

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова»
механико-математический факультет

 УТВЕРЖДАЮ
Декан
механико-математического факультета,
/А.И. Шафаревич/

21 января 2026 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
В АСПИРАНТУРУ**

Укрупненная группа научных специальностей: 1.1.Математика и механика

Перечень образовательных программ, на который осуществляется прием по данной программе:
101-01-00-117, 101-01-00-118, 101-01-00-119, 101-01-00-1110

Москва 2026

1. Краткое описание программы.

Программа вступительного испытания разработана в соответствии с требованиями действующих федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) для уровней специалитета 01.05.01 «Фундаментальная математика и механика», магистратуры 01.04.01 «Математика», 01.04.02 «Прикладная математика и информатика», 01.04.03 «Механика и математическое моделирование», 01.04.04. «Прикладная математика» и 02.04.01 «Математика и компьютерные науки».

Программа вступительного испытания разработана для проведения конкурсного отбора абитуриентов, планирующих обучение по следующим программам высшего образования – программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (далее аспирантура):

Наименование программы аспирантуры	Шифр программы
Теоретическая механика, динамика машин	101-01-01-117-фм
Механика деформируемого твердого тела	101-01-00-118
Механика жидкости, газа и плазмы	101-01-00-119
Биомеханика и биоинженерия	101-01-00-1110

Вступительное испытание направлено на выявление необходимых теоретических и практических знаний поступающего в рамках избранной научной специальности, а также его готовности к самостоятельной научной и научно-исследовательской деятельности.

Вступительное испытание в аспирантуру включает в себя три последовательных этапа. Проведение этапов может быть организовано как в течение одного дня, так и распределено на несколько дней — в соответствии с утверждённым расписанием.

Срок проведения вступительного испытания определяется правилами приема в аспирантуру.

В программе описаны формы проведения каждого этапа, их содержательное наполнение, список рекомендуемой литературы, а также методика оценивания результатов.

2. Критерии успешности прохождения этапов и вступительного испытания в целом.

За вступительное испытание в сумме может быть набрано 25 баллов из них:

- за первый этап 10 баллов;
- за второй этап 10 баллов;
- за третий этап 5 баллов.

Прохождение этапа считается успешным, если абитуриент набрал не менее:

- 7 баллов на первом этапе;
- 6 баллов на втором этапе;
- 3 баллов на третьем этапе.

Для допуска к последующему этапу необходимо успешно пройти предыдущий: поступающий не может приступить ко второму или третьему этапу, не преодолев порог успешности на предшествующем. Прохождение вступительного испытания считается успешным, если абитуриент успешно прошел все этапы и набрал в сумме не менее 16 баллов.

Для абитуриентов, участвовавших в конкурсе научного портфолио в году, соответствующем году поступления, действует следующее правило: победитель конкурса получает максимальный балл за всё вступительное испытание (все три этапа); призёр конкурса проходит все этапы вступительного испытания на общих основаниях, но получает дополнительные 3 балла, которые добавляются к общему результату вступительного испытания.

3. Место проведения вступительного испытания: г. Москва, Ленинские горы, д.1, Главное здание; г. Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 52.

4. Форма проведения и содержание этапов вступительного испытания.

Этап I. Оценка уровня знаний в области фундаментальной и прикладной математики и механики

Форма проведения этапа: очная.

Этап проводится в форме собеседования. Абитуриенту предлагается ответить на теоретический вопрос из предложенных экзаменаторами тем.

Содержание этапа: Первый этап вступительного испытания состоит в проверке базовых фундаментальных знаний в областях математики и механики, относящихся к научной специальности и полученных абитуриентом на предыдущих уровнях обучения.

Цели этапа: выявить уровень теоретической подготовки абитуриента и оценить знания абитуриентом основных понятий, теорем и принципов фундаментальной и прикладной математики и механики, относящихся к научной специальности.

Список вопросов первого этапа вступительного испытания приведен в *Приложении 1* и *Приложении 2* в разделе «Общие вопросы». Там же приведен список рекомендуемой литературы.

Фонд оценочных средств:

Критерии оценивания ответа на первом этапе вступительного испытания и шкала оценивания	
0-2 балла	Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений, формул и теорем фундаментальной математики и механики, относящихся к научной специальности.
3-4 балла	Неполные знания основных понятий, определений, формул и теорем фундаментальной математики и механики, относящихся к научной специальности.
5-6 баллов	Содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений, формул и теорем фундаментальной математики и механики, относящихся к научной специальности. Несистематическое умение доказывать основные утверждения, леммы и теоремы.
7-8 баллов	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений, формул и теорем фундаментальной математики и механики, относящихся к научной специальности. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение доказывать основные утверждения, леммы и теоремы.
9-10 баллов	Сформированные систематические знания основных понятий, определений, формул и теорем фундаментальной математики и механики, относящихся к научной специальности. Сформированное умение доказывать основные утверждения, леммы и теоремы.

Этап II. Оценка уровня знаний в научной области

Форма проведения этапа: очная.

Этап проводится в форме собеседования. Абитуриенту предлагается ответить на теоретический вопрос из предложенных экзаменаторами тем, которые определяются специализацией в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования.

