

## 01.02.05 « Механика жидкости, газа и плазмы»

### Сведения из математики

1. Теория систем линейных алгебраических уравнений. Линейные операторы в  $n$ -мерном пространстве, собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
2. Дифференциальные операторы: градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа.
3. Ряд Тейлора для функции одной и нескольких переменных. Ряды Фурье, интегралы Фурье.
4. Объемные, поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса преобразования интегралов.
5. Задача Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Существование и единственность решения.
6. Линейное дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость и фундаментальная система решений. Детерминант Вронского. Линейное уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение. Фазовое пространство. Интегральные кривые. Особые точки системы линейных уравнений. Типы особых точек на плоскости.
7. Функции комплексного переменного. Производная и дифференциал функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Простейшие конформные отображения.
8. Ряды Тейлора и Лорана. Особые точки однозначных аналитических функций.
9. Классификация линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными. Примеры разных типов уравнений из механики сплошной среды и физики.
10. Численные методы в задачах механики жидкости и газа.

## **Основные сведения из теоретической механики**

11. Уравнения движения системы материальных точек. Внутренние и внешние силы. Теоремы об изменении импульса, момента количества движения, кинетической энергии. Работа внешних и внутренних сил.
12. Относительное движение, формулы сложения скоростей и ускорений. Ускорение Кориолиса.
13. Вращение твердого тела около неподвижной оси. Распределение скоростей и ускорений при произвольном движении абсолютно твердого тела.
14. Принцип Д'Аламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа для голономных систем с потенциальными силами. Вариационный принцип Гамильтона.
15. Определение устойчивости движения по Ляпунову Устойчивость положений равновесия голономных консервативных систем. Теорема Лежен-Дирихле.

## **Общие понятия и законы механики сплошной среды**

16. Понятие сплошной среды. Пространственные и материальные координаты, эйлерово и лагранжево описание движения сплошной среды. Поля перемещений, Оскоростей, ускорений, соотношения между ними при латранжевом и эйлеровом описании. Траектории и линии тока.
17. Тензоры конечных и малых деформаций, их скалярные инварианты связь с вектором перемещения, уравнения совместности.
18. Тензор скоростей деформаций. Кинематический смысл его компонент.
19. Дивергенция скорости и вектор вихря скорости, их механический смысл. Циркуляция вектора скорости. Потенциальное движение.
20. Закон сохранения массы для конечного объема сплошной среды. Уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой среды в переменных Эйлера и Лагранжа.
21. Закон сохранения количества движения для конечного объема сплошной среды. Тензор напряжений. Дифференциальное уравнение движения для произвольной сплошной среды.
22. Закон сохранения момента количества движения для конечного объема сплошной среды и в дифференциальной форме. Симметрия тензора напряжений.
23. Закон сохранения энергии для конечного объема сплошной среды. Вектор потока тепла. Дифференциальное уравнение энергии. Теорема о кинетической энергии. Работа

внутренних сил. Уравнение притока тепла. Адиабатические и изотермические процессы, приток тепла за счет теплопроводности. Закон теплопроводности Фурье.

24. Обратимые и необратимые процессы. Второй закон термодинамики. Тождество Гиббса. Приток энтропии извне. Производство энтропии в необратимых процессах.

25. Условия на поверхностях сильного разрыва в сплошных средах. Тангенциальные разрывы и ударные волны.

### **Классические модели сплошных сред**

26. Модель идеальной жидкости. Уравнения движения Эйлера. Понятие баротропии. Замкнутые системы уравнений для идеальной несжимаемой жидкости и идеального баротропного газа. Начальные и граничные условия.

27. Уравнения состояния для сжимаемых жидкостей и газов. Модель совершенного газа. Адиабата Пуассона. Полная система уравнений для идеального совершенного теплопроводного газа. Понятие о термодинамических потенциалах двух параметрических газов.

28. Модель линейно-вязкой жидкости. Уравнения движения Навье-Стокса, Уравнение об изменении кинетической энергии, диссипация механической энергии в вязкой жидкости. Уравнение притока тепла. Замкнутые системы уравнений для вязкой теплопроводной несжимаемой и сжимаемой жидкости. Граничные условия.

29. Модель линейного термоупругого тела с малыми деформациями. Изотропное упругое тело. Закон Гука. Постановка задач в перемещениях, уравнение Ламе. Постановка задач в напряжениях.

### **Движение идеальной жидкости**

30. Интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа.

31. Кинематические и динамические теоремы о вихрях: теоремы Томсона, Лагранжа, Гельмгольца.

