

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ПРОГРАММЕ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ЭКЗАМЕНОВ В  
АСПИРАНТУРУ ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ, 2022 год

**1.1.1 ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

1. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
2. Абсолютно непрерывные и сингулярные функции, их связь с интегралом Лебега.
3. Банаховы пространства. Три принципа линейного анализа (теоремы Хана-Банаха, Банаха-Штейнгауза, Банаха об обратном операторе).
4. Слабая сходимости. Теорема о слабой компактности шара в гильбертовом пространстве.
5. Сопряженные и самосопряженные операторы в гильбертовых пространствах. Компактные операторы.
6. Спектр оператора. Простейшие свойства спектра. Теорема Гильберта-Шмидта то компактных самосопряженных операторов.
7. Преобразование Фурье в  $L_2(\mathbb{R})$ . Теорема Планшереля.
8. Обобщенные функции и действия над ними. Преобразование Фурье в  $S'$
9. Неравенства Коши, теорема Лиувилля, нули полиномов в  $\mathbb{C}$ .
10. Принцип аргумента и теорема Руше.
11. Принцип симметрии Римана-Шварца.
12. Аналитическая функция в целом (по Вейерштрассу). Точки ветвления.
13. Аналитическое продолжение по гомотопным путям. Теорема о монодромии.
14. Модулярная функция и малая теорема Пикара.

**Литература:**

1. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М.: Высшая школа, 2000
2. Богачев В.И., Смолянов О.Г. Действительный и функциональный анализ: университетский курс. Москва, Ижевск: РХД, 2009
3. Гелбаум Б., Омстед Дж. Контрпримеры в анализе. М.: Мир, 1967
4. Домрин А.В., Сергеев А.Г. Лекции по комплексному анализу. М.: 2004
5. Дьяченко М.И., Ульянов П.Л. Мера и интеграл. М.: Факториал, 1998, 2002
6. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ, ч.1-2. Изд.2-е. М.: Изд-во МГУ, 1985, 1987
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа, ч.1-2. М.: Наука, Физматлит, 1982,1980
8. Кириллов А.А., Гвишиани А.Д. Теоремы и задачи функционального анализа. М.: Наука,1988
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1981, 1989
10. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М.: Наука, 1978

11. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. М.: Наука, 1984
12. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976
13. Ульянов П.Л. и др. Действительный анализ в задачах. М.: Физматлит, 2005
14. Федоров В.М. Курс функционального анализа. СПб.: Лань, 2005
15. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МЦНМО, 2004
16. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т.1. М.: Наука, 1986.

=====

### **1.1.2 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ и МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА**

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о продолжении решения. Случай линейных систем.
2. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и по параметру. Системы в вариациях.
3. Линейные системы. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Метод вариации постоянных.
4. Экспонента линейного оператора. Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами. Уравнения с квазимногочленом в правой части.
5. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению.
6. Автономные системы. Три типа фазовых траекторий. Особые точки линейных систем на плоскости.
7. Обмотка тора. Эргодическая теорема для поворотов окружности.
8. Теорема о выпрямлении векторного поля. Первые интегралы. Теорема о существовании полной системы первых интегралов.
9. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка: общее решение, задача Коши.
10. Обобщенные функции. Действия над обобщенными функциями. Фундаментальные решения операторов с постоянными коэффициентами.
11. Задача Коши для волнового уравнения: энергетическое неравенство, единственность решения.
12. Формулы Кирхгофа и Пуассона для волнового уравнения. Качественное исследование задачи Коши для волнового уравнения.
13. Смешанная задача для волнового уравнения: единственность решения, метод Фурье (его обоснование в случае одной пространственной переменной).
14. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Функция Грина для задачи Дирихле и ее свойства. Функция Грина для шара. Решение задачи Дирихле для шара.
15. Свойства гармонических функций: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимой особенности.

16. Задачи Дирихле и Неймана: единственность решения, условие разрешимости задачи Неймана, сведение внешних задач к внутренним.
17. Уравнение теплопроводности. Первая краевая задача: принцип максимума, единственность решения, метод Фурье. Задача Коши: принцип максимума для слоя, интеграл Пуассона.

### **Литература:**

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск: Удм.ГУ, 2000
2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2004
3. Михайлов В.П. Лекции по уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001
4. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2009
5. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Физматлит, 2009
6. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974
7. Сергеев И.Н. Дифференциальные уравнения. М.: Академия, 2013
8. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: КомКнига, 2007
9. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. М.: МЦНМО, 2001.

---

### **1.1.3 ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ**

1. Кривые в трехмерном пространстве. Формулы Френе. Восстановление кривой по кривизне и кручению.
2. Ковариантное дифференцирование на поверхностях в евклидовом пространстве. Символы Кристоффеля. Деривационные формулы. Формулы Гаусса и Петерсона-Кодацци. Теорема Гаусса. Восстановление поверхности по паре квадратичных форм.
3. Понятие многообразия, вложения, погружения, многообразия с краем. Разбиение единицы, реализация компактных многообразий поверхностями в евклидовом пространстве. Теорема Уитни.
4. Классификация двумерных многообразий.
5. Тензорные поля на многообразиях и операции над ними. Дифференциальные формы. Дивергенция и ротор векторного поля.
6. Аффинные связности на многообразиях. Ковариантное дифференцирование. Параллельный перенос и геодезические. Римановы связности. Тензор кривизны. Экспоненциальное отображение. Лемма Гаусса. Локальная минимальность геодезических линий. Кривизна двумерных многообразий. Скалярная и гауссова кривизны поверхности.
7. Первая и вторая вариации для уравнений геодезических. Сопряженные точки и условие минимальности.
8. Гомотопные отображения и гомотопически эквивалентные многообразия. Когомологии де Рама, их гомотопическая инвариантность. Группы когомологий двумерной сферы и  $n$ -мерного тора. Лемма Пуанкаре.

9. Степень отображения и ее гомотопическая инвариантность. Приложения степени (теорема Брауэра, теорема об отсутствии векторного поля без особых точек на двумерной сфере). Степень и интеграл. Индекс особой точки векторного поля.
10. Алгебры Ли, метрика Киллинга, основные матричные алгебры Ли, классификация трехмерных алгебр Ли.
11. Группы Ли и их алгебры Ли. Полупростые и разрешимые алгебры и группы Ли. Простейшие однородные пространства.
12. Теоремы Тихонова. Метризуемость пространств со счетной базой.

### **Литература:**

1. Б.А. Дубровин, С.П. Новиков, А.Т. Фоменко. Современная Геометрия. УРСС, 2001
2. А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. «Курс дифференциальной геометрии и топологии». СПб.: Лань, 2010
3. П.К. Рашевский. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1967
4. Ш. Кобаяси, К. Номидзу. Основы дифференциальной геометрии. М.: Наука, 1981.