Содержание этапа: Второй этап вступительного испытания состоит в проверке знаний по научной специальности, необходимых для осуществления научно-исследовательской работы.

Цели этапа: выявить уровень теоретической подготовки абитуриента и оценить готовность абитуриента к проведению дальнейших исследований в выбранной научной области.

Список вопросов второго этапа вступительного испытания приведен в *Приложении 1* и *Приложении 2* в разделе «Специальные вопросы». Там же приведен список рекомендуемой литературы.

Фонд оценочных средств:

Критерии оценивания ответа на втором этапе вступительного испытания и шкала оценивания	
0-2 балла	Отсутствие знаний или фрагментарные знания основных понятий, определений, формул и теорем механики, относящихся к специализации в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования.
3-4 балла	Неполные знания основных понятий, определений, формул и теорем механики, относящихся к специализации в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования.
5-6 баллов	Содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений, формул и теорем механики, относящихся к специализации в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования. Несистематическое умение доказывать основные утверждения, леммы и теоремы.
7-8 баллов	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, определений, формул и теорем механики, относящихся к специализации в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования. В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение доказывать основные утверждения, леммы и теоремы.
9-10 баллов	Сформированные систематические знания основных понятий, определений, формул и теорем механики, относящихся к специализации в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования. Сформированное умение доказывать основные утверждения, леммы и теоремы.

Этап III. Оценка реферата на иностранном языке по научной специальности

Форма проведения этапа: очная.

Этап проводится в форме собеседования на иностранном языке по реферату, подготовленному абитуриентом.

Содержание этапа: Третий этап вступительного испытания состоит в проверке степени владения иностранным языком профессионального общения по научной специальности и умения вести диалог по теме научных интересов.

Цели этапа: оценить способности абитуриента к изложению научных результатов и оценить знание иностранного языка профессионального общения по теме научных интересов.

Реферат по избранному направлению подготовки представляет собой результаты проведенного поступающим научного исследования и (или) обзор литературы по тематике будущей диссертационной работы, позволяет понять основные задачи и перспективы развития темы. Реферат включает титульный лист, введение, содержательную часть, выводы и список литературы. Минимальный объем реферата 10 страниц (за основу принимается шрифт Times New Roman, 14 pt, полуторный межстрочный интервал). Реферат сопровождается отзывом предполагаемого научного руководителя, содержащим характеристику работы.

Основные источники (если применимо): не требуются

Фонд оценочных средств: оценка осуществляется в зависимости от степени понимания задаваемых вопросов и ясности и четкости ответа на них на иностранном языке.

**Общие и специальные вопросы вступительного испытания в аспирантуру по
научной специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин
(программа аспирантуры 101-01-01-117-фм)**

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНА

1. Линейные отображения, операции с матрицами, жорданова форма матрицы, решение систем линейных алгебраических уравнений. Линейные операторы в n -мерном пространстве, собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Теорема о неявной функции.
2. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнения n -го порядка, квазимногочлены.
3. Формулы Гаусса–Остроградского и Стокса.
4. Свойства производной аналитической функции комплексного переменного и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.
5. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Угловая скорость абсолютно твердого тела. Формула Эйлера для поля скоростей точек абсолютно твердого тела. Теоремы сложения скоростей и ускорений в сложном движении точки; ускорение Кориолиса. Теорема сложения угловых скоростей.
7. Инерциальные системы отсчета, принцип относительности Галилея. Принцип детерминированности для системы материальных точек. Аксиома освобождения от связей. Идеальные связи. Принцип Даламбера–Лагранжа. Движение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета. Силы инерции.
8. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек. Законы сохранения. Модели линейного вязкого трения и сухого трения Кулона.
9. Свободные и вынужденные (под действием периодической силы) колебания гармонического осциллятора с линейным вязким трением. Свободные колебания гармонического осциллятора с сухим трением Кулона. Математический маятник и его фазовый портрет. Физический маятник: уравнение движения, приведенная длина.
10. Задача Кеплера о движении материальной точки в гравитационном поле неподвижного притягивающего центра. Классификация орбит в зависимости от значения постоянной интеграла энергии. Первая и вторая космические скорости.
11. Движение точки относительно Земли с учетом вращения Земли: вес, падение точки. Маятник Фуко.
12. Динамические уравнения Эйлера–Пуассона движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера: уравнения движения, первые интегралы, фазовый портрет, регулярная прецессия.
13. Случай Лагранжа движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Первые интегралы, редукция к одномерному движению. Качественный анализ Пуассона.

