

Кафедра математического анализа

Заведующий кафедрой —
профессор, д.ф.-м.н.,
академик РАН, ректор МГУ
имени М.В. Ломоносова

Виктор Антонович
Садовничий



Кафедра математического анализа

- Является одной из наиболее многочисленных по составу кафедр факультета. Она обеспечивает преподавание базового двухгодичного курса математического анализа студентам механико-математического факультета, а также преподавание основных математических дисциплин, таких как аналитическая геометрия, линейная алгебра, дифференциальные и интегральные уравнения, уравнения математической физики студентам других факультетов Московского Университета.
- На кафедре ведутся исследования по различным направлениям современной математики и приложений: спектральная теория операторов, гармонический анализ, конформная геометрия, теория функций, теория чисел, дифференциальная геометрия, геометрия многогранников, геометрическая теория приближений, геометрия банаховых пространств, негармонический анализ Фурье, дифференциальные уравнения в частных производных, функциональный анализ и теоретическая физика.

Функционально-дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения

**Профессор, д.ф-м.н., зам. зав.
кафедрой математического анализа
Виктор Валентинович Власов**

является известным специалистом в области спектральной теории и теории функционально-дифференциальных уравнений.

Он опубликовал более 100 статей в ведущих отечественных и зарубежных журналах.

Список научных трудов см. на странице
<https://istina.msu.ru/profile/VlasovVV/>



Функционально-дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения

Профессор, д.ф-м.н. В.В. Власов

В.В.Власов установил ряд глубоких результатов о корректной разрешимости начально-краевых задач для функционально-дифференциальных уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве. Им установлена базисность Рисса системы экспоненциальных решений функционально-дифференциальных уравнений нейтрального типа, и на этой основе получены неулучшаемые оценки их решений. Уместно заметить, что упомянутые оценки являются наиболее точными среди известных в настоящее время.

Функционально-дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения

Профессор, д.ф-м.н. В.В. Власов

В последние годы основным предметом исследований В.В.Власова является изучение интегро-дифференциальных и функционально-дифференциальных уравнений методами спектральной теории. Указанные уравнения являются операторными моделями задач, возникающих в механике, теплофизике, теории вязкоупругости и других приложениях.

На основе спектрального анализа оператор-функций, являющихся символами этих уравнений, установлены результаты о корректной разрешимости в пространствах Соболева и представлении решений. Указанные результаты изложены в монографии:

В.В.Власов, Н.А.Раутиан «Спектральный анализ функционально-дифференциальных уравнений» - М. : МАКС Пресс, 2016. - 488 с.

Функционально-дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения

Профессор, д.ф-м.н. В.В. Власов

Тематика предлагаемых курсовых работ весьма разнообразна. Начиная с реферативных работ, кончая настоящим научным исследованием задач, представляющих самостоятельный научный интерес. Разумеется, при постановке задач будет учитываться уровень подготовки студентов.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства: по электронной почте vikmont@yandex.ru

Теория функций и классический гармонический анализ

**Профессор, д.ф-м.н., зам. зав. кафедрой
математического анализа Тарас Павлович Лукашенко**

Тематика курсовых работ может быть связана с изучением различных обобщенных интегралов, одним из которых является излагаемый им в курсе анализа интеграл Курцвейля-Хенстока.

Другая тема - изучение свойств разложений функций в ряды по различным ортогональным системам функций. Можно также изучать разложения по различным обобщениям ортогональных систем, можно строить различные системы с дополнительными свойствами. Так уже ряд лет большой интерес вызывают системы функций, получающиеся сдвигами и сжатиями одной функции. Существует теория таких систем --- теория всплесков или вейвлетов, широко используемая в передаче и обработке сигналов.

Связаться по вопросам научного руководства: в настоящее время проще всего по электронной почте lukashenko@mail.ru



Теория функций и классический гармонический анализ

Профессор, д.ф-м.н. Т.П. Лукашенко

Работы Т.П. Лукашенко посвящены теории обобщенных интегралов - более общих, чем классические интегралы Римана и Лебега, теории тригонометрических рядов и теории ортогональных рядов, а также их современных обобщений - теории фреймов, особенно теории фреймов Парсевалея (называемых также ортоподобными системами) и теории орторекурсивных разложений, введенных им в начале XXI века.

Разложения в ряды по фреймам Парсевалея и орторекурсивные разложения обладают большинством свойств разложений по ортогональным системам и получили применение как в теоретической математике, так и в ее приложениях, в основном связанных с теорией передачи сигналов и изображений.