=====

### **1.1.4 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

1. Аксиоматика Колмогорова теории вероятностей. Понятие независимости. Условные вероятности в аксиоматике Колмогорова. Условное математическое ожидание (существование и свойства).
2. Случайные величины: распределения вероятностей, математические ожидания, характеристические функции. Соответствие между распределениями и характеристическими функциями. Сходимость по распределению и сходимость характеристических функций.
3. Закон больших чисел. Усиленный закон больших чисел.
4. Схема Бернулли. Пуассоновское и нормальное приближения (локальная предельная теорема).
5. Центральная предельная теорема (в форме Ляпунова, Линдберга-Феллера).
6. Безгранично делимые распределения Формула Леви-Хинчина.
7. Цепи Маркова. Эргодическая теорема.
8. Марковские процессы со счетным множеством состояний. Прямые и обратные дифференциальные уравнения Колмогорова.
9. Пуассоновский процесс как процесс с независимыми приращениями, как счетная цепь Маркова и как процесс восстановления для экспоненциальных случайных величин.
10. Винеровский процесс как процесс с независимыми приращениями и как гауссовский процесс. Существование стохастически эквивалентного процесса с непрерывными реализациями (теорема Колмогорова). Неограниченность вариации на отрезке.
11. Стационарные процессы. Стохастический интеграл по ортогональной случайной мере. Спектральное представление стационарного случайного процесса (случай дискретного и непрерывного времени).
12. Мартингалы. Теоремы о сходимости мартингалов с дискретным параметром.

13. Стохастический интеграл Ито. Стохастические дифференциальные уравнения, теорема о существовании и единственности сильного решения.
14. Эмпирическая функция распределения вероятностей. Теорема Гливленко-Кантелли. Критерий Колмогорова.
15. Доверительные интервалы при статистическом оценивании параметров. Оценивание параметров нормального распределения.
16. Достаточные статистики. Теорема факторизации. Теорема Блэкуэлла-Колмогорова-Рао.
17. Оценки наибольшего правдоподобия и их асимптотические свойства.
18. Проверки статистических гипотез. Лемма Неймана-Пирсона. Проверка гипотез о параметрах нормального распределения по выборке.

### **Литература:**

1. Боровков А.А. Теория вероятностей. Изд.4-е. М.: УРСС, 2003
2. Боровков А.А. Математическая статистика. Изд.3-е. М.: Физматлит, 2007
3. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. М.:Физматлит, 2005
4. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. Изд.2-е. М.: Наука, 1996
5. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1977
6. Крамер Г. Математические методы статистики. Изд.2-е. М.: Мир, 1976
7. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004
8. Ширяев А.Н. Вероятность. Изд.4-е. М.: МЦНМО, 2007.

---

### **1.1.5 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ и ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

1. Язык логики высказываний. Булевы функции. Исчисление высказываний, его корректность и полнота.
2. Интуиционистская логика высказываний. Теорема Крипке о полноте.
3. Язык логики первого порядка. Интерпретации, модели. Теорема компактности, теорема Лёвенгейма — Скулема. Исчисление предикатов первого порядка, его корректность. Теорема о полноте. Нестандартные модели арифметики.
4. Теории первого порядка. Полные теории. Категоричные в данной мощности теории. Разрешимые теории. Категоричность в счётной мощности теории плотного линейного порядка без первого и последнего элементов.
5. Парадоксы наивной теории множеств. Аксиоматическая теория множеств. Аксиома выбора. Вполне упорядоченные множества и теорема Цермело. Лемма Цорна. Континуум-гипотеза.
6. Общее понятие алгоритма. Вариант формализации понятия алгоритма. Универсальный алгоритм. Вычислимые функции, перечислимые и разрешимые множества. Пример перечислимого неразрешимого множества. Неразрешимые алгоритмические проблемы. Теорема Раиса.

7. Первая теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Неразрешимость формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике. Теорема Чёрча о неразрешимости логики предикатов.
8. Время и память как меры сложности вычислений. Классы P, NP, PSPACE. Полиномиальная сводимость. NP-полные проблемы.
9. Факторгруппы и факторкольца. Теоремы о гомоморфизмах для групп и колец.
10. Теоремы Силова.
11. Структура конечно порожденных абелевых групп.
12. Простота знакопеременных групп степени не ниже 5.
13. Простота алгебры матриц над полем.
14. Конечные расширения полей. Присоединение к полю корня неприводимого многочлена.
15. Тело кватернионов. Теорема Фробениуса,
16. Представления групп, лемма Шура, теорема Машке. Неприводимые комплексные представления конечных абелевых групп.
- 17 Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя. Решение линейных уравнений в целых числах.
- 18 Основная теорема арифметики. Расходимость ряда  $\sum_p \frac{1}{p}$ .
19. Мультипликативные функции. Функция Мёбиуса. Формулы для количества и для суммы делителей. Функция Эйлера и её свойства.
- 20 Теорема Эйлера и малая теорема Ферма. Китайская теорема об остатках. Решение полиномиальных сравнений по простому модулю,
21. Символ Лежандра. Квадратичный закон взаимности. Символ Якоби и его вычисление.
22. Первообразные корни. Существование первообразных корней по простому модулю p, модулям  $p^k$ ,  $2p^k$ ,  $k > 1$ . Индексы и их свойства.
- 23 Рациональные и иррациональные числа. Иррациональность корней и логарифмов. Нахождение рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами. Представление рациональных чисел бесконечными десятичными дробями. Длина периода.
24. Представление чисел цепными дробями. Теорема Дирихле о приближении действительных чисел рациональными. Цепные дроби квадратичных иррациональностей.

## **Раздел А.**

1. Дифференциальное исчисление в банаховых пространствах. Производные по Гато, Фреше, строгая дифференцируемость. Теоремы о суперпозиции о среднем, о полном дифференциале.
2. Теорема о неявной функции и об обратной функции в банаховых пространствах. Теорема Люстерника и теорема о касательном пространстве.

3. Простейшая задача вариационного исчисления и уравнение Эйлера. Задача Больца и условия трансверсальности. Необходимые и достаточные условия второго порядка для простейшей задачи.
4. Задачи выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера.
5. Принцип Лагранжа для гладких экстремальных задач в банаховых пространствах с ограничениями типа равенств.
6. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.
7. Задача оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (с доказательством для задачи со свободным концом).

## **Раздел Б.**

1. Критерий полноты систем функций алгебры логики.
2. Алгоритм распознавания полноты систем функций  $k$ -значной логики.
3. Конечные полные системы ограниченно-детерминированных функций (о.-д. функций) относительно операции суперпозиции и обратной связи. Отсутствие конечных полных систем о.-д. функций относительно операции суперпозиции.
4. Оценки числа неизоморфных деревьев и связных графов с данным числом ребер.
5. Алфавитное кодирование. Критерий однозначности декодирования. Оптимальные коды. Код Хемминга.
6. Метод Шеннона синтеза схем из функциональных элементов. Порядок роста функций Шеннона. Реализация симметрических функций.
7. Методы построения сокращенных дизъюнктивных нормальных форм для функций алгебры логики. Эквивалентные преобразования формул в базисе  $\{\&, \vee, -, 0, 1\}$ .