14. Основные положения динамики несвободных систем: голономные и неголономные связи, виртуальные и действительные перемещения, идеальные связи. Принцип Даламбера–Лагранжа в обобщенных координатах, уравнения Лагранжа с множителями.
15. Уравнения Лагранжа второго рода для голономных систем с потенциальными силами. Обобщенный интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
16. Теорема Лагранжа–Дирихле об устойчивости положения равновесия консервативной лагранжевой системы. Уравнения малых колебаний: нормальные координаты, частоты малых колебаний, общее решение.
17. Канонические переменные, функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона и их первые интегралы. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема для гамильтоновых систем.
18. Теория Флоке для линейных систем с периодическими коэффициентами. Отображение Пуанкаре для периодического решения автономной системы. Понятие орбитальной устойчивости.
19. Приближенные методы исследования динамических систем. Теорема Пуанкаре об аналитической зависимости решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений от малого параметра. Теорема Тихонова о предельном переходе для систем с малым параметром при старших производных. Теорема Крылова–Боголюбова об усреднении. (Теоремы приводятся без доказательства.)

Рекомендуемая литература к списку общих вопросов:

1. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. М.: Академия, 2010. 432 с.
2. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел. М.: Физматлит, 2013. 268 с.
3. Влахова А.В., Мартыненко Ю.Г., Новожилов И.В. Колебания и фракционный анализ. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2020. 412 с.
4. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2019. 728 с.
5. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.
6. Зорич В.А. Математический анализ. М.: Изд-во МЦНМО, 2012. Ч. 1. 702 с.; Ч. 2. 818 с.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит, 1994. 320 с.
8. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
9. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 592 с.
10. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.
11. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005. 254 с.
12. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
13. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004. 240 с.

2. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ЭКЗАМЕНА

2.1. Аналитическая механика

1. Плоская ограниченная круговая задача трех тел. Точки либрации, исследование их устойчивости.
2. Принцип Гаусса, уравнения Аппеля.
3. Вариационный принцип Мопертюи–Лагранжа–Якоби.
4. Канонические преобразования: определение, критерии и свойства. Сохранение структуры уравнений Гамильтона при канонических преобразованиях. Производящая функция канонического преобразования.

5. Уравнение Гамильтона–Якоби и его полный интеграл. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений Гамильтона. Отыскание полного интеграла уравнения Гамильтона–Якоби методом разделения переменных в автономном случае, при наличии циклической координаты, при отделении переменных в функции Гамильтона.
6. Интегральные инварианты Пуанкаре–Картана и Пуанкаре.
7. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновых систем в квадратурах. Переменные действие-угол. Переменные действие-угол для гармонического осциллятора.

2.2. Управление в механических системах

1. Нутационная и прецессионная теория гироскопических систем.
2. Классификация Андронова–Понтрягина динамических систем на плоскости. Применение к задаче бионавигации.
3. Управляемые механические системы. Принцип программного управления и управление с обратной связью. Управляемость, наблюдаемость и стабилизируемость.
4. Оценивание переменных в механических системах. Асимптотически устойчивый алгоритм оценивания.
5. Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении. Понятие об особом управлении. Задача быстрогодействия в линейных системах.
6. Принцип оптимальности Беллмана. Задача управления с квадратичным критерием.
7. Метод наименьших квадратов, метод максимума правдоподобия и метод минимума дисперсии ошибки оценки.
8. Задача оптимального оценивания траекторий механических систем. Фильтр Калмана в непрерывном и дискретном времени.
9. Стабилизация линейной стохастической стационарной системы с квадратичным критерием качества. Теорема разделения на задачи оценивания и управления.
10. Силы инерции и модели инерциальной навигации. Понятие об уравнениях ошибок и задаче коррекции.

2.3. Механика сплошной среды

1. Основы теории размерности. П-теорема.
2. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
3. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.
4. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
5. Модели идеальных жидкостей. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Даламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши-Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
6. Модель линейно-упругого тела, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях.

Рекомендуемая литература к списку специальных вопросов:

2.1. Аналитическая механика

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М: Наука, 1974. 432 с.
2. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. М.: Академия,

2010. 432 с.

3. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел. М.: Физматлит, 2013. 268 с.
4. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2005. 264 с.
5. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2019. 728 с.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 592 с.
7. Татаринов Я.В. Лекции по классической динамике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 296 с.

2.2. Управление в механических системах

1. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005. 376 с.
2. Александров В.В., Бугров Д.И., Тихонова К.В. Задачи о детерминированном и хаотическом переходах в бистабильных системах на плоскости. Ч. 1. Детерминированный переход в бистабильной системе. М.: Изд-во Московского университета, 2017. 44 с.
3. Александров В.В., Лемак С.С., Парусников Н.А. Лекции по механике управляемых систем. М.: КУРС, 2018. 288 с.
4. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета, 2020. 160 с.
5. Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Ленанд, 2018. 320 с.
6. Ишлинский А.Ю., Борзов В.И., Степаненко Н.П., Тихомиров В.В. Лекции по теории гироскопов. М.: МАКС Пресс, 2013. 296 с.
7. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.
8. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Едиториал УРСС, 2004. 64 с.
9. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкредидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.

2.3. Механика сплошной среды

1. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. М.: Московский лицей, 1996. Т. 1.: Теория и задачи. 396 с.
2. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006. 272 с.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1994. Т. 1. 528 с.; Т. 2. 560 с.

