

История математики

9 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2024 года

Математика Древней Греции.

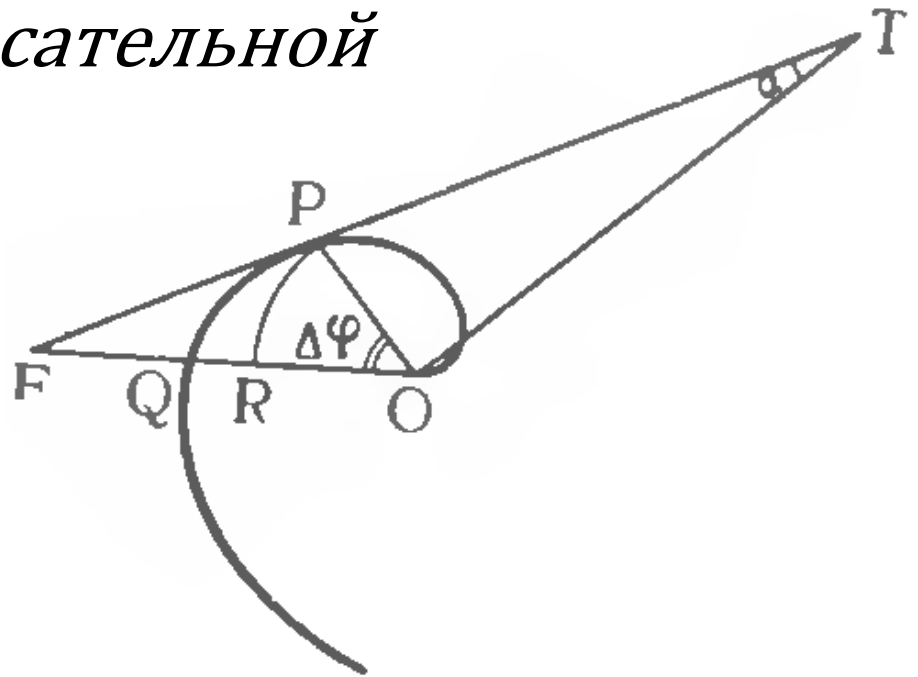
Дифференциальные методы
Архимеда.

“Конические сечения” Аполлония.
Вывод симптома параболы у
Менехма и у Аполлония.

Дифференциальные методы Архимеда

r – радиус-вектор касательной

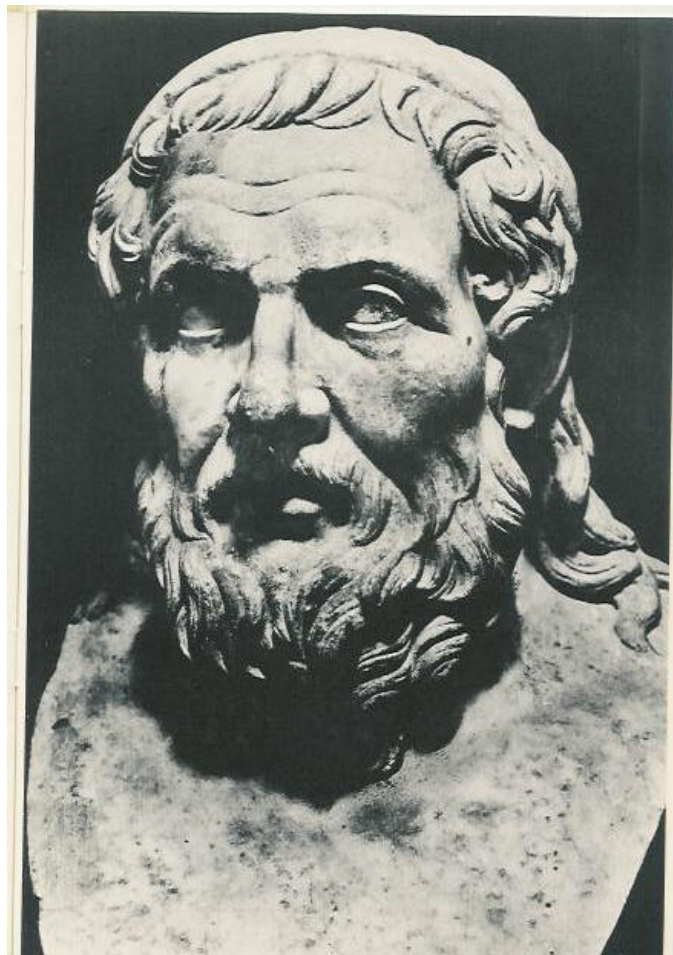
$$\lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{r\Delta\varphi} = \operatorname{tg}\alpha$$