## **Раздел В.**

1. Многозначная логика. Критерий полноты Кузнецова для функций  $k$ -значной логики. Теорема Слупецкого. Теорема Линдена для клонов конечных алгебр. Схемная сложность булевых функций. Теорема Шеннона.
2. Теория автоматов. Теоремы Мура об экспериментах с автоматами.  
Клини о представлении событий. Теорема Мак-Ноттона о представлении сверхсобытий. Моделирование в однородных структурах. Неэффективность критериев полноты для структурных автоматов.
3. Теория алгоритмов. Совпадение классов вычислимых и частично-рекурсивных функций. Алгоритмически неразрешимые проблемы. Алгоритмическая сложность. P- и NP-полнота.
4. Теория кодирования. Алфавитное и оптимальное кодирование. Помехоустойчивое кодирование.
5. Теория графов. Теорема о плоской реализации (Понтрягина-Куратовского). Теорема Шеннона о реберной раскраске. Теорема о потоке через сеть.
6. Теория интеллектуальных систем. Теорема Новикова о перцептроне. Алгоритм распознавания голосованием по тестам. Информационно-графовая модель данных.
7. Математическая логика. Логика и исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость. Логика и исчисление предикатов.

### **Литература:**

1. Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966
2. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов, ч.2. Языки и исчисления. М.: МЦНМО, 2012
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов, ч.3. Вычислимые функции. М.: МЦНМО, 2012
4. Виноградов И.М. Основы теории чисел. Любое издание.
5. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982
6. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. М.: Физматлит, 2011
7. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986
8. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1984
9. Нестеренко Ю.В. Теория чисел. М.: Академия, 2008
10. Новиков П.С. Элементы математической логики. М.: Наука, 1973
11. Винберг Э. Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2013
12. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч.1. Основы алгебры. М.: МЦНМО, 2009
13. Кострикин А.И. Введение в алгебру, ч.2. Линейная алгебра. М.: МЦНМО, 2009
14. Кострикин А. И. Введение в алгебру, ч.3: Основные структуры алгебры. М.: МЦНМО, 2009.

### **Рекомендуемая литература к разделу А (кафедра ОПУ):**

1. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин СВ. и др. Оптимальное управление. М.: МЦНМО, 2008
2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин СВ. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.

### **Рекомендуемая литература к разделу Б (кафедра ДМ):**

1. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Т.1 / под общ. ред. С.В. Яблонского и О.В. Лупанова. М.: Наука, 1974
2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Наука, 1986
3. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. М.: Высшая школа, 2007

### **Рекомендуемая литература к разделу В (кафедра МАТИС):**

- [1] Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высшая школа, 2002
- [2] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985
- [3] Кудрявцев В.В., Подколзин А.С., Болотов А.А. Основы теории однородных структур. М.: Наука, 1990
- [4] Гасанов Э.Э., Кудрявцев В.Б. Теория хранения и поиска информации. М.: Физматлит, 2002



- [5] Алешин С.В. Распознавание динамических образов, ч.1. М.: Изд-во МГУ, 1996
- [6] Носов В.А. Основы теории алгоритмов и анализа их сложности. Курс лекций. М.: 1992
- [7] Носов В.А. Комбинаторика и теория графов. Учебное пособие. Московский государственный институт электроники и математики. М.: 1999
- [8] Подколзин А.С. Компьютерное моделирование посредством решения математических задач. МГУ. М.: 2000
- [9] Галатенко А.В. Об одном простом критерии планарности графов. "Интеллектуальные системы". Т.7. Выпуск 1-4. М.: 2003
- [10] Линден Р.К. Тождества в конечных алгебрах. "Кибернетический сборник". Выпуск 1 (старая серия)
- [11] Ахо А.В., Хопкрофт Дж.Э., Ульман Дж.Д. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: Мир, 1979
- [12] Берлекамп Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1971
- [13] Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и трудно решаемые задачи. М.: Мир, 1982
- [14] Кук Д., Бейэ Г. Компьютерная математика. М.: Наука, 1990
- [15] Мальцев А.Н. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986
- [16] Харари Ф. Теория графов. М.: Мир, 1973
- [17] Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. ИЛ, 1963.
- 
- 

## 1.1.6 ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА

### I. Методы приближения функций.

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом. Оптимизация погрешности приближения за счет выбора узлов интерполяции. Многочлены Чебышева и их свойства.
2. Наилучшее приближение в линейном нормированном пространстве. Существование и единственность многочлена наилучшего равномерного приближения.
3. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве и вопросы, возникающие при его практическом построении. Тригонометрическая интерполяция. Дискретное преобразование Фурье.
4. Сплайны. Экстремальные свойства сплайнов. Построение кубического интерполяционного сплайна. Интерполяционные и аппроксимационные сплайны. Теоремы о приближении функций сплайнами.

### II. Численное интегрирование.

5. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса и метод неопределенных коэффициентов. Составные квадратурные формулы, оценки погрешности.
6. Ортогональные многочлены. Квадратуры Гаусса.

7. Практическая оценка погрешности. Интегрирование быстро осциллирующих функций. Оптимизация распределения узоров квадратурной формулы. Вычисление интегралов в нерегулярном случае.

### **III. Численные методы алгебры.**

8. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Гаусса и LU разложение. Методы вращений и отражений. Оценка числа арифметических операций.
9. Проблема собственных значений. Степенной метод. Методы вращений, Якоби, биссекции и QR-алгоритм.
10. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы простой итерации, Зейделя и наискорейшего градиентного спуска. Итерационные методы с использованием спектрально-эквивалентных операторов.
11. Многошаговые итерационные методы решения СЛАУ. Оптимизация скорости сходимости метода простой итерации с переменным итерационным параметром. Метод сопряженных градиентов.

### **IV. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.**

12. Методы Рунге-Кутты. Оценка погрешности одношаговых методов.
13. Конечно-разностные методы. Исследование свойств конечно-разностных методов на модельных задачах.
14. Особенности интегрирования систем уравнений. Методы решения жестких систем.
15. Постановка краевых задач для линейных систем первого порядка. Алгоритмы решения краевых задач для систем уравнений первого порядка.
16. Простейшие методы решения краевой задачи для уравнения второго порядка. Решение простейшей краевой сеточной задачи.
17. Построение численных методов для ОДУ с помощью вариационных принципов.

### **V. Методы решения уравнений в частных производных.**

18. Аппроксимация гиперболических задач. Спектральный признак устойчивости. Принцип замороженных коэффициентов. Численное решение нелинейных задач с разрывными решениями.
19. Разностные методы решения для одномерного параболического уравнения.
20. Разностная аппроксимация эллиптических уравнений.
21. Решение параболических уравнений с несколькими пространственными переменными. Методы расщепления.
22. Метод решения сеточных эллиптических уравнений, основанный на быстром дискретном преобразовании Фурье.
23. Многосеточный метод решения сеточных эллиптических задач.

