебры и группы Ли. Простейшие однородные пространства.

12. Теоремы Тихонова. Метризуемость пространств со счетной базой.

**Литература.**

1. Б.А. Дубровин, СП. Новиков, А.Т. Фоменко. Современная Геометрия. УРСС, 2001

2. А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. «Курс дифференциальной геометрии и топологии». СПб.: Лань, 2010

3. П.К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967

4. Ш. Кобаяси, К. Номидзу. Основы дифференциальной геометрии. М.: Наука, 1981.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 01.01.05 - теория вероятностей и математическая статистика**

1. Аксиоматика Колмогорова теории вероятностей. Понятие независимости. Условные вероятности в аксиоматике Колмогорова. Условное математическое ожидание (существование и свойства).

2. Случайные величины: распределения вероятностей, математические ожидания, характеристические функции. Соответствие между распределениями и характеристическими функциями. Сходимость по распределению и сходимость характеристических функций.

3. Закон больших чисел. Усиленный закон больших чисел.

4. Схема Бернулли. Пуассоновское и нормальное приближения (локальная предельная теорема).

5. Центральная предельная теорема (в форме Ляпунова, Линдеберга-Феллера).

6. Безгранично делимые распределения Формула Леви-Хинчина.

7. Цепи Маркова. Эргодическая теорема.

8. Марковские процессы со счетным множеством состояний. Прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова.

9. Пуассоновский процесс как процесс с независимыми приращениями, как счетная цепь Маркова и как процесс восстановления для экспоненциальных случайных величин.

10. Винеровский процесс как процесс с независимыми приращениями и как гауссовский процесс. Существование стохастически эквивалентного процесса с непрерывными реализациями (теорема Колмогорова). Неограниченность вариации на отрезке.

11. Стационарные процессы. Стохастический интеграл по ортогональной случайной мере. Спектральное представление стационарного случайного процесса (случай дискретного и непрерывного времени).

12. Мартингалы. Теоремы о сходимости мартингалов с дискретным параметром.

13. Стохастический интеграл Ито. Стохастические дифференциальные уравнения, теорема о существовании и единственности сильного решения.

14. Эмпирическая функция распределения вероятностей. Теорема Гливенко-Кантелли. Критерий Колмогорова.

15. Доверительные интервалы при статистическом оценивании параметров. Оценивание параметров нормального распределения.

16. Достаточные статистики. Теорема факторизации. Теорема Блэкуэлла-Колмогорова-Рао.

17. Оценки наибольшего правдоподобия и их асимптотические свойства.

18. Проверки статистических гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения по выборке.

**Литература:**

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. Изд.4-е. М.: УРСС, 2003

2. Боровков А.А. Математическая статистика. Изд.3-е. М.: Физматлит, 2007

3. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. М.:Физматлит, 2005

4. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. Изд.2-е. М.: Наука, 1996

5. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1977

6. Крамер Г. Математические методы статистики. Изд.2-е. М.: Мир, 1976

7. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004

8. Ширяев А.Н. Вероятность. Изд.4-е. М.: МЦНМО, 2007.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел**

1. Язык логики высказываний. Булевы функции. Исчисление высказываний, его корректность и полнота.

2. Интуиционистская логика высказываний. Теорема Крипке о полноте.

3. Язык логики первого порядка. Интерпретации, модели. Теорема компактности, теорема Лёвенгейма — Скулема. Исчисление предикатов первого порядка, его корректность. Теорема о полноте. Нестандартные модели арифметики.

4. Теории первого порядка. Полные теории. Категоричные в данной мощности теории. Разрешимые теории. Категоричность в счётной мощности теории плотного линейного порядка без первого и последнего элементов.

5. Парадоксы наивной теории множеств. Аксиоматическая теория множеств. Аксиома выбора. Вполне упорядоченные множества и теорема Цермело. Лемма Цорна. Континуум-гипотеза.