Спектральная теория операторов



**Профессор, д.ф-м.н.
Карахан Агаханович Мирзоев**

Тематика исследований относится к области спектральной теории дифференциальных и разностных операторов и имеет приложения к таким задачам математического анализа, как представление значений дзета-функции Римана в нечётных целых точках в виде быстро сходящихся числовых рядов и интегральное представление некоторых степенных рядов.

Список научных трудов см. на странице
<https://istina.msu.ru/profile/KAMirzoev/>

Спектральная теория операторов

Профессор, д.ф-м.н. К.А. Мирзоев

К.А. Мирзоев является специалистом по спектральной теории обыкновенных сингулярных дифференциальных и разностных операторов и их приложений. Важнейшие работы К.А. Мирзоева связаны с получением главного члена асимптотики на бесконечности фундаментальной системы решений различных классов дифференциальных уравнений и применением полученных формул к вопросам об индексе дефекта соответствующих операторов.

Кроме того, К.А. Мирзоевым был предложен подход, позволяющий средствами спектральной теории получать интегральные представления для сумм некоторых сходящихся рядов и связанных с ними специальных функций. К.А. Мирзоев в настоящее время, в частности, исследует задачу о применении этого метода к получению новых представлений для значений бета-функции Дирихле в чётных целых точках и дзета-функции Римана в нечётных целых точках, в том числе для постоянных Каталана и Апери.

Спектральная теория операторов

Профессор, д.ф-м.н. К.А. Мирзоев

Тематика курсовых работ разнообразна.

- Нахождение функции Грина некоторых самосопряжённых краевых задач и применение этих функций к интегральному представлению сумм некоторых сходящихся числовых рядов и др.
- Задачи типа задач студенческих олимпиад. Например, доказать, что при любых натуральных p и q , таких что $p < q$, справедливы равенства

$$\sum_{k=1}^q \sin \frac{2pk\pi}{q} \operatorname{ctg} \frac{k\pi}{2q} = q - 2p, \quad \sum_{k=1}^q \sin(2k - 1) \frac{p\pi}{q} \operatorname{ctg}(k - 1/2) \frac{\pi}{2q} = q$$

или вывести формулу для сумм $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2k+1}}$, где $k \in \mathbb{N}$ в терминах элементарных функций.

- Исследовательские задачи, связанные со спектральной теорией дифференциальных и разностных операторов и её приложениями.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства:
по электронной почте mirzoev.karahan@mail.ru

Асимптотические методы

Станислав Анатольевич Степин
д.ф-м.н., профессор,
лауреат премии имени
И.И.Шувалова за научную работу

Тематика исследований относится как к теории обыкновенных дифференциальных уравнений, так и теории уравнений в частных производных, и имеет приложения к задачам математической физики.

Асимптотические методы

Профессор, д.ф-м.н. С.А. Степин

В работах С.А. Степина предложен метод редукции для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений и решена задача расщепления ВКБ-асимптотик в нерезонансном случае. Им развит метод асимптотического интегрирования неосцилляционных дифференциальных уравнений второго порядка и построены решения типа Йоста для квазилинейного уравнения со степенной нелинейностью. С использованием представления в форме континуального интеграла получены асимптотические оценки для ядра диффузионной полугруппы и полугруппы, порожденной потенциальным возмущением билапласиана.

Асимптотические методы

Профессор, д.ф-м.н. С.А. Степин

Возможные темы курсовых работ:

- **Задача первого уровня.** Для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами исследовать предельный переход к случаю резонанса, отвечающего кратным корням характеристического многочлена.
- **Задача второго уровня.** Исследовать связь асимптотического поведения решений уравнения Риккати с его интегрируемостью в квадратурах. Для уравнения Пенлеве II изучить вопрос о существовании решений типа Йоста.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства:
по электронной почте: ststepin@mail.ru

Теория приближений, экстремальные задачи и их приложения

**Профессор, д.ф-м.н.
Игорь Германович Царьков**

Основные интересы лежат в области функционального анализа и геометрической теории приближений, приближении функций многих переменных, экстремальных задач и их приложений в различных областях нелинейного анализа и в смежных областях естествознания.

Около 160 различных печатных работ.



Теория приближений, экстремальные задачи и их приложения

Профессор, д.ф-м.н. И.Г. Царьков

Научные интересы в ближайшем временном периоде:

Развитие геометрической теории приближения в нормированных и несимметрично нормированных пространствах. Изучение аппроксимативных свойств чебышевских множеств, солнц и множеств, допускающих непрерывную выборку из множества ближайших и почти ближайших точек. Примерную тематику можно посмотреть в обзорах УМН за 2016 и 2019гг (А.Р. Алимов, И.Г. Царьков). Приложение разработанных методов к геометрической оптике, проблематике дисков Маха. Создание теории преломления и отражения в неевклидовых пространствах, изучение каустики множеств в таких пространствах. Построения различных поверхностей-зеркал, обладающих свойством концентрирования световых потоков в заданных множествах. Изучение свойств гладких решений уравнений эйконала в различных областях пространства. Теоремы о неподвижных точках.