### **Литература:**

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Изд.8-е. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2000
  2. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1977
  3. Голуб Дж., Ч.Ван Лоун. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999
  4. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980
  5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1982.
- 
-

### 1.1.7 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА, ДИНАМИКА МАШИН

кафедры: теоретическая механика и мехатроника, прикладная механика и управления

1. Канонические преобразования. Уравнение Гамильтона-Якоби. Переменные действие-угол.
2. Неголономные системы. Уравнения Лагранжа с неопределенными множителями. Уравнения Чаплыгина. Принцип Гаусса. Уравнения Аппеля.
3. Декомпозиция линейных стационарных систем с точки зрения управляемости и наблюдаемости. Стабилизация линейных стационарных систем.
4. Стабилизация линейной стохастической стационарной системы с квадратичным критерием качества. Теорема разделения.

#### **Основные сведения из теоретической механики:**

1. Уравнения движения системы материальных точек. Внутренние и внешние силы. Теоремы об изменении импульса, момента количества движения, кинетической энергии. Работа внешних и внутренних сил.
2. Относительное движение, формулы сложения скоростей и ускорений. Ускорение Кориолиса.
3. Вращение твердого тела около неподвижной оси. Распределение скоростей и ускорений при произвольном движении абсолютно твердого тела.
4. Принцип Д'Аламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Вариационный принцип Гамильтона.
5. Определение устойчивости движения по Ляпунову Устойчивость положений равновесия голономных консервативных систем. Теорема Лежёна-Дирихле.

#### **Основная литература:**

1. Арнольд В.И. Математические методы классической механики.
2. Березкин Е.Н. Курс теоретической механики.
3. Болотин С.В., Карапетян А.В., Кугушев Е.И., Трещев Д.В. Теоретическая механика.
4. Вильке В.Г. Механика систем материальных точек и твердых тел.
5. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика.
7. Суслов Г.К. Теоретическая механика.

#### **Дополнительная литература:**

1. Аппель П. Теоретическая механика. т.1-2.
2. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики.
3. Биркгоф Д. Динамические системы.
4. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики, т. 1-2.
5. Де ла Валле Пуссен Ш.-Ж. Лекции по теоретической механике, т. 1-2.
6. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике.

7. Голдстейн Г. Классическая механика.
8. Полак Л.С. Вариационные принципы механики.
9. Трещев Д.В. Гамильтонова механика.
10. Уиттекер Э. Аналитическая динамика.
11. Четаев Н.Г. Теоретическая механика.

=====

### **1.1.8 МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА**

Объединенный список вопросов, предложенных кафедрами теории упругости, теории пластичности, механики композитов и волновой и газовой динамики

1. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного упругого тела. Модуль Юнга, модуль сдвига, модуль объемного сжатия и коэффициент Пуассона, их механический смысл и способы экспериментального определения, связь с коэффициентами Ламе. Простейшие задачи для упругих изотропных тел: всестороннее сжатие, простой сдвиг упругого слоя, одноосное растяжение (сжатие).
2. Кручение призматического упругого бруса. Крутка, депланация. Связь крутки и крутящего момента. Точное решение для круглого стержня. Использование в задаче о кручении функции напряжения. Аналогия с течением Пуазейля.
3. Чистый изгиб бруса. Основные гипотезы. Связь продольного напряжения и изгибающего момента. Принцип Сен-Венана.
4. Диаграмма растяжения-сжатия образца. Пластические деформации. Предел текучести, площадка текучести, упрочнение, эффект Баушингера, петля гистерезиса. Простейшие одномерные модели пластичности: жестко идеально-пластический материал, упруго идеально-пластический материал, упругопластический материал с линейным упрочнением.
5. Понятие о поверхности нагружения. Запись уравнения поверхности текучести для случаев идеальной пластичности, пластичности с изотропным, кинематическим и изотропно-кинематическим упрочнением. Принцип градиентальности приращения пластической деформации. Теория Прандтля-Рейсса.
6. Простое нагружение. Теория малых упругопластических деформаций: основные соотношения и постановка задачи. Метод упругих решений.
7. Однородные и неоднородные среды, изотропные и анизотропные материалы. Изотропные и анизотропные тензорные функции и операторы (линейные, нелинейные, квазилинейные). Описание с их помощью определяющих соотношений МДТТ. Материальные функции.
8. Постановки краевых задач МДТТ в перемещениях и напряжениях. "Новая" постановка в напряжениях. Обобщенные решения в МДТТ. Вариационные постановки задач МДТТ. Методы Ритца и Бубнова-Галеркина. Вариационно-сеточные методы.
9. Необратимые среды. Функция рассеивания, Вязкоупругая среда. Методы аппроксимаций. Метод численной реализации упругого решения. Деформационная теория пластичности. Теория пластического течения.
10. Композиционные материалы. Линейные эффективные определяющие соотношения. Методы нахождения эффективных модулей. Метод осреднения в механике композитов.

11. Итерационные методы решения нелинейных задач МДТТ. Свойства касательных модулей и податливостей, обеспечивающие их сходимость.
12. Идеальная пластичность. Жесткопластическая модель. Понятие о предельном состоянии. Верхняя и нижняя оценки предельной нагрузки. Метод характеристик. Теорема Генки. Задача о внедрении штампа в полуплоскость и изгибе балки с надрезами. Разрывные решения и условия на разрывах. Пример: смятие угла.
13. Сингулярная пластичность. Теория скольжения и ее феноменологический аналог. Полное и неполное нагружение. Теория Сандерса. Сингулярная пластичность и деформационная теория.
14. Основные положения теории ползучести. Описание одномерной ползучести и релаксации. Установившаяся ползучесть при сложном напряженном состоянии. Труба под действием внутреннего давления. Ползучесть с изотропным упрочнением.
15. Основные положения наследственной упругости. Линейная теория (линейная вязкоупругость). Реологические модели. Принцип Вольтера
16. Основные положения линейной механики разрушения. Асимптотика напряжений и перемещений в вершине трещины. Типы трещин. Постановка задачи. Коэффициент интенсивности и сила сопротивления раскрытию трещины. Сопоставление силового и энергетического подходов.
17. Контактная задача для упругой полуплоскости. Осесимметричная контактная задача для упругого полупространства. Постановка контактной задачи Герца.

#### **Литература:**

(дополнение к основному списку государственного экзамена)

1. Тимошенко СП., Гудьер Дж. Теория упругости. М.:Наука, 1975.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч. 1. Уругопластические деформации. М.:Логос, 2004.
3. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. ГИФМЛ. М.:1959.
4. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.:Наука, 1969.
5. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.:Наука, 1979.
6. Меяз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. Изд. 2-е. Изд-во ЛКИ, 2007.
7. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., Наука, 1970.
8. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М, Изд-во МГУ, 1986.
9. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М., Изд-во МГУ, 1984.
10. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М., Изд-во МГУ, 1995.
11. Победря Б.Е., Шешенин С.В., Холматов Т. Задача в напряжениях. Ташкент, Изд-во ФАН, 1988.
12. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. М., Эдиториал УРСС, 1999.
12. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. 1980. М.: Изд. МГУ.