6. Общее понятие алгоритма. Вариант формализации понятия алгоритма. Универсальный алгоритм. Вычислимые функции, перечислимые и разрешимые множества. Пример перечислимого неразрешимого множества. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Теорема Раиса.

7. Первая теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Неразрешимость формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Теорема Чёрча о неразрешимости логики предикатов.

8. Время и память как меры сложности вычислений. Классы P, NP, PSPACE. Полиномиальная сводимость. NP-полные проблемы.

9. Факторгруппы и факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах для групп и колец.

10. Теоремы Силова.

11. Строение конечно порожденных абелевых групп.

12. Простота знакопеременных групп степени не ниже 5.

13. Простота алгебры матриц над полем.

14. Конечные расширения полей. Присоединение к полю корня неприводимого многочлена.

15. Тело кватернионов. Теорема Фробениуса,

16. Представления групп, лемма Шура, теорема Машке. Неприводимые комплексные представления конечных абелевых групп.

17 Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя. Решение линейных уравнений в целых числах.

18 Основная теорема арифметики. Расходимость ряда \Sum\_p{1\over p}.

19. Мультипликативные функции. Функция Мёбиуса. Формулы для количества и для суммы делителей. Функция Эйлера и её свойства.

20 Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Китайская теорема об остатках. Решение полиномиальных сравнений по простому модулю,

21. Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Символ Якоби и его вычисление.

22. Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому

модулю p, модулям p^k, 2р^k, k>1. Индексы и их свойства.

23 Рациональные и иррациональные числа. Иррациональность корней и логарифмов. Нахождение рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами. Представление рациональных чисел бесконечными десятичными дробями. Длина периода.

24. Представление чисел цепными дробями. Теорема Дирихле о приближении действительных чисел рациональными. Цепные дроби квадратичных иррациональностей.

**Литература**

1. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966

2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов, ч.2. Языки и исчисления. М.: МЦНМО, 2012

3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов, ч.3. Вычислимые функции. М.: МЦНМО, 2012

4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. Любое издание.

5. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982

6. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. М.: Физматлит, 2011

7. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986

8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1984

9. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. М.: Академия, 2008

10. Новиков П.С. Элементы математической логики. М.: Наука, 1973

11. Винберг Э. Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2013

12. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч.1. Основы алгебры. М.: МЦНМО, 2009

13. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч.2. Линейная алгебра. М.: МЦНМО, 2009

14. Кострикин А. И. Введение в алгебру, ч.3: Основные структуры алгебры. М.: МЦНМО, 2009.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности  01.01.07 -**вычислительная математика

**I.  Методы приближения функций.**

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом. Оптимизация погрешности приближения за счет выбора узлов интерполяции. Многочлены Чебышева и их свойства.
2. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве. Существование и единственность многочлена наилучшего равномерного приближения.
3. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении. Тригонометрическая интерполяция. Дискретное преобразование Фурье.
4. Сплайны. Экстремальные свойства сплайнов. Построение кубического интерполяционного сплайна. Интерполяционные и аппроксимационные сплайны. Теоремы о приближении функций сплайнами.

**II. Численное интегрирование.**

1. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса и метод неопределенных коэффициентов. Составные квадратурные формулы, оценки погрешности.
2. Ортогональные многочлены. Квадратуры Гаусса.
3. Практическая оценка погрешности. Интегрирование быстро осциллирующих функций. Оптимизация распределения узоров квадратурной формулы. Вычисление интегралов в нерегулярном случае.

**III.** **Численные методы алгебры.**

1. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Гаусса и LU разложение. Методы вращений и отражений. Оценка числа арифметических операций.
2. Проблема собственных значений. Степенной метод. Методы вращений, Якоби, биссекции и QR-алгоритм.
3. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы простой итерации, Зейделя и наискорейшего градиентного спуска. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов.
4. Многошаговые итерационные методы решения СЛАУ. Оптимизация скорости сходимости метода простой итерации с переменным итерационным параметром. Метод сопряженных градиентов.

