Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ПРОГРАММА ГОСУДАРСТВЕННОГО ЭКЗАМЕНА
по специальности «Фундаментальные математика и механика»
Специализация «ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА»

1. Непрерывность функций одной переменной, свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса об ограниченности и достижении верхней и нижней граней непрерывной на отрезке функции. Теорема о промежуточном значении. Теорема Кантора о равномерной непрерывности непрерывной на отрезке функции.
2. Дифференцируемость функции одной переменной. Формула производной композиции функций. Необходимое и достаточное условия локального экстремума. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
3. Интеграл Римана функции одной переменной. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Формула Ньютона – Лейбница. Интегрирование по частям, замена переменной.
4. Дифференцируемость функции многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных. Теорема Шварца о равенстве смешанных производных второго порядка. Теорема о неявной функции.
5. Числовые ряды. Критерий сходимости Коши. Признаки абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
6. Функциональные ряды. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование). Формула Коши – Адамара радиуса сходимости степенного ряда.
7. Несобственные интегралы. Признаки абсолютной и условной сходимости несобственных интегралов. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра. Свойства равномерно сходящихся интегралов.
8. Тригонометрические ряды Фурье. Ядро Дирихле. Признак Дини поточечной сходимости ряда Фурье. Связь гладкости функции и стремления к нулю коэффициентов Фурье.

Утверждена решением
Ученого совета механико-математического факультета 30 октября 2026 года

9. Линейные пространства, их подпространства. Базис. Размерность. Теорема о ранге матрицы. Система линейных уравнений. Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений системы однородных линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
10. Билинейные и квадратичные функции и формы в линейных пространствах и их матрицы. Приведение к нормальному виду. Закон инерции.
11. Линейные преобразования линейного пространства, их задания матрицами. Характеристический многочлен линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения, связь последних с характеристическими корнями.
12. Евклидово пространство. Ортонормированные базисы. Ортогональные матрицы. Симметрические преобразования. Приведение квадратичной формы к главным осям.
13. Группы, подгруппы, теорема Лагранжа. Порядок элемента. Циклические группы, факторгруппа. Теорема о гомоморфизме.
14. Действия групп, группы перестановок, транспозиции, теорема Кэли.
15. Кольца многочленов, теорема Безу, деление с остатком. Неприводимые многочлены, алгебраическое замыкание, основная теорема алгебры.
16. Аффинная и метрическая классификация кривых и поверхностей второго порядка. Проективная классификация кривых.
17. Дифференциальное уравнение первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения.
18. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная зависимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Линейное неоднородное уравнение.
19. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: однородное и неоднородное.
20. Определение эргодичности дискретной динамической системы. Свойства траекторий эргодической системы. Необходимое и достаточное условие эргодичности отображения сдвига по тору. ω-предельное множество, его инвариантность.
21. Функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
22. Элементарные функции комплексного переменного и задаваемые ими

конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Дробно-линейные преобразования.

23. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.
24. Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка. Вычеты.
25. Криволинейные координаты на многомерной поверхности в евклидовом пространстве. Первая квадратичная форма поверхности. Геодезические и их свойства.
26. Вторая квадратичная форма двумерной поверхности в трехмерном пространстве. Нормальная кривизна линии на поверхности. Теорема Менье. Главные направления и главные кривизны. Формула Эйлера.

От сдающих государственный экзамен требуется знание основных этапов развития математики в России и за рубежом.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Костикин А.И. Введение в алгебру
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры
3. Александров П.С. Курс по аналитической геометрии и линейной алгебры
4. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре
5. Зорич В.А. Математический анализ
6. Фихтенгольц Г.И. Основы математического анализа
7. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям
8. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения
9. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения
10. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций
11. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ
12. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия
13. Новиков С.П., Тайманов И.А. Современные геометрические структуры и поля
14. Винберг Э.Б. Курс алгебры
15. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
16. Гнеденко Б.В. Очерк по истории математики в России и СССР
17. Рыбников К.А. История математики

Утверждена решением

Ученого совета механико-математического факультета 30 октября 2026 года