Общие вопросы экзамена являются обязательными для всех поступающих в аспирантуру по научной специальности 1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин (программа аспирантуры 101-01-01-117-фм) и относятся к этапу 1 вступительного испытания. Список специальных вопросов определяется специализацией в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования и относится к этапу 2. При формировании экзаменационных билетов первый вопрос билета выбирается из списка общих вопросов, второй из списка специальных вопросов программы.

Примеры экзаменационных билетов на вступительном испытании

Билет 1

Вопрос 1. Угловая скорость абсолютно твердого тела. Формула Эйлера для поля скоростей точек абсолютно твердого тела. Теоремы сложения скоростей и ускорений в сложном движении точки; ускорение Кориолиса. Теорема сложения угловых скоростей.

Вопрос 2. Задача оптимального оценивания траекторий механических систем. Фильтр Калмана в непрерывном и дискретном времени.

Вопрос 3. Содержание реферата по тематике будущего диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат предполагаемого научного руководителя).

Билет 2

Вопрос 1. Формулы Гаусса–Остроградского и Стокса.

Вопрос 2. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновых систем в квадратурах. Переменные действие-угол. Переменные действие-угол для гармонического осциллятора.

Вопрос 3. Содержание реферата по тематике будущего диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат предполагаемого научного руководителя).

Авторы:

Академик РАН, д.ф.-м.н., профессор Трещев Дмитрий Валерьевич

Профессор, д.ф.-м.н. Александров Владимир Васильевич

Профессор, д.ф.-м.н. Болотин Юрий Владимирович

Профессор, д.ф.-м.н. Влахова Анастасия Владимировна

Профессор, д.ф.-м.н. Кугушев Евгений Иванович

Доцент, к.ф.-м.н. Шахова Татьяна Валентиновна

Общие и специальные вопросы вступительного испытания в аспирантуру по программам подготовки 101-01-00-118, 101-01-00-119, 101-01-00-1110

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции. Линейные операторы в n -мерном пространстве. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
2. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Существование и единственность решения.
3. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнения n -го порядка, квазимногочлены.
4. Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость и фундаментальная система решений. Детерминант Вронского. Линейное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение. Фазовое пространство. Интегральные кривые. Особые точки системы линейных уравнений. Типы особых точек на плоскости.
5. Дифференциальные операторы: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа. Объемные, поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Остроградского—Гаусса и Стокса преобразования интегралов.
6. Функции комплексного переменного. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Условия Коши—Римана. Аналитические функции. Простейшие конформные отображения. Свойства производной аналитической функции и интеграл Коши.
7. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана. Ряд Тейлора для функции одной и нескольких переменных. Особые точки однозначных аналитических функций
8. Ряды Фурье, интегралы Фурье. Формула Коши.
9. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка.
10. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
11. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
12. Формула Эйлера для поля скоростей в твердом теле; теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; ускорение Кориолиса.
13. Инерциальные системы отсчета, принцип Галилея. Силы инерции.
14. Свободные и вынужденные колебания линейного осциллятора с трением. Математический маятник и его фазовый портрет.
15. Получение орбит в задаче о движении материальной точки в гравитационном поле притягивающего центра.

16. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Модели сил трения.
17. Уравнения движения твердого тела с применением главных осей инерции. Вращение твердого тела по инерции. Осесимметричный волчок, гироскопический эффект.
18. Модель идеальных связей. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
19. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Теория малых колебаний. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений, метод разделения переменных.
20. Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость механических систем. Оценивание состояния при случайных возмущениях. Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении.
21. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Кинематические свойства вихрей. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
22. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Определяющие соотношения. Замкнутые системы уравнений.
23. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
24. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Д'Аламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши—Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
25. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия. Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.
26. Модель линейного упругого тел, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
27. Слабые и сильные разрывы. Условия на поверхности разрыва. Ударные волны. Число Маха.
28. Модели неупругого поведения тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.
29. Адиабатические и изотермические процессы. Термодинамические модели вязких теплопроводных совершенного газа и несжимаемой жидкости. Линейная термоупругость.
30. Моделирование физических процессов, пи-теорема. Критерии подобия.

Рекомендуемая литература для подготовки:

ОСНОВНАЯ:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит, 1994.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1, 2. М.: Изд-во МЦНМО, 2012.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. 1985.

4. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974.
6. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз. 1959.
8. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
9. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука. 1985.
10. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука. 2000.
11. Вильке В.Г. Теоретическая механика. СПб.: Лань, 2003.
12. Маркеев А.П.. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
13. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005.
14. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т. 1, 2. М.: Физматгиз. 1963.
15. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1994.
16. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978.
17. Нигматулин Р.И. Механика сплошной среды. М.: ГЕОТАР-Медиа, 2014.
18. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006.
19. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. 2-е изд. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
20. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Т. 1.: Теория и задачи. Т. 2.: Ответы и решения. М.: Московский лицей, 1996.
21. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд. М.: Дрофа, 2003.
22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. 6-е изд. М.: Физматлит, 2015
23. Слѣзкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
24. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
25. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
26. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
27. Баранов В.Б. Гидроаэромеханика и введение в магнитную гидродинамику. М.: Изд-во МГУ, 2018.
28. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