**IV.** **Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.**

1. Методы Рунге-Кутта. Оценка погрешности одношаговых методов.
2. Конечно-разностные методы. Исследование свойств конечно-разностных методов на модельных задачах.
3. Особенности интегрирования систем уравнений. Методы решения жестких систем.
4. Постановка краевых задач для линейных систем первого порядка. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка.
5. Простейшие методы решения краевой задачи для уравнения второго порядка. Решение простейшей краевой сеточной задачи.
6. Построение численных методов для ОДУ с помощью вариационных принципов.

**V.  Методы решения уравнений в частных производных.**

1. Аппроксимация гиперболических задач. Спектральный признак устойчивости. Принцип замороженных коэффициентов. Численное решение нелинейных задач с разрывными решениями.
2. Разностные методы решения для одномерного параболического уравнения.
3. Разностная аппроксимация эллиптических уравнений.
4. Решение параболических уравнений с несколькими пространственными переменными. Методы расщепления.
5. Метод решения сеточных эллиптических уравнений, основанный на быстром дискретном преобразовании Фурье.
6. Многосеточный метод решения сеточных эллиптических задач.

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Изд.8-е. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000

2. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977

3. Голуб Дж., Ч.Ван Лоун. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999

4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980

5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 01.01.09. – дискретная математика и математическая кибернетика**

**Раздел А.**

1. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах. Производные по Гато, Фреше, строгая дифференцируемость. Теоремы о суперпозиции о среднем, о полном дифференциале.

2. Теорема о неявной функции и об обратной функции в банаховых пространствах. Теорема Люстерника и теорема о касательном пространстве.

3. Простейшая задача вариационного исчисления и уравнение Эйлера. Задача Больца и условия трансверсальности. Необходимые и достаточные условия второго порядка для простейшей задачи.

4. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.

5. Принцип Лагранжа для гладких экстремальных задач в банаховых пространствах с ограничениями типа равенств.

6. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

7. Задача оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (с доказательством для задачи со свободным концом).

**Рекомендуемая литература к разделу А (кафедра ОПУ):**

1. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин СВ. и др. Оптимальное управление. М.: МЦНМО, 2008

2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин СВ. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.

**Раздел Б.**

1. Критерий полноты систем функций алгебры логики.

2. Алгоритм распознавания полноты систем функций k-значной логики.

3. Конечные полные системы ограниченно-детерминированных функций (о.-д. функций) относительно операции суперпозиции и обратной связи. Отсутствие конечных полных систем о.-д. функций относительно операции суперпозиции.

4. Оценки числа неизоморфных деревьев и связных графов с данным числом ребер.

5. Алфавитное кодирование. Критерий однозначности декодирования. Оптимальные коды. Код Хемминга.

6. Метод Шеннона синтеза схем из функциональных элементов. Порядок роста функций Шеннона. Реализация симметрических функций.

7. Методы построения сокращенных дизъюнктивных нормальных форм для функций алгебры логики. Эквивалентные преобразования формул в базисе {&, V,-,0,1}.

**Рекомендуемая литература к разделу Б (кафедра ДМ):**

1. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Т.1 / под общ. ред. С.В. Яблонского и О.В. Лупанова. М.: Наука, 1974

2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986

3. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. М.: Высшая школа, 2007

**Раздел В.**

1. Многозначная логика. Критерий полноты Кузнецова для функций k-значной логики. Теорема Слупецкого. Теорема Линдена для клонов конечных алгебр. Схемная сложность булевых функций. Теорема Шеннона.

2. Теория автоматов. Теоремы Мура об экспериментах с автоматами.

Клини о представлении событий. Теорема Мак-Ноттона о представлении сверхсобытий. Моделирование в однородных структурах. Неэффективность критериев полноты для структурных автоматов.

3. Теория алгоритмов. Совпадение классов вычислимых и частично-рекурсивных функций. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Алгоритмическая сложность. Р- и NP-полнота.

4. Теория кодирования. Алфавитное и оптимальное кодирование. Помехоустойчивое кодирование.