Теория приближений, экстремальные задачи и их приложения

Профессор, д.ф-м.н. И.Г. Царьков

Примерные темы курсовых работ:

Тематика курсовых работ нацелена на изучение важных геометрических вопросов в теории приближений, а также их приложений в дифференциальных уравнениях, нелинейном анализе, теории функций, теории поперечников и геометрической оптике.

Экстремальные свойства различных полиномов, неравенства для производных. Прямые и обратные теоремы теории приближения в классических и несимметричных пространствах.

Поперечники и аппроксимация функций многих переменных в различных весовых пространствах.

Аппроксимативные свойства абстрактных и конкретных множеств в абстрактных и функциональных пространствах.

Изучение спектральных и иных свойств нелинейных и линейных дифференциальных уравнений.

Продолжение однозначных и многозначных отображений в абстрактных пространствах с сохранением заданных свойств.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства:
по электронной почте igtsarkov@yandex.ru

Теория чисел

**Профессор, д.ф-м.н.
Владимир Григорьевич Чирский**

Тематика исследований относится к области, принадлежащей как к теории трансцендентных чисел, так и p -адическому и полиадическому анализу и имеет приложения к важному классу обобщённых гипергеометрических функций.

Список научных трудов см. на странице
<https://istina.msu.ru/profile/VGChirskii/>



Теория чисел

Профессор, д.ф-м.н. В.Г. Чирский

Развивая метод Зигеля – Шидловского, В.Г. Чирский ввёл в рассмотрение так называемые F-ряды и доказал аналоги основных теорем А.Б. Шидловского. Приложениями этих теорем служат обобщённые гипергеометрические ряды. Примером такого ряда служит знаменитый ряд Эйлера $\sum_{n=0}^{\infty} n!$. Его арифметические свойства представляют интерес для ряда современных исследователей.

В.Г. Чирский доказал бесконечную трансцендентность этого ряда, а в настоящее время исследует задачу бесконечной линейной независимости значений обобщённых гипергеометрических рядов при условии, что среди параметров ряда имеются трансцендентные числа.

Теория чисел

Профессор, д.ф-м.н. В.Г. Чирский

Тематика курсовых работ разнообразна.

Простые задачи – исследование арифметических свойств конкретных рядов.

Задачи типа задач студенческих олимпиад. Например, доказать, что если $P(x)$ есть многочлен с рациональными коэффициентами, то существуют такие рациональные числа A, B , что

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{P(n)}{n!} = Ae + B.$$

Можно выяснить, при каких условиях на многочлен $P(x)$ это число будет рациональным, при каких – трансцендентным.

Исследовательские задачи, для формулировки которых требуется предварительная подготовка и изучение работ 2018-2019 годов.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства:
по электронной почте vgchirskii@yandex.ru

Комбинаторная и метрическая геометрия поверхностей и многогранников

Профессор, д.ф.-м.н.

Идждад Хакович Сабитов

Многие замечательные свойства многоугольников и кривых, многогранников и поверхностей зависят от таких их характеристик, как длины, площади, объемы и кривизны. Наиболее интересные из них зависят от того, рассматриваются ли они локально (в малой окрестности) или глобально (в целом на всей кривой или поверхности). Первый тип задач чаще всего связан с применением методов математического анализа и дифференциальных уравнений, второй тип задач, наиболее красивый, но и более трудный, требует уже применения различных комбинаторных, алгебраических и топологических методов.

Общее представление о работах в России по метрической геометрии можно получить из статьи:

И.Х.Сабитов. Московское математическое общество и метрическая геометрия: от Петерсона до современных исследований, Труды ММО (2016), т. 77, № 2, с. 185-218



Список научных трудов см. на странице

<https://istina.msu.ru/profile/ISabitov/>

Комбинаторная и метрическая геометрия поверхностей и многогранников

Профессор, д.ф.-м.н. И.Х. Сабитов

Наиболее известные результаты И.Х. Сабитова относятся к теории изгибаний. Кратко эту тему можно сформулировать так: определяются ли поверхность или многогранник своей метрикой однозначно, если нет, то с каким произволом, т.е. изгибаются ли они, и как изменяются при этом различные свойства изгибаемой поверхности или многогранника?