1. Прагер В. Введение в механику сплошных сред. М.: ИЛ, 1963.
2. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
3. Шкадов В.Я., Запрянов З.Д. Течения вязкой жидкости. М.: Изд-во МГУ, 1984.
4. Липман Г.В., Рошко А. Элементы газовой динамики. М.: ИЛ, 1960.
5. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
6. Стулов В.П. Лекции по газовой динамике. М.: Физматлит, 2004.
7. Зверев И.Н., Смирнов Н.Н. Газодинамика горения. М.: Изд-во МГУ, 1987

2. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО НАУЧНОЙ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

1.1.8. Механика деформируемого твердого тела (программа подготовки 101-01-00-118)

1. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного упругого тела. Модуль Юнга, модуль сдвига, модуль объемного сжатия и коэффициент Пуассона, их механический смысл и способы экспериментального определения, связь с коэффициентами Ламе. Простейшие задачи для упругих изотропных тел: всестороннее сжатие, простой сдвиг упругого слоя, одноосное растяжение (сжатие).
2. Постановки краевых задач МДТТ в перемещениях и напряжениях.
3. Однородные и неоднородные среды, изотропные и анизотропные материалы. Изотропные и анизотропные тензорные функции и операторы (линейные, нелинейные, квазилинейные). Описание с их помощью определяющих соотношений МДТТ. Материальные функции.
4. Кручение призматического упругого бруса. Крутка, депланация. Связь крутки и крутящего момента. Точное решение для круглого стержня. Использование в задаче о кручении функции напряжения. Аналогия с течением Пуазейля.
5. Чистый изгиб бруса. Основные гипотезы. Связь продольного напряжения и изгибающего момента. Принцип Сен-Венана.
6. Контактная задача для упругой полуплоскости. Осесимметричная контактная задача для упругого полупространства. Постановка контактной задачи Герца.
7. Диаграмма растяжения-сжатия образца. Пластические деформации. Предел текучести, площадка текучести, упрочнение, эффект Баушингера, петля гистерезиса. Простейшие одномерные модели пластичности: жестко идеально-пластический материал, упруго идеально-пластический материал, упругопластический материал с линейным упрочнением.
8. Понятие о поверхности нагружения. Запись уравнения поверхности текучести для случаев идеальной пластичности, пластичности с изотропным, кинематическим и изотропно-кинематическим упрочнением. Принцип градиентальности приращения пластической деформации. Деформационная теория пластичности.
9. Простое нагружение. Теория малых упругопластических деформаций: основные соотношения и постановка задачи. Метод упругих решений.
10. Идеальная пластичность. Жесткопластическая модель. Понятие о предельном состоянии. Верхняя и нижняя оценки предельной нагрузки. Метод характеристик. Теорема Генки. Задача о внедрении штампа в полуплоскость и изгибе балки с надрезами. Разрывные решения и условия на разрывах. Пример: смятие угла.
11. Основные положения теории ползучести. Описание одномерной ползучести и релаксации. Установившаяся ползучесть при сложном напряженном состоянии. Труба под действием внутреннего давления. Ползучесть с изотропным упрочнением.
12. Основные положения наследственной упругости. Линейная теория (линейная вязкоупругость). Реологические модели. Принцип Вольтерра.
13. Композиционные материалы. Линейные эффективные определяющие соотношения. Методы нахождения эффективных модулей. Метод осреднения в механике композитов.
14. Основные положения линейной механики разрушения. Типы трещин. Постановка задачи. Асимптотика напряжений и перемещений в вершине трещины. Коэффициент интенсивности и сила сопротивления раскрытию трещины. Сопоставление силового и энергетического подходов.
15. Обобщенные решения в МДТТ. Вариационные постановки задач МДТТ. Методы Ритца и Бубнова-Галеркина. Вариационно-сеточные методы. Методы аппроксимаций. Метод численной реализации упругого решения.
16. Итерационные методы решения нелинейных задач МДТТ. Свойства касательных модулей и податливостей, обеспечивающие их сходимостью.

ПРИМЕР ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ:

Вариант 1.

Вопрос 1. Кручение призматического упругого бруса. Точное решение для круглого стержня.
Вопрос 2. Композиционные материалы. Линейные эффективные определяющие соотношения. Методы нахождения эффективных модулей. Метод осреднения в механике композитов.
Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Вариант 2.

Вопрос 1. Теория малых упругопластических деформаций: основные соотношения и постановка задачи.
Вопрос 2. Основные положения линейной механики разрушения. Типы трещин. Асимптотика напряжений и перемещений в вершине трещины.
Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Рекомендуемая литература для подготовки:

ОСНОВНАЯ:

1. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. М.:Логос, 2004.
2. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. ГИФМЛ. М.:1959.
3. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., Наука, 1970.
4. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.:Наука, 1969.
5. Керштейн И.М., Ключников В.Д., Ломакин Е.В., Шестериков С.А. Основы экспериментальной механики разрушения. 1989. М.: Изд. МГУ.
6. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. 1980. М.: Изд. МГУ.
7. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М., Изд-во МГУ, 1984.
8. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М., Изд-во МГУ, 1995.
9. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. М., Эдиториал УРСС, 1999.
10. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.:Наука, 1979.
11. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.:Наука, 1975.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

1. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. Изд. 2-е. Изд-во ЛКИ, 2007.
2. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М, Изд-во МГУ, 1986.
3. Победря Б.Е., Шешенин С.В., Холматов Т. Задача в напряжениях. Ташкент, Изд-во ФАН, 1988.