5. Теория графов. Теорема о плоской реализации (Понтрягина-Куратовского). Теорема Шеннона о реберной раскраске. Теорема о потоке через сеть.

6. Теория интеллектуальных систем. Теорема Новикова о персептроне. Алгоритм распознавания голосованием по тестам. Информационно- графовая модель данных.

7. Математическая логика. Логика и исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость. Логика и исчисление предикатов.

**Рекомендуемая литература к разделу В (кафедра МАТИС):**

[1] Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2002

[2] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985

[3] Кудрявцев В.В., Подколзин А.С., Болотов А.А. Основы теории однородных структур. М.: Наука, 1990

[4] Гасанов Э.Э., Кудрявцев В.Б. Теория хранения и поиска информации. М.: Физматлит, 2002

[5] Алешин С.В. Распознавание динамических образов, ч.1. М.: Изд-во МГУ, 1996

[6] Носов В.А. Основы теории алгоритмов и анализа их сложности. Курс лекций. М.: 1992

[7] Носов В.А. Комбинаторика и теория графов. Учебное пособие. Московский государственный институт электроники и математики. М.: 1999

[8] Подколзин А.С. Компьютерное моделирование посредством решения математических задач. МГУ. М.: 2000

[9] Галатенко А.В. Об одном простом критерии планарности графов. "Интеллектуальные системы". Т.7. Выпуск 1-4. М.: 2003

[10] Линден Р.К. Тождества в конечных алгебрах. "Кибернетический сборник". Выпуск 1 (старая серия)

[11] Ахо А.В., Хопкрофт Дж.Э., Ульман Дж.Д. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979

[12] Берлекамп Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1971

[13] Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и трудно решаемые задачи. М.: Мир, 1982

[14] Кук Д., Бейэ Г. Компьютерная математика. М.: Наука, 1990

[15] Мальцев А.Н. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986

[16] Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973

[17] Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. ИЛ, 1963.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 05.13.11**

**1. Методы хранения данных и доступа, к ним**

1. Динамические структуры данных: стек, дек, очередь, последовательность, список, дерево, множество. Непрерывные и ссылочные реализации структур данных. Хэширование. Совершенные, минимальные хеш-функции. Различные варианты хэш-реализаций множеств.

2. Бинарные деревья. Процедуры обходи, бинарного дерева, Деревья поиска. Сбалансированные бинарные AVL деревья. Красно-черные деревья. Процедуры добавления и удаления элементов. Теорема о глубине красно-мерного н AVL деревьев. В-деревья. Процедуры добавления н удаления элементов.

3. Сортировки обменом, линейной вставкой, выбором, слиянием (Неймана). Сортировка Шелла. Сортировка с помощью дерева (heapsort). Быстрая сортировка. Теоремы об Оценке снизу для трудоемкости сортировок. Теоремы о средней трудоемкости быстрой сортировки. Алгоритм сортировки с линейной оценкой трудоемкости.

4. Алгоритмы сжатия данных: RLE, Хаффмена, LZW, арифметического кодирования. Адаптивные алгоритмы. Теоремы об оптимальности кода Хаффмена. Теоремы о сжатии в методе арифметического кодирования.

5. Файловые системы. Принципы организации хранения файлов на диске. Логическая структура диска. Вазовые функции файловой системы. Принципы организации древовидной файловой системы. Организация файловых систем FАТ, ЕХТ, NTFS.

**2. Технология разработки программного обеспечения и системы программирования**

1. Процедурные языки программирования. Работа с данными: переменные и константы, тины данных, структуры данных (массивы и записи). Процедуры функции : вызов процедур, передача параметров (по ссылке, по значению, по результату), локализация переменных, побочные эффекты. Обработка исключительных ситуаций.

2. Объектно-ориентированный подход в программировании. Объекты, отношения между объектами. Инкапсуляция, сокрытие информации. Абстрактные типы данных. Классы и представители. Полиморфизм.