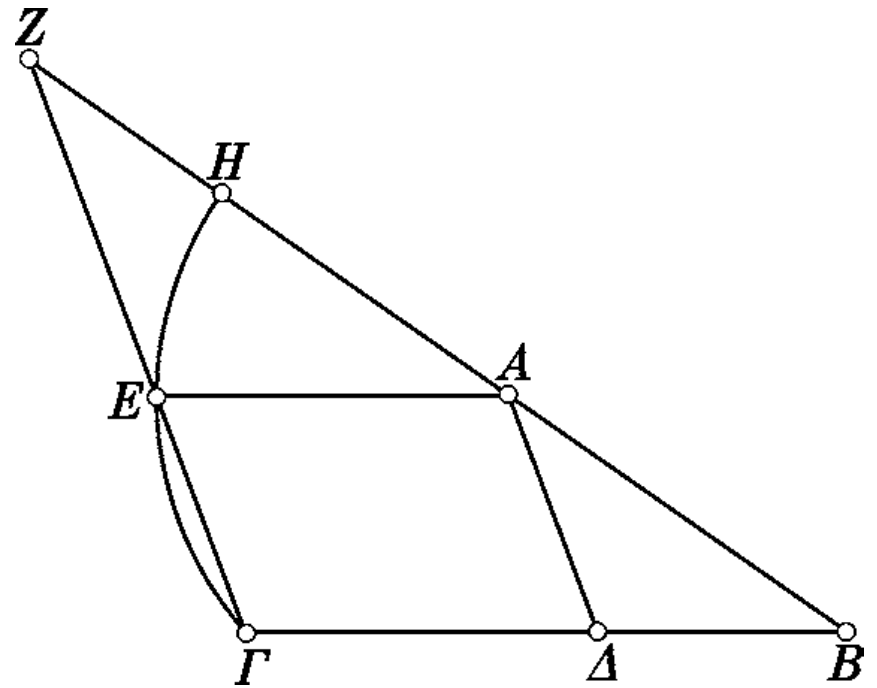
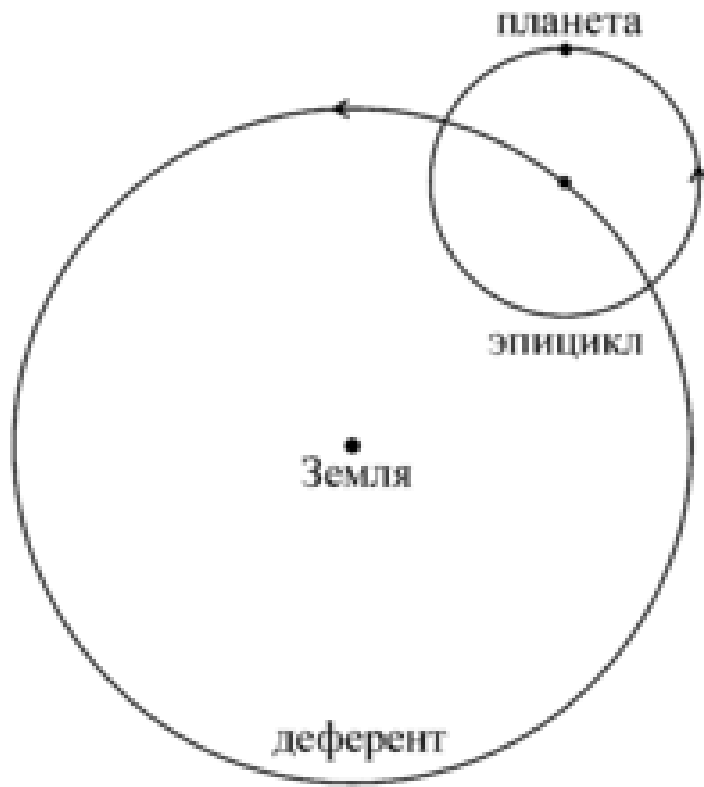
$$\rho = a\varphi$$

