

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»
механико-математический факультет

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан механико-математического факультета,
член-корреспондент РАН, профессор



А.И. Шафаревич

« 27 » мая 2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

**(для осуществления приема на обучение по
образовательным программам высшего образования —
программам подготовки научных и научно-педагогических
кадров в аспирантуре)**

1. Естественные науки

1.1. Математика и механика

1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин (по физико-математическим наукам)

Программа утверждена
приказом по факультету
№ _____ от _____ 2022 г.
/

Ученым советом факультета
(протокол № 4 от 27 мая 2022 г.)

I. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

Настоящая программа вступительного экзамена в аспирантуру по научной специальности **1.1.7. Теоретическая механика, динамика машин** предназначена для осуществления приема на обучение по образовательным программам высшего образования — программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре. Программа содержит основные и дополнительные вопросы к экзамену, списки литературы к основным и дополнительным вопросам, критерии оценивания.

II. ОСНОВНЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Линейные отображения, операции с матрицами, жорданова форма матрицы, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.
2. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнения n -го порядка, квазимногочлены.
3. Формулы Гаусса–Остроградского и Стокса.
4. Свойства производной аналитической функции комплексного переменного и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.
5. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Угловая скорость абсолютно твердого тела. Формула Эйлера для поля скоростей точек абсолютно твердого тела. Теоремы сложения скоростей и ускорений в сложном движении точки; ускорение Кориолиса. Теорема сложения угловых скоростей.
7. Инерциальные системы отсчета, принцип относительности Галилея. Принцип детерминированности для системы материальных точек. Аксиома освобождения от связей. Идеальные связи. Принцип Даламбера–Лагранжа. Движение материальной точки относительно неинерциальной системы отсчета. Силы инерции.
8. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы материальных точек. Законы сохранения. Модели линейного вязкого трения и сухого трения Кулона.
9. Свободные и вынужденные (под действием периодической силы) колебания гармонического осциллятора с линейным вязким трением. Свободные колебания гармонического осциллятора с сухим трением Кулона. Математический маятник и его фазовый портрет. Физический маятник: уравнение движения, приведенная длина.
10. Задача Кеплера о движении материальной точки в гравитационном поле неподвижного притягивающего центра. Классификация орбит в зависимости от значения постоянной интеграла энергии. Первая и вторая космические скорости.
11. Движение точки относительно Земли с учетом вращения Земли: вес, падение точки. Маятник Фуко.
12. Динамические уравнения Эйлера–Пуассона движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Случай Эйлера: уравнения движения, первые интегралы, фазовый портрет, регулярная прецессия.

13. Случай Лагранжа движения тяжелого твердого тела с неподвижной точкой. Первые интегралы, редукция к одномерному движению. Качественный анализ Пуассона.
14. Основные положения динамики несвободных систем: голономные и неголономные связи, виртуальные и действительные перемещения, идеальные связи. Принцип Даламбера–Лагранжа в обобщенных координатах, уравнения Лагранжа с множителями.
15. Уравнения Лагранжа второго рода для голономных систем с потенциальными силами. Обобщенный интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
16. Теорема Лагранжа–Дирихле об устойчивости положения равновесия консервативной лагранжевой системы. Уравнения малых колебаний: нормальные координаты, частоты малых колебаний, общее решение.
17. Канонические переменные, функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона и их первые интегралы. Теорема Лиувилля о сохранении фазового объема для гамильтоновых систем.
18. Теория Флоке для линейных систем с периодическими коэффициентами. Отображение Пуанкаре для периодического решения автономной системы. Понятие орбитальной устойчивости.
19. Приближенные методы исследования динамических систем. Теорема Пуанкаре об аналитической зависимости решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений от малого параметра. Теорема Тихонова о предельном переходе для систем с малым параметром при старших производных. Теорема Крылова–Боголюбова об усреднении. (Теоремы приводятся без доказательства.)

2. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

2.1. Аналитическая механика

1. Плоская ограниченная круговая задача трех тел. Точки либрации, исследование их устойчивости.
2. Принцип Гаусса, уравнения Аппеля.
3. Вариационный принцип Мопертюи–Лагранжа–Якоби.
4. Канонические преобразования: определение, критерии и свойства. Сохранение структуры уравнений Гамильтона при канонических преобразованиях. Производящая функция канонического преобразования.
5. Уравнение Гамильтона–Якоби и его полный интеграл. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений Гамильтона. Отыскание полного интеграла уравнения Гамильтона–Якоби методом разделения переменных в автономном случае, при наличии циклической координаты, при отделении переменных в функции Гамильтона.
6. Интегральные инварианты Пуанкаре–Картана и Пуанкаре.
7. Теорема Лиувилля об интегрируемости гамильтоновых систем в квадратурах. Переменные действие-угол. Переменные действие-угол для гармонического осциллятора.

2.2. Управление в механических системах

1. Нутационная и прецессионная теория гироскопических систем.
2. Классификация Андронова–Понтрягина динамических систем на плоскости. Применение к задаче бионавигации.
3. Управляемые механические системы. Принцип программного управления и управление с обратной связью. Управляемость, наблюдаемость и стабилизируемость.
4. Оценивание переменных в механических системах. Асимптотически устойчивый алгоритм оценивания.
5. Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении. Понятие об особом управлении. Задача быстрогодействия в линейных системах.