13. Керштейн И.М., Ключников В.Д., Ломакин Е.В., Шестериков С.А. Основы экспериментальной механики разрушения. 1989. М.: Изд. МГУ.

=====

### 1.1.9 МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ

#### Сведения из математики

1. Теория систем линейных алгебраических уравнений. Линейные операторы в  $n$ -мерном пространстве, собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
2. Дифференциальные операторы: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа.
3. Ряд Тейлора для функции одной и нескольких переменных. Ряды Фурье, интегралы Фурье.
4. Объемные, поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса преобразования интегралов.
5. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Существование и единственность решения.
6. Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость и фундаментальная система решений. Детерминант Вронского. Линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение. Фазовое пространство. Интегральные кривые. Особые точки системы линейных уравнений. Типы особых точек на плоскости.
7. Функции комплексного переменного. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Простейшие конформные отображения.
8. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки однозначных аналитических функций.
9. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
10. Численные методы в задачах механики жидкости и газа.

#### Основные сведения из теоретической механики

11. Уравнения движения системы материальных точек. Внутренние и внешние силы. Теоремы об изменении импульса, момента количества движения, кинетической энергии. Работа внешних и внутренних сил.
12. Относительное движение, формулы сложения скоростей и ускорений. Ускорение Кориолиса.
13. Вращение твердого тела около неподвижной оси. Распределение скоростей и ускорений при произвольном движении абсолютно твердого тела.
14. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Вариационный принцип Гамильтона.
15. Определение устойчивости движения по Ляпунову. Устойчивость положений равновесия голономных консервативных систем. Теорема Лежёна-Дирихле.

#### Общие понятия и законы механики сплошной среды

16. Понятие сплошной среды. Пространственные и материальные координаты, эйлерово и лагранжево описание движения сплошной среды. Поля перемещений, скоростей, ускорений, соотношения между ними при лагранжевом и эйлеровом описании. Траектории и линии тока.
17. Тензоры конечных и малых деформаций, их скалярные инварианты связь с вектором перемещения, уравнения совместности.
18. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент.
19. Дивергенция скорости и вектор вихря скорости, их механический смысл. Циркуляция вектора скорости. Потенциальное движение.
20. Закон сохранения массы для конечного объема сплошной среды. Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой среды в переменных Эйлера и Лагранжа.
21. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.
22. Закон сохранения момента количества движения для конечного объема сплошной среды и в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжений.
23. Закон сохранения энергии для конечного объема сплошной среды. Вектор потока тепла. Дифференциальное уравнение энергии. Теорема о кинетической энергии. Работа внутренних сил. Уравнение притока тепла. Адиабатические и изотермические процессы, приток тепла за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье.
24. Обратимые и необратимые процессы. Второй закон термодинамики. Тождество Гиббса. Приток энтропии извне. Производство энтропии в необратимых процессах.
25. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах. Тангенциальные разрывы и ударные волны.

### **Классические модели сплошных сред**

26. Модель идеальной жидкости. Уравнения движения Эйлера. Понятие баротропии. Замкнутые системы уравнений для идеальной несжимаемой жидкости и идеального баротропного газа. Начальные и граничные условия.
27. Уравнения состояния для сжимаемых жидкостей и газов. Модель совершенного газа. Адиабата Пуассона. Полная система уравнений для идеального совершенного теплопроводного газа. Понятие о термодинамических потенциалах двухпараметрических газов.
28. Модель линейно-вязкой жидкости. Уравнения движения Навье –Стокса. Уравнение об изменении кинетической энергии, диссипация механической энергии в вязкой жидкости. Уравнение притока тепла. Замкнутые системы уравнений для вязкой теплопроводной несжимаемой и сжимаемой жидкости. Граничные условия.
29. Модель линейного термоупругого тела с малыми деформациями. Изотропное упругое тело. Закон Гука. Постановка задач в перемещениях, уравнение Ламе. Постановка задач в напряжениях.

### **Движение идеальной жидкости**

30. Интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа.
31. Кинематические и динамические теоремы о вихрях: теоремы Томсона, Лагранжа, Гельмгольца.

32. Потенциальные движения несжимаемой жидкости Уравнение Лапласа. Примеры потенциальных течений: поступательный поток, источник, диполь, точечный вихрь. Метод наложения потоков.
33. Потенциальные движения баротропного сжимаемого газа с малыми возмущениями. Волновое уравнение, его общее решение для одномерных движений с плоской и сферической симметрией. Скорость звука.
34. Определение поля скоростей несжимаемой жидкости по заданным источникам и вихрям. Формула Био-Савара. Прямолинейная вихревая нить.
35. Движение сферы в несжимаемой жидкости с постоянной и переменной скоростью. Присоединенная масса сферы.
36. Плоские потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Комплексный потенциал, комплексная скорость, метод конформных отображений. Стационарное обтекание кругового цилиндра с циркуляцией и без циркуляции.
37. Силы, действующие на тело, движущееся в идеальной жидкости: сила сопротивления, подъемная сила. Стационарное обтекание крылового профиля. Парадокс Даламбера-Эйлера. Теорема Жуковского о подъемной силе. Постулат Жуковского-Чаплыгина для определения циркуляции вокруг крылового профиля с острой задней кромкой.
38. Обтекание тел со срывом струй. Схема Кирхгоффа для обтекания пластины. Понятие о кавитации.
39. Постановка задачи Коши-Пуассона о волнах на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости. Линеаризованная постановка. Гармонические волны. Амплитуда, период и длина волны, фазовая и групповая скорости. Явление дисперсии. Уравнения мелкой воды. Линейные длинные волны, волновое уравнение. Решение Даламбера задачи Коши-Пуассона для одномерных плоских волн.

#### **Движение вязкой жидкости**

40. Течение Куэтта. Течение Пуазейля в круглой трубе.
41. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Пограничный слой. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Понятие об отрыве пограничного слоя.
42. Турбулентные движения. Уравнения Рейнольдса для осредненных параметров движения однородной несжимаемой жидкости. Турбулентные напряжения. Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля.

#### **Газовая динамика**

43. Система уравнений газовой динамики для адиабатических движений совершенного газа. Скорость звука. Число Маха. Распространение возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых потоках. Конус Маха. Эффект Доплера.
44. Одномерные нестационарные движения. Характеристическая форма уравнений газовой динамики. Характеристики. Инварианты Римана. Волны Римана. Опрокидывание волны Римана. Центрированная волна Римана, автомодельное решение.
45. Плоские стационарные сверхзвуковые течения. Течение Прандтля-Майера. Линеаризованная задача об обтекании тонкого крыла.
46. Поверхности разрыва в идеальном газе. Условия на ударных волнах. Адиабата Гюгонио. Теорема Цемплена. Эволюционные и неэволюционные разрывы.



47. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Элементарная теория сопла Лавалья.
48. Условия на косом скачке. Обтекание клина сверхзвуковым потоком. Обтекание с отошедшей ударной волной.