3. Объектно-ориентированный подход в программировании. Наследование, Переопределение информационных и/или поведенческих структур при наследовании. Цели использования наследования. Средства обработки объектов (контейнеры и итераторы).

4. Формальные грамматики. LR(1) разбор. Операции сдвига и свертки.

**3. Программирование параллельных ЭВМ**

1. Параллельные процессы. Многозадачные ОС. Тины взаимодействия процессов: сотрудничающие и конкурирующие процессы, взаимной исключение процессов. Проблемы, возникающие при синхронизации процессов н идеи их разрешения. Связывание. Статическое и динамическое связывание.

2. Определение потока исполнения (thread). Сравнение с процессами: создание, планирование, управление. Состояния процесса, потока исполнения и механизмы перехода из одного состояния в другое.

3. Механизмы взаимодействия процессов; разделяемая память, семафоры, сигналы, события, критические секции, очереди сообщений. Примитивные операции.

4. Синхронизация и взаимодействие потоков исполнения. Объекты типа mutex. Примитивные операции. Виды mutex. Особенности реализации для ОСРВ.

5. Синхронизация и взаимодействие потоков исполнения. Объекты типа condvar. Примитивные операции. Виды condvar. Особенности реализации дли ОСРВ.

6. Программирование систем с распределенной памятью. Message Passing Interface (MPI). Общая структура MPI-программы. Сообщения и их виды. Группы и коммуникаторы. Попарный обмен сообщениями. Операции ввода-вывода в MPI программах. Примеры.

**4. Сети передачи данных**

1. Логика функционирования сетей Ethernet. Адресация. Дисциплина передачи данных. Разрешение коллизий.

2. Иерархия сетевых протоколов а модели TCP/IP (Internet) IP адресация. Широковещательные и другие специальные адреса. Маска подсети. Протоколы ARP, RARP, ICMP, назначение, принципы работы.

3. Протокол IP, назначение, принципы работы. Функции IP протокола, версии IP v.4 и IP v.6. Маршрутизация.

4. Протоколы UDP, TCP, назначение, принципы работы. Адресация транспортного уровня. Контроль правильности передачи. Обеспечение надежности передачи. Сегментация данных. Процедуры установления и разрыва ТСР соединения. Механизм подтверждений. Таймеры.

5. Socket-интерфейс. Основные функции и их назначение. Реализация взаимодействия клиент - сервер.

**Список литературы**

[1] Валединский В.Д., Пронкин Ю.Н. Вычислительные системы и программирование. Си­стемы хранения данных. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ имени М.В.Ломоносова, 2006

[2] Валединский В.Д., Пронкин Ю.Н. Вычислительные системы и программирование. Ор­ганизация вычислительных систем. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ имени М.В.Ломоносова, 2006

[3] Кнут Д. Искусство программирования. Т. 1 - 3. М., СПб., Киев: ИД "Вилямс", 2000

[4] Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы, построение и анализ. М.: МЦНМО, 2000

[5] Назаров С.В., Широков А.И. Современные операционные системы. М.: Изд-во Бином, 2011

[6] Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования. М.: Изд-во Бином, 2007

[7] Семенов Ю.А. Алгоритмы телекоммуникационных сетей, ч. 1. Алгоритмы и протоколы сетей передачи данных. М.: Изд-во Бином, 2007

[8] Семенов Ю.А. Алгоритмы телекоммуникационных сетей, ч. 2. Протоколы си алгоритмы маршрутизации в Internet. М.: Изд-во Бином, 2007.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 05.13.17**