6. Принцип оптимальности Беллмана. Задача управления с квадратичным критерием.
7. Метод наименьших квадратов, метод максимума правдоподобия и метод минимума дисперсии ошибки оценки.
8. Задача оптимального оценивания траекторий механических систем. Фильтр Калмана в непрерывном и дискретном времени.
9. Стабилизация линейной стохастической стационарной системы с квадратичным критерием качества. Теорема разделения на задачи оценивания и управления.
10. Силы инерции и модели инерциальной навигации. Понятие об уравнениях ошибок и задаче коррекции.

2.3. Механика сплошной среды

1. Основы теории размерности. П-теорема.
2. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
3. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды.
4. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
5. Модели идеальных жидкостей. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Даламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши-Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
6. Модель линейно-упругого тела, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях.

Основные вопросы к экзамену являются обязательными для всех поступающих. Список дополнительных вопросов определяется специализацией в рамках выбранного поступающим направления диссертационного исследования.

III. РЕФЕРАТ ПО ИЗБРАННОМУ НАПРАВЛЕНИЮ ПОДГОТОВКИ

Реферат по избранному направлению подготовки, представляющий собой результаты проведенного поступающим научного исследования и (или) обзор литературы по тематике будущей диссертационной работы, позволяет понять ее основные задачи и перспективы развития. Реферат включает титульный лист, введение, содержательную часть, выводы и список литературы. Минимальный объем реферата 10 страниц (за основу принимается шрифт Times New Roman, 14 pt, полуторный межстрочный интервал). Реферат сопровождается отзывом предполагаемого научного руководителя, содержащим характеристику работы и рекомендуемую оценку, входящую в общий экзаменационный балл.

IV. ПРИМЕР ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Вопрос 1. Угловая скорость абсолютно твердого тела. Формула Эйлера для поля скоростей точек абсолютно твердого тела. Теоремы сложения скоростей и ускорений в сложном движении точки; ускорение Кориолиса. Теорема

сложения угловых скоростей.

Вопрос 2. Задача оптимального оценивания траекторий механических систем. Фильтр Калмана в непрерывном и дискретном времени.

Вопрос 3. Содержание реферата по тематике будущего диссертационного исследования (с приложением реферата и отзыва на реферат предполагаемого научного руководителя).

При формировании билетов первый вопрос билета выбирается из списка основных вопросов, второй из списка дополнительных вопросов программы.

V. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. ЛИТЕРАТУРА К СПИСКУ ОСНОВНЫХ ВОПРОСОВ

1. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. М.: Академия, 2010. 432 с.
2. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел. М.: Физматлит, 2013. 268 с.
3. Влахова А.В., Мартыненко Ю.Г., Новожилов И.В. Колебания и фракционный анализ. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2020. 412 с.
4. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2019. 728 с.
5. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967. 472 с.
6. Зорич В.А. Математический анализ. М.: Изд-во МЦНМО, 2012. Ч. 1. 702 с.; Ч. 2. 818 с.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит, 1994. 320 с.
8. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
9. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 592 с.
10. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.
11. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005. 254 с.
12. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
13. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004. 240 с.

2. ЛИТЕРАТУРА К СПИСКУ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВОПРОСОВ

2.1. Аналитическая механика

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1974. 432 с.
2. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика. М.: Академия, 2010. 432 с.
3. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел. М.: Физматлит, 2013. 268 с.
4. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2005. 264 с.
5. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2019. 728 с.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 592 с.
7. Татаринов Я.В. Лекции по классической динамике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 296 с.

2.2. Управление в механических системах

1. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005. 376 с.

2. Александров В.В., Лемак С.С., Парусников Н.А. Лекции по механике управляемых систем. М.: КУРС, 2018. 288 с.
3. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы инерциальных навигационных систем. М.: Изд-во Московского университета, 2020. 160 с.
4. Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. М.: Ленанд, 2018. 320 с.
5. Ишлинский А.Ю., Борзов В.И., Степаненко Н.П., Тихомиров В.В. Лекции по теории гироскопов. М.: МАКС Пресс, 2013. 296 с.
6. Новожилов И.В. Фракционный анализ. М.: Изд-во МГУ, 1995. 224 с.
7. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. М.: Едиториал УРСС, 2004. 64 с.
8. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 392 с.

2.3. Механика сплошной среды

1. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. М.: Московский лицей, 1996. Т. 1.: Теория и задачи. 396 с.
2. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006. 272 с.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1994. Т. 1. 528 с.; Т. 2. 560 с.

VI. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Уровень знаний поступающих в аспирантуру МГУ оценивается по десятибалльной шкале. При отсутствии поступающего на вступительном экзамене в качестве оценки проставляется неявка. Экзаменаторы дополнительно к вопросам билета могут задать вопросы по программе экзамена. Результаты сдачи вступительного экзамена сообщаются поступающим в течение трех дней со дня проведения экзамена путем их размещения на сайте и информационном стенде структурного подразделения. Вступительное испытание считается пройденным, если поступающий получил семь баллов и выше.

VII. АВТОРЫ

Ответственные за программу:

Заведующий кафедрой прикладной механики и управления механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, соруководитель научно-образовательной школы МГУ «Математические методы анализа сложных систем», д.ф.-м.н., профессор В.В. Александров

Заведующий кафедрой теоретической механики и мехатроники механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, академик РАН, д.ф.-м.н., профессор Д.В. Трещев

Составители:

д.ф.-м.н., профессор Ю.В. Болотин, д.ф.-м.н., профессор А.В. Влахова, д.ф.-м.н., профессор А.А. Зобова, д.ф.-м.н., профессор Е.И. Кугушев, к.ф.-м.н., доцент Т.В. Шахова.