32. Потенциальные движения несжимаемой жидкости Уравнение Лапласа. Примеры потенциальных течений: поступательный поток, источник, диполь, точечный вихрь. Метод наложения потоков.

33. Потенциальные движения баротропного сжимаемого газа с малыми возмущениями. Волновое уравнение, его общее решение для одномерных движений с плоской и сферической симметрией. Скорость звука.

34. Определение поля скоростей несжимаемой жидкости по заданным источникам и вихрям. Формула Био-Савара. Прямолинейная вихревая нить.
35. Движение сферы в несжимаемой жидкости с постоянной и переменной скоростью. Присоединенная масса сферы.
36. Плоские потенциальные течения идеальной несжимаемой жидкости. Комплексный потенциал, комплексная скорость, метод конформных отображений. Стационарное обтекание кругового цилиндра с циркуляцией и без циркуляции.
37. Силы, действующие на тело, движущееся в идеальной жидкости: сила сопротивления, подъемная сила. Стационарное обтекание крылового профиля. Парадокс Д'Аламбера-Эйлера. Теорема Жуковского о подъемной силе. Постулат Жуковского-Чаплыгина для определения циркуляции вокруг крылового профиля с острой задней кромкой.
38. Обтекание тел со срывом струй. Схема Кирхгоффа для обтекания пластины. Понятие о кавитации.
39. Постановка задачи Коши-Пуассона о волнах на поверхности тяжелой несжимаемой жидкости. Линеаризованная постановка. Гармонические волны. Амплитуда, период и длина волны, фазовая и групповая скорости. Явление дисперсии. Уравнения мелкой воды. Линейные длинные волны, волновое уравнение. Решение Даламбера задачи Коши-Пуассона для одномерных плоских волн.

#### **Движение вязкой жидкости**

40. Течение Куэтта. Течение Пуазейля в круглой трубе.
41. Движение вязкой жидкости с малыми и большими числами Рейнольдса. Приближение Стокса. Пограничный слой. Уравнения Прандтля для пограничного слоя. Граничные условия. Понятие об отрыве пограничного слоя.
42. Турбулентные движения. Уравнения Рейнольдса для осредненных параметров движения однородной несжимаемой жидкости. Турбулентные напряжения. Полуэмпирическая теория турбулентности Прандтля.

#### **Газовая динамика**

43. Система уравнений газовой динамики для адиабатических движений совершенного газа. Скорость звука. Число Маха. Распространение возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых потоках. Конус Маха. Эффект Доплера.
44. Одномерные нестационарные движения. Характеристическая форма уравнений газовой динамики. Характеристики. Инварианты Римана. Волны Римана. Опрокидывание волны Римана. Центрированная волна Римана, автомодельное решение.

45. Плоские стационарные сверхзвуковые течения. Течение Прандтля-Майера. Линеаризованная задача об обтекании тонкого крыла.

46. Поверхности разрыва в идеальном газе. Условия на ударных волнах. Адиабата Гюгонио. Теорема Цемплена. Эволюционные и неэволюционные разрывы.

47. Влияние сжимаемости на форму трубок тока. Элементарная теория сопла Лавалья.

48. Условия на косом скачке. Обтекание клина сверхзвуковым потоком. Обтекание с отошедшей ударной волной.

### **Механическое подобие и моделирование**

49. Размерные и безразмерные величины. Формула размерности.  $\pi$ -теорема. Физическое подобие явлений. Критерии подобия. Моделирование механических явлений. Числа Рейнольдса, Маха. Фруда, Струхаля, Эйлера Прандтля.

### **Электродинамика сплошных сред**

50. Взаимодействие сплошных сред с электромагнитным полем. Плотность заряда и плотность тока. Сила Лоренца. Джоулево тепло. Закон Ома. Уравнения электродинамики и механики сплошных сред с учетом зарядов и токов.

## Литература

1. Ильин.В.А., Садовничий В .А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Изд-во МГУ. 1985.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука. 1974.
3. Тихонов А.Н.. Самарский В. А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1977.
4. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз. 1959.
5. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука. 1985.
6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука. 2000.
7. Маркеев А.П.. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
8. Кочин Н.Е., Кибель И. А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика, т. 1,2. М.: Физматгиз. 1963.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды, т. 1,2. М.: Наука. 1984.
10. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука. 1987.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. 1986.
12. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1978.
13. Слезкин НА. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат. 1955.
- 14 Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
10. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А. и др. Механика сплошных сред в задачах / Под редакцией М.Э.Эглит, т.1,2. М.: Московский Лицей. 1996.