Отметим, что до сих пор не доказана гипотеза Эйлера о неизгибаемости замкнутой поверхности без края (известна только неизгибаемость выпуклых поверхностей), но показано существование замкнутых изгибаемых многогранников (Коннелли, 1977) и для них дано доказательство гипотезы кузнечных мехов о постоянстве объема любого изгибаемого многогранника в ходе его деформации (Сабитов. 1996), основанное на обобщении формулы Герона на объемы многогранников (про эти результаты можно прочитать в брошюре И.Х. Сабитов. Объемы многогранников, 2009. МЦНМО).

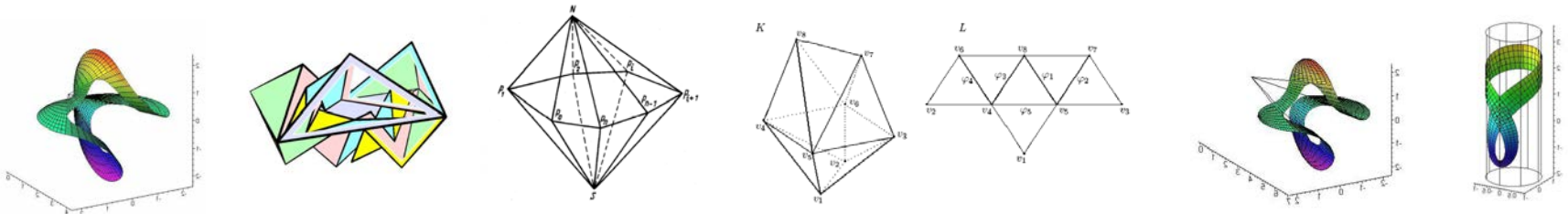
Комбинаторная и метрическая геометрия поверхностей и многогранников

Профессор, д.ф.-м.н. И.Х. Сабитов

Предлагаемые темы курсовых работ.

- 1) Разобрать известные работы о возможности непрерывного приведения к выпуклому положению любого жорданового (т.е. без самопересечений) многоугольника с сохранением его жордановости и длин ребер (конечная цель – подготовить статью с изложением этого факта для какого-либо журнала научно-популярного направления).
- 2) Изучение известных методов изометрических погружений и вложений двумерных локально-евклидовых метрик в R^3 и R^4 с целью их обобщения.
- 3) Изометрические вложения и погружения листов Мебиуса в R^3 .

Все темы желательно сопровождать компьютерной графикой, для чего можно обеспечить выход на суперкомпьютер «Ломоносов».



Комбинаторная и метрическая геометрия поверхностей и многогранников



Доцент, к.ф.-м.н.

Сергей Николаевич Михалев

Один из учеников И.Х.Сабитова, соавтор некоторых из недавних его работ.

Предполагается совместное руководство курсовыми работами.

Результаты С.Н. Михалева относятся к метрической геометрии многогранников, в частности, комбинаторно эквивалентных октаэдру, и теории погружений локально-евклидовых метрик (совместно с И.Х. Сабитовым)

Список научных трудов см. на странице

<https://istina.msu.ru/profile/mikhalevsn/>

Бесконечномерный анализ и его применения

Д.ф-м.н. Николай Николаевич Шамаров

Несмотря на более чем столетнюю историю развития и применений бесконечномерного анализа, завершат создание интегрального исчисления для функций бесконечномерного аргумента уже нынешние студенты.

Однако уже развитые методы нашли и продолжают находить яркие применения в физических науках.

Список научных трудов см. на странице

<https://istina.msu.ru/profile/Shamarov/>

Бесконечномерный анализ и его применения

Д.ф-м.н. Н.Н. Шамаров

Н.Н.Шамаровым впервые были предложены аналитические решения (в виде параметрических бесконечномерных интегралов, аналогичных построенным нобелевским лауреатом Р.Фейнманом) многомерных эволюционных уравнений типа Дирака и типа Шредингера с матричными потенциалами. Для этого им был развит метод некоммутативных аналогов бесконечномерных пуассоновских распределений. Современные научные интересы Н.Н.Шамарова лежат в области математизации квантовой теории поля и метода вторичного квантования. В рамках этого направления, в частности, им в 2019 году открыт унитарный аналог преобразования Фурье обобщенных функций бесконечномерного аргумента. Это приводит к строгой аналитической теории канонического вторичного квантования, открытого Дираком 90 лет назад на т.н. «физическом уровне строгости».