### **Механическое подобие и моделирование**

49. Размерные и безразмерные величины. Формула размерности. 7E-теорема. Физическое подобие явлений. Критерии подобия. Моделирование механических явлений. Числа Рейнольдса, Маха. Фруда, Струхаля, Эйлера Прандтля.

### **Электродинамика сплошных сред**

50. Взаимодействие сплошных сред с электромагнитным полем. Плотность заряда и плотность тока. Сила Лоренца. Джоулево тепло. Закон Ома. Уравнения электродинамики и механики сплошных сред с учетом зарядов и токов.

### **Литература:**

1. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. 1985.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974.
3. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1977.
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз. 1959.
5. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука. 1985.
6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука. 2000.
7. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
8. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 1,2. М.: Физматгиз. 1963.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды, т. 1,2. М.: Наука. 1984.
10. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1986.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1978.
13. Слезкин НА. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
- 14 Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
15. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А. и др. Механика сплошных сред в задачах / Под редакцией М.Э. Эглит, т.1,2. М.: Московский Лицей. 1996

=====

### **1.2.2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ**

1. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Погрешность приближения функции ее интерполяционным многочленом.
2. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Их точность.
3. Прямые метода решения СЛАУ. Метод Гаусса.
4. Одношаговые итерационные методы решения СЛАУ. Методы Якоби и Зейделя.

5. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса.
  6. Основные понятия теории разностных схем для линейных уравнений в частных производных: аппроксимация, устойчивость, сходимость.
  7. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Исследование аппроксимации и устойчивости.
  8. Разностные схемы (явная и неявная) для 1d линейного уравнения теплопроводности. Исследование аппроксимации и устойчивости.
  9. Разностные схемы (явные и неявные) для 1d линейного уравнения переноса. Исследование аппроксимации и устойчивости.
  10. Основы метода конечных элементов (МКЭ): вариационная постановка задачи и метод Рунге.
  11. Проекционная теорема в методе конечных элементов (МКЭ).
  12. Оценка точности аппроксимации Рунге для кусочно-линейного базиса.
  13. Матрицы жесткости и масс в МКЭ для кусочно-линейного базиса
- От сдающих государственный экзамен требуется знание основных этапов развития механики и общее представление о важнейших достижениях современной науки в области механики.

#### Список литературы

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Функциональный анализ. // М.: Наука, 1984.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей. // М.: Наука, 1984.
3. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. // М. Наука, 1977.
4. Рябенький В.С. Введение в вычислительную математику. // 3 изд., М. Физматлит, 2008.
5. Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования. // М. Бином. Лаборатория знаний. 2003. 342 с.
6. Чижонков Е.В. Лекции по курсу численные методы.
7. Федоренко Р.П. Введение в вычислительную физику.// М.: Изд-во Издательский Дом Интеллект, 2008.504 с. Основная

---

### 1.2.7 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАТИКА, КИБЕРНЕТИКА

1. Общие принципы моделирования окружающей среды. Машинное представление знаний и данных.
2. Методы хранения, поиска и обработки данных, методы естественно-языкового человеко-машинного общения.
3. Предметная область и ее модели. Объекты, характеристики и их значения. Единицы информации и информационные отношения.
4. Классификационные системы: иерархические классификации, фасетные классификации, алфавитно-предметные классификации. Тезаурусные методы представления знаний.
5. Системы, основанные на отношениях. Объектно-характеристические таблицы. Предикатно-октантные структуры.
6. Семантические сети. Понятие сущности. Семантические отношения и их виды. Абстрактные и конкретные семантические сети.

7. Фреймы — системно-структурное описание предметной области. Принципы фрейм-представлений. Понятие «СЛОТА».
8. Продукционные и редукционные системы представления знаний. Представление неформальных знаний.
9. Обработка данных. Структуры данных. Уровни представления данных. Языки описания и манипулирования данными.
10. Система управления базами данных. Архитектура СУБД. Основные конструкции структур данных. Функции СУБД. Категории пользователей.
11. Понятие модели данных. Иерархическая, сетевая модели данных. Реляционная модель данных. Экземпляры отношений, домены, атрибуты. Операции над отношениями: селекция, проекция, естественное соединение. Понятие реляционной полноты языка манипулирования данными. Модель данных «сущность-связь».
12. Информационный поиск. Основные понятия и виды. Модели поиска. Стратегии поиска. Понятия пертинентности, смысловой и формальной релевантности. Критерии выдачи. Понятие об ассоциативном поиске.
13. Модели описания информационных процессов и технологий. Теоретико-множественное описание сообщений, запросов, массивов документов. Универсальный информационный поток. Линейная модель. Матрица информационного потока. Ассоциативные матрицы информационного потока.
14. Критерии оценки информационных технологий и систем. Оценки качества поиска (полнота, точность и др.). Скалярные и векторные оценки. Смешанные критерии (полезная работа, корреляционный критерий, свертки и пр.). Рабочие характеристики информационно-поисковых систем (ИПС) в различных координатах. Вероятностная модель ИПС. Теоретико-множественная модель ИПС. Оптимизация режима ИПС.
15. Линейное представление документов, запросов, тезауруса, индексирования, поиска. Оценка структуры тезауруса. Понятие лексической совместимости и тезаурусной согласованности. Определение различительной силы термина, его различные варианты. Модели динамической корректировки запроса.
16. Основы построения и функционирования вычислительных машин: общие принципы построения и архитектуры вычислительных машин, информационно-логические основы вычислительных машин, их функциональная и структурная организация, память, процессоры, каналы и интерфейсы ввода-вывода, периферийные устройства.
17. Классификация и архитектура вычислительных сетей. Техническое, информационное и программное обеспечение сетей, структура и организация функционирования сетей (глобальных, региональных, локальных).
18. Структура и характеристики систем телекоммуникаций: коммутация и маршрутизация. Эффективность функционирования вычислительных машин, систем и сетей телекоммуникаций, пути ее повышения.
19. Классы программных средств. Операционные системы. Системы программирования. Программные продукты.
20. Операционные системы. Функции операционной системы (ОС): управление задачами, управление данными, связь с оператором. Системное внешнее устройство и загрузка ОС. Резидентные модули и утилиты ОС. Управляющие программы (драйверы) внешних устройств. Запуск и остановка резидентных задач. Запуск и прекращение нерезидентных задач. Управление прохождением задачи и использованием памяти. Понятие тома и файла данных. Сообщения операционной системы. Команды и директивы оператора.
21. Системы программирования. Понятие разработки приложений. Состав системы программирования: язык программирования (ЯП), обработчик программ;

- библиотека программ и функций. Типы данных. Понятие блока и процедуры. Операторы ЯП. Стандартные арифметические, логические, строчные функции.
22. Программные продукты (приложения). Оболочки операционной системы. Программные пакеты информационного поиска. Оболочки экспертных систем. Понятие открытого и закрытого программного продукта. Понятие генератора приложений. Системы управления базами данных, состав и структура. Среда конечного пользователя.
  23. Технологии программирования. Модульное программирование, объектно-ориентированное проектирование и программирование. Логическое программирование. Компонентное программирование.
  24. Архитектура взаимодействия программ. Клиент-серверная архитектура. Понятие сервера приложений и многоуровневая архитектура. Архитектура с равноправными участниками.
  25. Конкретные информационные и файловые системы в сети Internet. Принципы организации. Средства отображения информации. Организация гипертекстового документа. Язык разметки HTML. Встроенные графические образы. Программы отображения и воспроизведения нетекстовой информации. Протокол обмена HTTP. Организация глобальной гипертекстовой сети.
  26. Глобальные информационные сети. Общие характеристики, основные понятия, структура, организация, основные программные средства, информационные ресурсы (адрес в сети, имя в сети). Основные информационные средства и ресурсы сети. Удаленный доступ к ресурсам сети. Эмуляция удаленного терминала. Настройки на определенный тип терминала.

