

VII ОЛИМПИАДА
по "экстремальным задачам"
10 мая 2016 г.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Диплом 1

Почеревин Роман 501 гр. (37 б)
Лимонова Ирина 304 гр. (37 б)
Дружинин Владислав 302 гр. (37 б)

Диплом 2

Джунусов Сергей 210 гр. (27 б)
Косинов Никита 109 гр. (27 б)

Диплом 3

Зозуленко Михаил 412 гр. (23 б)

Похвальная грамота

Каспарянц Георгий 110 гр. (17 б)
Оганесян Кристина 304 гр. (10 б)

1. При каком наибольшем k верно утверждение: Для любых положительных a, b таких, что $a \geq b$, выполнено неравенство $k(a - b) \leq (a + b)(\ln a - \ln b)$?

Ответ: $k = 2$

2. Точки $x_1, \dots, x_k \in \mathbb{R}^n$. Масса x_i равна i , $i = 1, \dots, k$. Найти такую точку x на сфере единичного радиуса, чтобы сумма квадратов расстояний от x до x_1, \dots, x_k умноженных на массу была минимальной.

Ответ: $m = \sum_{i=1}^k i * x_i$; $x = \frac{m}{\|m\|}$, если $m \neq 0$ и x любая точка сферы, если $m = 0$

3. Найти максимальное значение $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f^2(x) dx$ при условии:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin x dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos x dx = 0, f \in C\left(\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right).$$

Ответ: ∞

4. Между двумя государствами есть граница в виде прямой линии, на которой стоит пограничник. Шпион ползет по-пластунски, находясь на одном и том же расстоянии от пограничника. При этом он может менять направление, чтобы запутать пограничника. Затем он резко начинает бежать прямо к границе. Затем падает и снова ползет какое-то время, находясь на постоянном расстоянии от пограничника. Потом вновь бежит прямо к границе, потом вновь падает и т.д. Известно, что шпион вначале находился на расстоянии 1 км от пограничника, всего бегал 10 раз, но так и не пересек границы. Какое максимальное суммарное расстояние он мог пробежать ?

Ответ: $\sqrt{10}$