1. Общие принципы моделирования окружающей среды. Машинное представление знаний и данных.
2. Методы хранения, поиска и обработки данных, методы естественно-языкового человеко-машинного общения.
3. Предметная область и ее модели. Объекты, характеристики и их значения. Единицы ин­формации и информационные отношения.
4. Классификационные системы: иерархические классификации, фасетные классификации, алфавитно-предметные классификации. Тезаурусные методы представления знаний.
5. Системы, основанные на отношениях. Объектно-характеристические таблицы. Предикатно-октантные структуры.
6. Семантические сети. Понятие сущности. Семантические отношения и их виды. Абстракт­ные и конкретные семантические сети.
7. Фреймы — системно-структурное описание предметной области. Принципы фрейм-представлений. Понятие «СЛОТА».
8. Продукционные и редукционные системы представления знаний. Представление нефор­мальных знаний.
9. Обработка данных. Структуры данных. Уровни представления данных. Языки описания и манипулирования данными.
10. Система управления базами данных. Архитектура СУБД. Основные конструкции структур данных. Функции СУБД. Категории пользователей.
11. Понятие модели данных. Иерархическая, сетевая модели данных. Реляционная модель дан­ных. Экземпляры отношений, домены, атрибуты. Операции над отношениями: селекция, проекция, естественное соединение. Понятие реляционной полноты языка манипулирования данными. Модель данных «сущность-связь».
12. Информационный поиск. Основные понятия и виды. Модели поиска. Стратегии поиска. Понятия пертинентности, смысловой и формальной релевантности. Критерии выдачи. По­нятие об ассоциативном поиске.
13. Модели описания информационных процессов и технологий. Теоретико-множественное опи­сание сообщений, запросов, массивов документов. Универсальный информационный поток. Линейная модель. Матрица информационного потока. Ассоциативные матрицы информа­ционного потока.
14. Критерии оценки информационных технологий и систем. Оценки качества поиска (полнота, точность и др.). Скалярные и векторные оценки. Смешанные критерии (полезная работа, корреляционный критерий, свертки и пр.). Рабочие характеристики информационно-поисковых систем (ИПС) в различных координатах. Вероятностная модель ИПС. Теоретико-множественная модель ИПС. Оптимизация режима ИПС.
15. Линейное представление документов, запросов, тезауруса, индексирования, поиска. Оценка структуры тезауруса. Понятие лексической совместимости и тезаурусной согласованности. Определение различительной силы термина, его различные варианты. Модели динамиче­ской корректировки запроса.
16. Основы построения и функционирования вычислительных машин: общие принципы постро­ения и архитектуры вычислительных машин, информационно-логические основы вычис­лительных машин, их функциональная и структурная организация, память, процессоры, каналы и интерфейсы ввода-вывода, периферийные устройства.
17. Классификация и архитектура вычислительных сетей. Техническое, информационное и программное обеспечение сетей, структура и организация функционирования сетей (гло­бальных, региональных, локальных).
18. Структура и характеристики систем телекоммуникаций: коммутация и маршрутизация. Эффективность функционирования вычислительных машин, систем и сетей телекоммуни­каций, пути ее повышения.
19. Классы программных средств. Операционные системы. Системы программирования. Про­граммные продукты.
20. Операционные системы. Функции операционной системы (ОС): управление задачами, управление данными, связь с оператором. Системное внешнее устройство и загрузка ОС. Резидентные модули и утилиты ОС. Управляющие программы (драйверы) внешних устройств. Запуск и остановка резидентных задач. Запуск и прекращение нерезидентных задач. Управление прохождением задачи и использованием памяти. Понятие тома и файла данных. Сообщения операционной системы. Команды и директивы оператора.
21. Системы программирования. Понятие разработки приложений. Состав системы програм­мирования: язык программирования (ЯП), обработчик программ; библиотека программ и функций. Типы данных. Понятие блока и процедуры. Операторы ЯП. Стандартные ариф­метические, логические, строчные функции.
22. Программные продукты (приложения). Оболочки операционной системы. Программные па­кеты информационного поиска. Оболочки экспертных систем. Понятие открытого и закры­того программного продукта. Понятие генератора приложений. Системы управления база­ми данных, состав и структура. Среда конечного пользователя.
23. Технологии программирования. Модульное программирование, объектно-ориентированное проектирование и программирование. Логическое программирование. Компонентное про­граммирование.
24. Архитектура взаимодействия программ. Клиент-серверная архитектура. Понятие сервера приложений и многоуровневая архитектура. Архитектура с равноправными участниками.
25. Конкретные информационные и файловые системы в сети Internet. Принципы организа­ции. Средства отображения информации. Организация гипертекстового документа. Язык разметки HTML. Встроенные графические образы. Программы отображения и воспроизве­дения нетекстовой информации. Протокол обмена НТТР. Организация глобальной гипертекстовой сети.
26. Глобальные информационные сети. Общие характеристики, основные понятия, структура, организация, основные программные средства, информационные ресурсы (адрес в сети, имя в сети). Основные информационные средства и ресурсы сети. Удаленный доступ к ресурсам сети. Эмуляция удаленного терминала. Настройки на определенный тип терминала.