АВТОРЫ

Академик РАН, профессор Нигматулин Роберт Искандерович
Член-корреспондент РАН, профессор Ломакин Евгений Викторович
Член-корреспондент РАН, профессор Георгиевский Дмитрий Владимирович
Профессор, д.ф.-м.н. Завойчинская Элеонора Борисовна
Доцент, к.ф.-м.н. Белякова Татьяна Александровна
Доцент, к.ф.-м.н. Шамина Анастасия Александровна

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы (программа подготовки 101-01-00-119)

1. Понятие сплошной среды. Пространственные и материальные координаты, эйлерово и лагранжево описание движения сплошной среды. Поля перемещений, скоростей, ускорений, соотношения между ними при лагранжевом и эйлеровом описании. Траектории и линии тока.
2. Тензоры конечных и малых деформаций, их скалярные инварианты, связь с вектором перемещения, уравнения совместности. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент.
3. Дивергенция скорости и вектор вихря скорости, их механический смысл. Циркуляция вектора скорости. Потенциальное движение.
4. Закон сохранения массы для конечного объема сплошной среды. Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой среды в переменных Эйлера и Лагранжа.
5. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.
6. Закон сохранения момента количества движения для конечного объема сплошной среды в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжений.
7. Закон сохранения энергии для конечного объема сплошной среды. Вектор потока тепла. Дифференциальное уравнение энергии. Теорема о кинетической энергии. Работа внутренних сил. Уравнение притока тепла. Адиабатические и изотермические процессы, приток тепла за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье.
8. Обратимые и необратимые процессы. Второй закон термодинамики. Тождество Гиббса. Приток энтропии извне. Производство энтропии в необратимых процессах.
9. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах. Тангенциальные разрывы и ударные волны.
10. Модель идеальной жидкости. Уравнения движения Эйлера. Понятие баротропии. Замкнутые системы уравнений для идеальной несжимаемой жидкости и идеального баротропного газа. Начальные и граничные условия.
11. Уравнения состояния для сжимаемых жидкостей и газов. Модель совершенного газа. Адиабата Пуассона. Полная система уравнений для идеального совершенного теплопроводного газа. Понятие о термодинамических потенциалах двухпараметрических газов.
12. Интегралы Бернулли и Коши—Лагранжа.
13. Кинематические и динамические теоремы о вихрях: теоремы Томсона, Лагранжа, Гельмгольца.
14. Потенциальные движения несжимаемой жидкости. Уравнение Лапласа. Примеры потенциальных течений: поступательный поток, источник, диполь, точечный вихрь. Метод наложения потоков.
15. Потенциальные движения баротропного сжимаемого газа с малыми возмущениями. Волновое уравнение, его общее решение для одномерных движений с плоской и сферической симметрией. Скорость звука.
16. Определение поля скоростей несжимаемой жидкости по заданным источникам и вихрям. Формула Био—Савара. Прямолинейная вихревая нить.
17. Движение сферы в несжимаемой идеальной жидкости с постоянной и переменной скоростью. Присоединенная масса сферы.
18. Плоские потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Комплексный потенциал, комплексная скорость, метод конформных отображений. Стационарное обтекание кругового цилиндра с циркуляцией и без циркуляции.
19. Силы, действующие на тело, движущееся в идеальной жидкости: сила сопротивления, подъемная сила. Стационарное обтекание крылового профиля. Парадокс Д'Аламбера—Эйлера. Теорема Жуковского о подъемной силе. Постулат Жуковского—Чаплыгина для определения циркуляции вокруг крылового профиля с острой задней кромкой.
20. Обтекание тел со срывом струй. Схема Кирхгоффа для обтекания пластины. Понятие о кавитации.