$$\lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\Delta\rho}{\rho\Delta\varphi} = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{a\Delta\varphi}{\rho\Delta\varphi} = \frac{a}{\rho} = \frac{1}{\varphi}$$

Аполлоний Пергский (ок. 260-170 гг до н.э.)



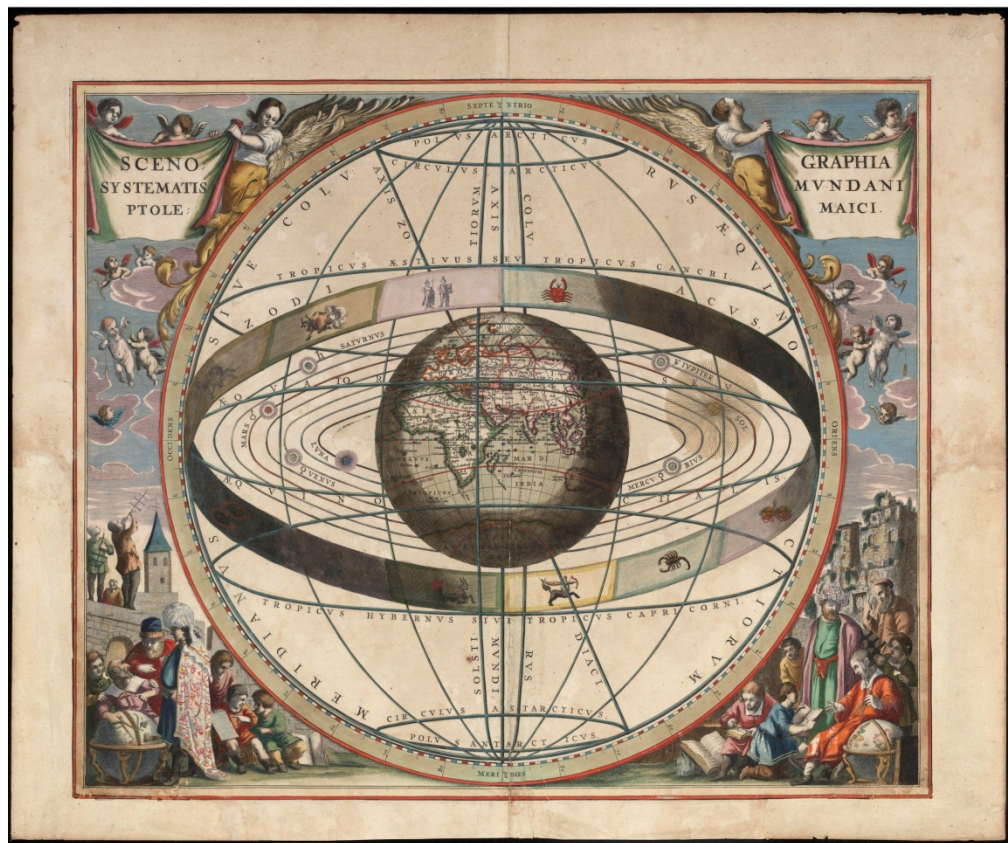
Эпициклы и эксцентры



Клавдий Птолемей

(Александрия, ок.87-165)