**Основная литература**

1. Лопатин В.Н. Правовые основы информационной безопасности. Курс лекций. М.: Изд-во МИФИ, 2000
2. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах. М.: Мир, 2000.
3. Михайлов А.И., Черный А.И., Гиляревский Р.Э. Основы информатики. М.: Наука, 1978
4. Попов И.И. Информационные ресурсы и системы: реализация, моделирование, управление. М.: ТПК «Альянс», 1996
5. Попов И.И., Максимов Н.В., Храмцов П.Б. Введение в сетевые информационные ресурсы и технологии. Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во РГГУ, 2001
6. Шемякин Ю.И. Введение в информатику. М.: Финансы и статистика, 1985.

**Дополнительная литература**

* Основы государства и права. Учебное пособие для вузов / под ред. О.Е. Кутафина. М.: Юрист, 1994
* Попов И.И. Автоматизированные информационные системы (по областям применения). Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во РЭА им. Г.В. Плеханова, 1999
* Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1-2. М.: Мир, 1982.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 05.13.19**

1. Основные положения Руководящих документов ФСТЭК России в области защиты информации. Классы защищенности автоматизированных систем и средств вычислительной техники от несанкционированного доступа к информации.
2. Основные положения стандарта ГОСТ Р ИСО/МЭК 15408. Профиль защиты. Функциональные требования. Требования доверия.
3. Классификация программно-технических метотдов и средств обеспечения информационной безопасности.
4. Основы криптографии. Шифры и их свойства; композиции шифров; системы шифрования. Применение криптографических методов в сервисах обеспечения информационной безопасности.
5. Теоретико-информационный подход к оценке криптостойкости шифров; имитостойкость и помехоустойчивость шифров.
6. Криптографическая стойкость шифров. Активные и пассивные атаки на криптосистемы.
7. Криптографические протоколы и основные требования к ним. Протоколы идентификации и аутентификации.
8. Средства и методы аутентификации в современных операционных системах.
9. Симметричные и ассиметричные криптосистемы. Основные различия.
10. Подходы к распределению ключей. Инфраструктура открытых ключей.
11. Классификация симметрических криптосистем. Системы поточного шифрования.
12. Американский стандарт шифрования данных DES; основные режимы работы алгоритма DES.
13. Отечественный стандарт симметричного шифрования данных ГОСТ 28147-89; режим простой замены; режим гаммирования; режим гаммирования с обратной связью; режим выработки имитовставки.
14. Криптография с открытым ключом. Однонаправленные функции. Схемы шифрования с открытым ключом и цифровой подписи.
15. Схема шифрования RSA. Схема шифрования Эль Гамаля.
16. Электронная цифровая подпись. Схема цифровой подписи RSA. Схема цифровой подписи Эль Гамаля.
17. Стандарты цифровой подписи США (DSA) и России (ГОСТ Р 34.10).
18. Модели логического разграничения доступа (ЛРД). Средства ЛРД в современных операционных системах. Средства ЛРД в системах управления базами данных.
19. Сервисы протоколирования и аудита. Активный аудит.
20. Программно-аппаратные средства защиты информации в компьютерных сетях. Экранирование и фильтрация. Межсетевые экраны.
21. Туннелирование. Построение виртуальных частных сетей.
22. Анализ защищенности. Сканеры защищенности.
23. Обеспечение высокой доступности информационных систем.
24. Контроль отсутствия  недекларированных возможностей в программном обеспечении.