#### **Основная литература:**

1. Лопатин В.Н. Правовые основы информационной безопасности. Курс лекций. М.: Изд-во МИФИ, 2000
2. Мартин Дж. Организация баз данных в вычислительных системах. М.: Мир, 2000.
3. Михайлов А.И., Черный А.И., Гиляревский Р.Э. Основы информатики. М.: Наука, 1978
4. Попов И.И. Информационные ресурсы и системы: реализация, моделирование, управление. М.: ТПК «Альянс», 1996
5. Попов И.И., Максимов Н.В., Храмов П.Б. Введение в сетевые информационные ресурсы и технологии. Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во РГГУ, 2001
6. Шемякин Ю.И. Введение в информатику. М.: Финансы и статистика, 1985.

#### **Дополнительная литература:**

- Основы государства и права. Учебное пособие для вузов / под ред. О.Е. Кутафина. М.: Юрист, 1994
- Попов И.И. Автоматизированные информационные системы (по областям применения). Учебное пособие для вузов. М.: Изд-во РЭА им. Г.В. Плеханова, 1999
- Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1-2. М.: Мир, 1982.

---

### **2.3.6 МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ, ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ**

1. Основные положения Руководящих документов ФСТЭК России в области защиты информации. Классы защищенности автоматизированных систем и средств вычислительной техники от несанкционированного доступа к информации.

2. Основные положения стандарта ГОСТ РФ ИСО/МЭК 15408. Профиль защиты. Функциональные требования. Требования доверия.
3. Классификация программно-технических и средств обеспечения информационной безопасности.
4. Основы криптографии. Шифры и их свойства; композиции шифров; системы шифрования. Применение криптографических методов в сервисах обеспечения информационной безопасности.
5. Теоретико-информационный подход к оценке криптостойкости шифров; имитостойкость и помехоустойчивость шифров.
6. Криптографическая стойкость шифров. Активные и пассивные атаки на криптосистемы.
7. Криптографические протоколы и основные требования к ним. Протоколы идентификации и аутентификации.
8. Средства и методы аутентификации в современных операционных системах.
9. Симметричные и асимметричные криптосистемы. Основные различия.
10. Подходы к распределению ключей. Инфраструктура открытых ключей.
11. Классификация симметричных криптосистем. Системы поточного шифрования.
12. Американский стандарт шифрования данных DES; основные режимы работы алгоритма DES.
13. Отечественный стандарт симметричного шифрования данных ГОСТ 28147-89; режим простой замены; режим гаммирования; режим гаммирования с обратной связью; режим выработки имитовставки.
14. Криптография с открытым ключом. Однонаправленные функции. Схемы шифрования с открытым ключом и цифровой подписи.
15. Схема шифрования RSA. Схема шифрования Эль Гамала.
16. Электронная цифровая подпись. Схема цифровой подписи RSA. Схема цифровой подписи Эль Гамала.
17. Стандарты цифровой подписи США (DSA) и России (ГОСТ РФ 34.10).
18. Модели логического разграничения доступа (ЛРД). Средства ЛРД в современных операционных системах. Средства ЛРД в системах управления базами данных.
19. Сервисы протоколирования и аудита. Активный аудит.
20. Программно-аппаратные средства защиты информации в компьютерных сетях. Экранирование и фильтрация. Межсетевые экраны.
21. Туннелирование. Построение виртуальных частных сетей.
22. Анализ защищенности. Сканеры защищенности.
23. Обеспечение высокой доступности информационных систем.
24. Контроль отсутствия не декларированных возможностей в программном обеспечении.

### **Литература:**

1. Галатенко В.А. Основы информационной безопасности. Курс лекций. Изд.3-е. Изд-во "Бином. Лаборатория знаний", 2006
2. Введение в криптографию. Изд.3-е./дополненное, под редакцией Яценко В.В. М.: МЦНМО, 2000
3. Грушо А.А., Тимонина Е.Е. Теоретические основы защиты информации. М.: Изд-во "Яхтсмен", 1996
4. Средства вычислительной техники. Защита от несанкционированного доступа к информации. Показатели защищенности от несанкционированного доступа к информации. Руководящий документ ФСТЭК от 30 марта 1992 года. ФСТЭК. – 1992.

5. Защита от несанкционированного доступа к информации, часть 1. Программное обеспечение средств защиты информации. Классификация по уровню контроля отсутствия не декларированных возможностей. Руководящий документ ФСТЭК от 4 июня 1999 года / ФСТЭК, 1999.
  6. ГОСТ 28147-89. Системы обработки информации. Защита криптографическая. Алгоритм криптографического преобразования.
  7. ГОСТ 34.10-94. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процедуры выработки и проверки электронной цифровой подписи на базе асимметричного криптографического алгоритма.
  8. ГОСТ РФ 34.10-2001 Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи.
  9. ГОСТ РФ 34.11-94 Информационная технология. Криптографическая защита информации. Функция хэширования.
  10. ГОСТ РФ ИСО/МЭК 15408-1-2002. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий, ч. 1. Введение и общая модель. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.
  11. ГОСТ РФ ИСО/МЭК 15408-2-2002. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий, ч. 2. Функциональные требования безопасности. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.
  12. ГОСТ РФ ИСО/МЭК 15408-3-2002. Информационная технология. Методы и средства обеспечения безопасности. Критерии оценки безопасности информационных технологий, ч. 3. Требования доверия к безопасности. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2002.
- 
- 

### **2.3.5 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ, КОМПЛЕКСОВ И КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ**

#### **1. Методы хранения данных и доступа, к ним**

1. Динамические структуры данных: стек, дек, очередь, последовательность, список, дерево, множество. Непрерывные и ссылочные реализации структур данных. Хэширование. Совершенные, минимальные хеш-функции. Различные варианты хэш-реализаций множеств.
2. Бинарные деревья. Процедуры обхода, бинарного дерева, Деревья поиска. Сбалансированные бинарные AVL деревья. Красно-черные деревья. Процедуры добавления и удаления элементов. Теорема о глубине красно-черного n AVL деревьев. В-деревья. Процедуры добавления и удаления элементов.
3. Сортировки обменом, линейной вставкой, выбором, слиянием (Неймана). Сортировка Шелла. Сортировка с помощью дерева (heapsort). Быстрая сортировка. Теоремы об Оценке снизу для трудоемкости сортировок. Теоремы о средней трудоемкости быстрой сортировки. Алгоритм сортировки с линейной оценкой трудоемкости.
4. Алгоритмы сжатия данных: RLE, Хаффмена, LZW, арифметического кодирования. Адаптивные алгоритмы. Теоремы об оптимальности кода Хаффмена. Теоремы о сжатии в методе арифметического кодирования.
5. Файловые системы. Принципы организации хранения файлов на диске. Логическая структура диска. Вазовые функции файловой системы. Принципы организации древовидной файловой системы. Организация файловых систем FAT, EXT, NTFS.