21. Постановка задачи Коши—Пуассона о волнах на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости. Линеаризованная постановка. Гармонические волны. Амплитуда, период и длина волны, фазовая и групповая скорости. Явление дисперсии. Уравнения мелкой воды. Линейные длинные волны, волновое уравнение. Решение Д'Аламбера задачи Коши—Пуассона для одномерных плоских волн.
22. Модель линейно-вязкой жидкости. Уравнения движения Навье—Стокса, теорема об изменении кинетической энергии, диссипация механической энергии в вязкой жидкости. Уравнение притока тепла. Замкнутые системы уравнений для вязкой теплопроводной несжимаемой и сжимаемой жидкости. Граничные условия.
23. Течение Куэтта. Течение Пуазейля в круглой трубе.
24. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Пограничный слой. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Задача Блазиуса. Понятие об отрыве пограничного слоя.
25. Турбулентные движения. Уравнения Рейнольдса для осредненных параметров движения однородной несжимаемой жидкости. Турбулентные напряжения. Гипотеза Буссинеска. Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля. К-эпсилон модель турбулентности.
26. Система уравнений газовой динамики для адиабатических движений совершенного газа. Скорость звука. Число Маха. Распространение возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых потоках. Конус Маха. Эффект Доплера.
27. Одномерные нестационарные движения. Характеристическая форма уравнений газовой динамики. Характеристики. Инварианты Римана. Волны Римана. Опрокидывание волны Римана. Центрированная волна Римана, автомодельное решение.
28. Плоские стационарные сверхзвуковые течения. Течение Прандтля—Майера. Линеаризованная задача об обтекании тонкого крыла.
29. Поверхности разрыва в идеальном газе. Условия на ударных волнах. Адиабата Гюгонио. Теорема Цемплена. Эволюционные и неэволюционные разрывы.
30. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Элементарная теория сопла Лавалея.
31. Условия на косом скачке уплотнения. Обтекание клина сверхзвуковым потоком. Обтекание с отошедшей ударной волной.
32. Модель линейно-упругого тела. Закон Гука. Постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
33. Модели неупругого поведения тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.
34. Формула размерности. Размерные и безразмерные величины. Пи-теорема. Физическое подобие явлений. Критерии подобия. Моделирование механических явлений. Числа Рейнольдса, Маха, Фруда, Струхала, Эйлера, Прандтля.
35. Взаимодействие сплошных сред с электромагнитным полем. Плотность заряда и плотность тока. Сила Лоренца. Джоулево тепло. Закон Ома. Уравнения электродинамики и механики сплошных сред с учетом зарядов и токов.

ПРИМЕР ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ:

Вариант 1.

Вопрос 1. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Д'Аламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши—Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.

Вопрос 2. Плоские стационарные сверхзвуковые течения. Течение Прандтля—Майера. Линеаризованная задача об обтекании тонкого крыла.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Вариант 2.

Вопрос 1. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия. Ламинарные

и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.

Вопрос 2. Поверхности разрыва в идеальном газе. Условия на ударных волнах. Адиабата Гюгонио. Теорема Цемплена. Эволюционные и неэволюционные разрывы.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Рекомендуемая литература для подготовки:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит, 1994.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1, 2. М.: Изд-во МЦНМО, 2012.
3. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
5. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
7. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: Изд-во МГУ, 2000.
8. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1994.
10. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978.
11. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т.1, 2. М.: Физматгиз. 1963.
12. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
13. Победра Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006.
14. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Т. 1.: Теория и задачи. Т. 2.: Ответы и решения. М.: Московский лицей, 1996.
15. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
16. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики. М.: Изд-во МГУ, 1961.

АВТОРЫ

Академик РАН, профессор Левин Владимир Алексеевич
Профессор, д.ф.-м.н. Смирнов Николай Николаевич
Профессор, д.ф.-м.н. Краснобаев Константин Васильевич
Доцент, к.ф.-м.н. Леонтьев Николай Евгеньевич
Доцент, к.ф.-м.н. Арафайлов Сергей Игоревич

1.1.10. Биомеханика и биоинженерия (программа подготовки 101-01-00-1110)

1. Угловая скорость абсолютно твердого тела. Формула Эйлера для поля скоростей точек абсолютно твердого тела. Теоремы сложения скоростей и ускорений в сложном движении точки; ускорение Кориолиса.
2. Инерциальные системы отсчета, принцип относительности Галилея. Принцип детерминированности для системы материальных точек. Аксиома освобождения от связей. Идеальные связи. Принцип Даламбера—Лагранжа. Движение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета. Силы инерции.

3. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек. Законы сохранения. Модели линейного вязкого трения и сухого трения Кулона.
4. Уравнения Лагранжа второго рода для голономных систем с потенциальными силами. Обобщенный интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
5. Наблюдаемость механических систем. Оценивание состояния при случайных возмущениях. Решение переопределенных задач методом наименьших квадратов.
6. Понятие сплошной среды. Пространственные и материальные координаты, эйлерово и лагранжево описание движения сплошной среды. Поля перемещений, скоростей, ускорений, соотношения между ними при лагранжевом и эйлеровом описании. Траектории и линии тока.
7. Тензоры конечных и малых деформаций, их скалярные инварианты, связь с вектором перемещения, уравнения совместности. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент.
8. Дивергенция скорости и вектор вихря скорости, их механический смысл. Циркуляция вектора скорости. Потенциальное движение.
9. Закон сохранения массы для конечного объема сплошной среды. Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой среды в переменных Эйлера и Лагранжа. Закон сохранения массы компонент для многофазных многокомпонентных сред. Закон диффузии Фика.
10. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.
11. Закон сохранения момента количества движения для конечного объема сплошной среды и в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжений.
12. Закон сохранения энергии для конечного объема сплошной среды. Вектор потока тепла. Дифференциальное уравнение энергии. Теорема о кинетической энергии. Работа внутренних сил. Уравнение притока тепла. Адиабатические и изотермические процессы, приток тепла за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье.
13. Обратимые и необратимые процессы. Второй закон термодинамики. Тождество Гиббса. Приток энтропии извне. Производство энтропии в необратимых процессах.
14. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах. Тангенциальные разрывы и ударные волны.
15. Формула размерности. Размерные и безразмерные величины. Пи-теорема. Физическое подобие явлений. Критерии подобия. Моделирование механических явлений. Числа Рейнольдса, Маха. Фруда, Струхала, Уомерсли, Эйлера, Прандтля.
16. Модель идеальной жидкости. Уравнения движения Эйлера. Понятие баротропии. Замкнутые системы уравнений для идеальной несжимаемой жидкости и идеального баротропного газа. Начальные и граничные условия.
17. Интегралы Бернулли и Коши—Лагранжа.
18. Силы, действующие на тело, движущееся в идеальной жидкости: сила сопротивления, подъемная сила. Стационарное обтекание крылового профиля. Парадокс Д'Аламбера—Эйлера. Теорема Жуковского о подъемной силе. Постулат Жуковского—Чаплыгина для определения циркуляции вокруг крылового профиля с острой задней кромкой.
19. Модель линейно-вязкой жидкости. Уравнения движения Навье—Стокса. Диссипация механической энергии в вязкой жидкости. Уравнение притока тепла. Замкнутые системы уравнений для вязкой теплопроводной несжимаемой и сжимаемой жидкостей. Граничные условия.
20. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Сила Стокса. Пограничный слой, развитые течения в трубках и входной участок. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Понятие об отрыве пограничного слоя.
21. Течение Куэтта. Течение Пуазейля в круглой и эллиптической трубе.
22. Пульсирующее течение вязкой несжимаемой жидкости в круглой трубе, решение Громеки.
23. Параметры течения крови в различных участках сердечно-сосудистой системы. Механика сердца, клапаны сердца. Подходы к моделированию течения крови в ветвящемся сосудистом русле.

24. Одномерная теория течения крови в крупных сосудах. Реология крови: зависимость кажущейся вязкости от скорости сдвига.
25. Модель линейного упругого тел. Закон Гука. Постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
26. Модели неупругого поведения твёрдых деформируемых тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.
27. Фильтрация жидкости в пористых средах. Закон Дарси.

ПРИМЕР ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ:

Вариант 1.

Вопрос 1. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек. Законы сохранения. Модели линейного вязкого трения и сухого трения Кулона.

Вопрос 2. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Сила Стокса. Пограничный слой, развитые течения в трубках и входной участок. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Понятие об отрыве пограничного слоя.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Вариант 2.

Вопрос 1. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.

Вопрос 2. Модели неупругого поведения твёрдых деформируемых тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.

Вопрос 3. Содержание реферата по теме диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат с отметкой предполагаемого научного руководителя).

Рекомендуемая литература для подготовки:

ОСНОВНАЯ:

1. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: ЧеРо, 1999.
2. Голубев Ю.В. Основы теоретической механики. М.: Изд-во МГУ, 2019.
3. Вильке В.Г. Теоретическая механика. СПб.: Лань, 2003.
4. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1994.
6. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990.
7. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т.1, 2. М.: Физматлит, 1963.
8. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.
9. Победра Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
10. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. 2-е изд. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
11. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Т. 1. Теория и задачи. Т. 2. Ответы и решения. М.: Московский лицей, 1996.
12. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
13. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика, т. VI. Гидродинамика. 6-е изд. М.: Физматлит, 2015.
14. Слѣзкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
15. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
16. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.
17. Шкадов В.Я., Запрынов З.Д. Течения вязкой жидкости. М.: Изд-во МГУ, 1984.
18. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ:

1. Лайтхилл Дж. Математическая биогидродинамика. Пер. с англ. Т.В. Рамодановой под ред. К.В. Кошеля. М., Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014.
2. Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У. Механика кровообращения. М.: Мир, 1981.
3. Лайтфут Э. Явления переноса в живых системах. М.: Мир, 1977.
4. Педли Т. Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир, 1983.
5. Регирер С.А. Лекции по биологической механике. Ч. 1. М.: Изд-во МГУ, 1980.
6. Современные проблемы биомеханики. Т. 1–6. Рига. Т. 7. Н. Новгород. Т. 8–11. М., 1983—2006.
7. Бранков Г. Основы биомеханики. М.: Мир, 1981.
8. Волькенштейн М.В. Общая биофизика. М.: Наука, 1978.
9. Гидродинамика кровообращения. М.: Мир, 1971.
10. Бернштейн Н.А. Очерки по физиологии движений и физиологии активности. М.: Медицина, 1966.
11. Зациорский В.М., Арунин А.С., Селуянов В.Н. Биомеханика двигательного аппарата человека. М.: Физкультура и спорт, 1981.

АВТОРЫ

Профессор, д.ф.-м.н. Толоконников Сергей Львович
Доцент, к.ф.-м.н. Леонтьев Николай Евгеньевич
Доцент, к.ф.-м.н. Кручинин Павел Анатольевич
Старший научный сотрудник, к.ф.-м.н. Шамин Александр Юрьевич

Программа согласована с научным консультантом, д.ф.-м.н. Цатуряном Андреем Кимовичем.