

МГУ имени М. В. ЛОМОНОСОВА
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ОЛИМПИАДА 30 апреля 2020 года

ЗАДАЧА №5

Условие этой задачи отправлено участникам олимпиады в 19:05.

Решение нужно прислать ответным письмом не позже 19:45.

При каком наименьшем $n \in \mathbb{N}$ уравнение

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = 0, \quad x \in \mathbb{R}, \quad a_1, \dots, a_n \in C(\mathbb{R})$$

может иметь решение: **а)** $y = \sin^2 x$; **б)** $y = x \sin x$?

в) Изменяются ли ответы на вопросы пунктов а) и б) в случае постоянных коэффициентов $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$?

Ответы на все вопросы обоснуйте.