**Литература:**

1. Галатенко В.А. Основы информационной безопасности. Курс лекций. Изд.3-е. Изд-во "Бином. Лаборатория знаний", 2006
2. Введение в криптографию. Изд.3-е,/дополненное, под редакцией Ященко В.В. М.: МЦНМО, 2000
3. Грушо А.А., Тимонина Е.Е. Теоретические основы защиты информации. М.: Изд-во "Яхтсмен", 1996
4. Средства вычислительной техники. Защита от несанкционированного доступа к информации. Показатели защищенности от несанкционированного доступа к информации. Руководящий документ ФСТЭК от 30 марта 1992 года. ФСТЭК. – 1992.
5. Защита от несанкционированного доступа к информации, часть 1. Программное обеспечение средств защиты информации. Классификация по уровню контроля отсутствия недекларированных возможностей. Руководящий документ ФСТЭК от 4 июня 1999 года / ФСТЭК, 1999.
6. ГОСТ 28147-89. Системы обработки информации. Защита криптографическая. Алгоритм криптографического преобразования.
7. ГОСТ 34.10-94. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процедуры выработки и проверки электронной цифровой подписи на базе асимметричного криптографического алгоритма.
8. ГОСТ Р 34.10-2001 Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи.
9. ГОСТ Р 34.11-94 Информационная технология. Криптографическая защита информации. Функция хэширования.
10. ГОСТ Р ИСО/МЭК 15408-1-2002. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий, ч. 1. Введение и общая модель. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.
11. ГОСТ Р ИСО/МЭК 15408-2-2002. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий, ч. 2. Функциональные требования безопасности. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.
12. ГОСТ Р ИСО/МЭК 15408-3-2002. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий, ч. 3. Требования доверия к безопасности. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.

======================================================

**Дополнительные вопросы к программе вступительных экзаменов в аспирантуру по специальности 13.00.02** - теория и методика обучения и воспитания (по областям и уровням образования)

1. Натуральные числа. Метод математической индукции.
2. Комбинаторика: перестановки, размещения и сочетания, бином Ньютона и треугольник Паскаля.
3. Теория вероятностей: частота и вероятность события, независимые события, схема испытаний Бернулли и закон больших чисел в форме Бернулли.
4. Арифметика: основная теорема арифметики, бесконечность множества простых чисел, сравнения по модулю. Алгоритм Евклида.
5. Действительные числа, плотность рациональных чисел на прямой. Счестность множества рациональных чисел и несчетность континуума.
6. Корень n-й степени из числа. Экспонента и логарифм. Тригонометрические и гиперболические функции.
7. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности. Область допустимых значений. Равносильные преобразования и следствия.
8. Комплексные числа: формы записи и операции над ними, формула Муавра, формула Эйлера.
9. Многочлены: теорема Безу, теорема Виета, основная теорема алгебры, разрешимость в радикалах уравнений степени не выше четвертой.
10. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Предел последовательности и сумма ряда. Числа ***П*** и ***e***.
11. Классификация движений евклидовой плоскости. Неподвижные точки. Теорема Шаля.
12. Функции и их графики, преобразование графиков. Кривые второго порядка на плоскости и их свойства.
13. Предел функции в точке. Непрерывность и дифференцируемость функции, исследование функции на экстремум с помощью производной.
14. Свойства решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами порядка не выше второго: экспоненциальный рост и гармонические колебания.
15. Интерполяционная формула Лагранжа. Метод касательных Ньютона.
16. Первообразная и определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей поверхности и объемов тел вращения.
17. Теорема Эйлера для многогранников.
18. Теорема Эйлера о циклическом обходе ребер графа.
19. Содержание и структура школьного курса математики: арифметика, алгебра и начала анализа, геометрия, элементы теории вероятностей и статистики.
20. Особенности преподавания математики в многопрофильной школе.
21. Возможности компьютерного обучения математике в школе.