Бесконечномерный анализ и его применения

Д.ф-м.н. Н.Н. Шамаров

Тематика курсовых работ разнообразна и связана с образованной в прошлом году лабораторией бесконечномерного анализа и математической физики. При этом даже решения близких к определениям задач на освоение классических и новых бесконечномерных математических структур могут оказаться достойными публикации - в силу их идейной новизны или неожиданной нетривиальности. Для тех же студентов, которые любят задачи, имеющие физический смысл, в этой теме совершенный простор для творчества. Стоит отметить, что результаты научной работы лаборатории с интересом воспринимаются на физических семинарах.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства: по электронной почте: nshamarov@yandex.ru

Комплексный анализ и геометрия банаховых пространств

Доцент, к.ф-м.н.
Олег Николаевич Косухин

Тематика исследований относится к теории приближений многочленами и рациональными функциями на компактах комплексной плоскости, исследованию геометрических свойств лемнискат комплексных многочленов, геометрическим критериям гильбертовости банаховых пространств. Список научных трудов см. на странице <https://istina.msu.ru/profile/ONKosukhin/>



Комплексный анализ

Доцент, к.ф-м.н. О. Н. Косухин

В 1958 году в работе П. Эрдеша, Ф. Герцога, Дж. Пирания возникла задача об отыскании минимального числа $a > 0$, для которого всякий комплексный алгебраический полином $P(z)$, все нули которого лежат в круге $|z| \leq a$, имеет выпуклую лемнискату $\{z: |P(z)|=1\}$. Сами авторы статьи доказали оценки $0,28 < a \leq 0,5$. Лучшая до недавнего времени оценка снизу для a была получена в 1966 году Д. Шаффер. Она доказала, что $a > \sqrt{2}-1$.

О. Н. Косухин доказал, что искомое значение a является условным максимумом явно определяемой функции 8 переменных на явно заданном компакте восьмимерного пространства. Численные вычисления показывают, что $a = 0,495668995\dots$ Им приведен первый пример полинома $P(z)$ с невыпуклой лемниской $\{z: |P(z)|=1\}$, все нули которого лежат в круге радиуса $< 0,5$.

Геометрия банаховых пространств

Доцент, к.ф-м.н. О. Н. Косухин

О. Н. Косухин и его ученики занимаются исследованием вопроса о том, какие теоремы классической геометрии могут быть перенесены в геометрию банаховых пространств.

В частности, им доказано, что если для любых не лежащих на одной прямой точек A , B и C банахова пространства в треугольнике ABC найдутся три высоты, пересекающиеся в одной точке, то это пространство обязательно является гильбертовым.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства: по электронной почте kosuhin_oleg@mail.ru

Обобщения ортогональных разложений; биоинформатические приложения

Доцент, к.ф-м.н.

Владимир Владимирович Галатенко

Тематика теоретических исследований связана, главным образом, с современными обобщениями ортогональных разложений (орторекурсивными разложениями, жадными алгоритмами).

Прикладные исследования преимущественно связаны с задачами биоинформатики, прежде всего, с анализом экспрессионных профилей.



Список научных трудов см. на странице
<https://istina.msu.ru/profile/vgalat/>

Обобщения ортогональных разложений; биоинформатические приложения

Доцент, к.ф-м.н. В.В. Галатенко

В рамках исследования орторекурсивных разложений В.В. Галатенко получил неусиливаемые результаты об абсолютной устойчивости орторекурсивных разложений по переполненным системам к ошибкам в вычислении коэффициентов (<https://doi.org/10.4213/im622>).

В рамках биоинформатических исследований группой В.В. Галатенко был разработан новый метод *in silico* построения транскриптомных тест-систем (<https://www.nature.com/articles/srep14967>), успешно использованный в дальнейшем для создания клинических тест-систем (<https://istina.msu.ru/patents/189681276/>).

Обобщения ортогональных разложений; биоинформатические приложения

Доцент, к.ф-м.н. В.В. Галатенко

Взаимодействие осуществляется преимущественно в удаленном режиме.

Тематика курсовых и дипломных работ включает теоретические задачи (прежде всего, исследование общих свойств орторекурсивных разложений, жадных разложений, разложений по фреймам, а также исследование разложений по конкретным функциональным системам) и прикладные задачи (например, изучение применимости методов машинного обучения к анализу определенного вида биомедицинских данных).

Уровень задач и, соответственно, курсовых работ начинается с реферативного (что важно на первом этапе изучения узкой предметной области) и доходит до уровня, обеспечивающего возможность опубликования результатов в рецензируемой печати. Значительная часть студентов после окончания специалитета продолжает свое обучение в аспирантуре факультета или других мировых научных центров.

Предпочтительный способ связи по вопросам научного руководства: электронная почта (vgalat@msu.ru); skype (vvgalatenko)