## **2. Технология разработки программного обеспечения и системы программирования**

1. Процедурные языки программирования. Работа с данными: переменные и константы, типы данных, структуры данных (массивы и записи). Процедуры функции : вызов процедур, передача параметров (по ссылке, по значению, по результату), локализация переменных, побочные эффекты. Обработка исключительных ситуаций.
2. Объектно-ориентированный подход в программировании. Объекты, отношения между объектами. Инкапсуляция, сокрытие информации. Абстрактные типы данных. Классы и представители. Полиморфизм.
3. Объектно-ориентированный подход в программировании. Наследование, Переопределение информационных и/или поведенческих структур при наследовании. Цели использования наследования. Средства обработки объектов (контейнеры и итераторы).
4. Формальные грамматики. LR(1) разбор. Операции сдвига и свертки.

## **3. Программирование параллельных ЭВМ**

1. Параллельные процессы. Многозадачные ОС. Типы взаимодействия процессов: сотрудничающие и конкурирующие процессы, взаимной исключение процессов. Проблемы, возникающие при синхронизации процессов и идеи их разрешения. Связывание. Статическое и динамическое связывание.
2. Определение потока исполнения (thread). Сравнение с процессами: создание, планирование, управление. Состояния процесса, потока исполнения и механизмы перехода из одного состояния в другое.
3. Механизмы взаимодействия процессов; разделяемая память, семафоры, сигналы, события, критические секции, очереди сообщений. Примитивные операции.
4. Синхронизация и взаимодействие потоков исполнения. Объекты типа mutex. Примитивные операции. Виды mutex. Особенности реализации для ОСРВ.
5. Синхронизация и взаимодействие потоков исполнения. Объекты типа condvar. Примитивные операции. Виды condvar. Особенности реализации для ОСРВ.
6. Программирование систем с распределенной памятью. Message Passing Interface (MPI). Общая структура MPI-программы. Сообщения и их виды. Группы и коммутаторы. Парный обмен сообщениями. Операции ввода-вывода в MPI программах. Примеры.

## **4. Сети передачи данных**

1. Логика функционирования сетей Ethernet. Адресация. Дисциплина передачи данных. Разрешение коллизий.
2. Иерархия сетевых протоколов и модели TCP/IP (Internet) IP адресация. Широковещательные и другие специальные адреса. Маска подсети. Протоколы ARP, RARP, ICMP, назначение, принципы работы.
3. Протокол IP, назначение, принципы работы. Функции IP протокола, версии IP v.4 и IP v.6. Маршрутизация.
4. Протоколы UDP, TCP, назначение, принципы работы. Адресация транспортного уровня. Контроль правильности передачи. Обеспечение надежности передачи. Сегментация данных. Процедуры установления и разрыва TCP соединения. Механизм подтверждений. Таймеры.

5. Socket-интерфейс. Основные функции и их назначение. Реализация взаимодействия клиент - сервер.

### 13. Литература:

- [1] Валединский В.Д., Пронкин Ю.Н. Вычислительные системы и программирование. Системы хранения данных. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ имени М.В.Ломоносова, 2006
- [2] Валединский В.Д., Пронкин Ю.Н. Вычислительные системы и программирование. Организация вычислительных систем. М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ имени М.В.Ломоносова, 2006
- [3] Кнут Д. Искусство программирования. Т. 1 - 3. М., СПб., Киев: ИД "Вильямс", 2000
- [4] Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы, построение и анализ. М.: МЦНМО, 2000
- [5] Назаров С.В., Широков А.И. Современные операционные системы. М.: Изд-во Бином, 2011
- [6] Богачев К.Ю. Основы параллельного программирования. М.: Изд-во Бином, 2007
- [7] Семенов Ю.А. Алгоритмы телекоммуникационных сетей, ч. 1. Алгоритмы и протоколы сетей передачи данных. М.: Изд-во Бином, 2007
- [8] Семенов Ю.А. Алгоритмы телекоммуникационных сетей, ч. 2. Протоколы си алгоритмы маршрутизации в Internet. М.: Изд-во Бином, 2007

---

### 5.8.2 ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ (ПО ОБЛАСТЯМ И УРОВНЯМ ОБРАЗОВАНИЯ)

1. Натуральные числа. Метод математической индукции.
2. Комбинаторика: перестановки, размещения и сочетания, бином Ньютона и треугольник Паскаля.
3. Теория вероятностей: частота и вероятность события, независимые события, схема испытаний Бернулли и закон больших чисел в форме Бернулли.
4. Арифметика: основная теорема арифметики, бесконечность множества простых чисел, сравнения по модулю. Алгоритм Евклида.
5. Действительные числа, плотность рациональных чисел на прямой. Счетность множества рациональных чисел и несчетность континуума.
6. Корень  $n$ -й степени из числа. Экспонента и логарифм. Тригонометрические и гиперболические функции.
7. Уравнения, неравенства, их системы и совокупности. Область допустимых значений. Равносильные преобразования и следствия.
8. Комплексные числа: формы записи и операции над ними, формула Муавра, формула Эйлера.
9. Многочлены: теорема Безу, теорема Виета, основная теорема алгебры, разрешимость в радикалах уравнений степени не выше четвертой.
10. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Предел последовательности и сумма ряда. Числа  $\pi$  и  $e$ .
11. Классификация движений евклидовой плоскости. Неподвижные точки. Теорема Шаля.
12. Функции и их графики, преобразование графиков. Кривые второго порядка на плоскости и их свойства.



13. Предел функции в точке. Непрерывность и дифференцируемость функции, исследование функции на экстремум с помощью производной.
14. Свойства решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами порядка не выше второго: экспоненциальный рост и гармонические колебания.
15. Интерполяционная формула Лагранжа. Метод касательных Ньютона.
16. Первообразная и определенный интеграл, формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей поверхности и объемов тел вращения.
17. Теорема Эйлера для многогранников.
18. Теорема Эйлера о циклическом обходе ребер графа.
19. Содержание и структура школьного курса математики: арифметика, алгебра и начала анализа, геометрия, элементы теории вероятностей и статистики.
20. Особенности преподавания математики в многопрофильной школе.
21. Возможности компьютерного обучения математике в школе.