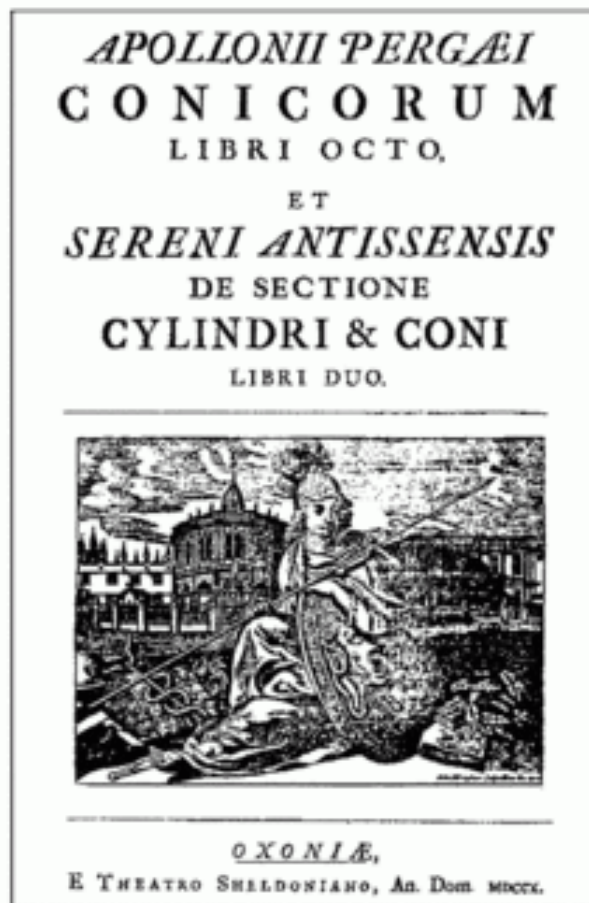
«Альмагест»



Математические труды Аполлония:

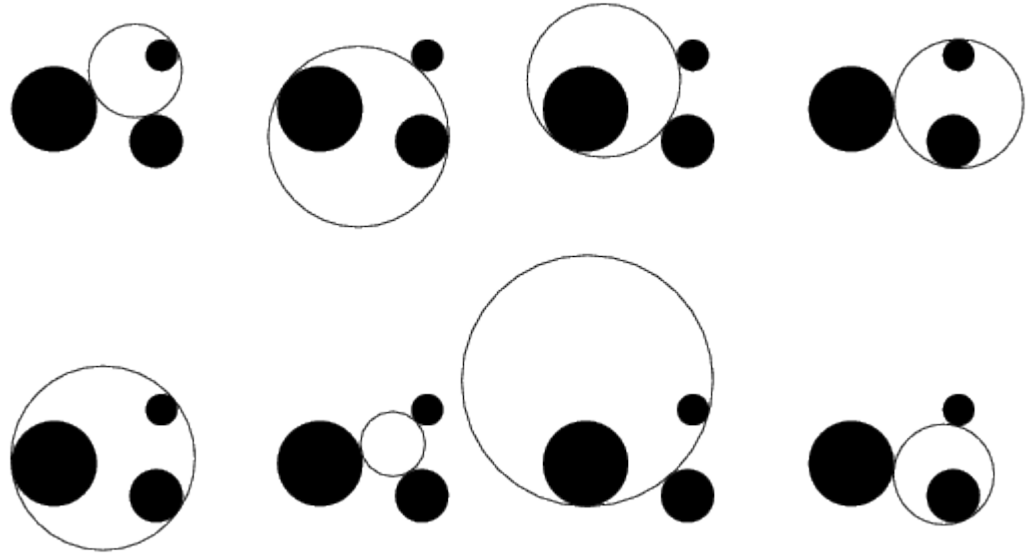
- 1) «Конические сечения», 8 книг
- 2) «Отсечение отношения», 2 книги, 180 теорем, сохранился в арабском переводе
- 3) «О вставках»
- 4) «О неупорядоченных иррациональностях»
- 5) «О спиральных линиях»
- 6) «О касании»

Реконструкция 8 книги «Конических сечений» Аполлония



Задача Аполлония

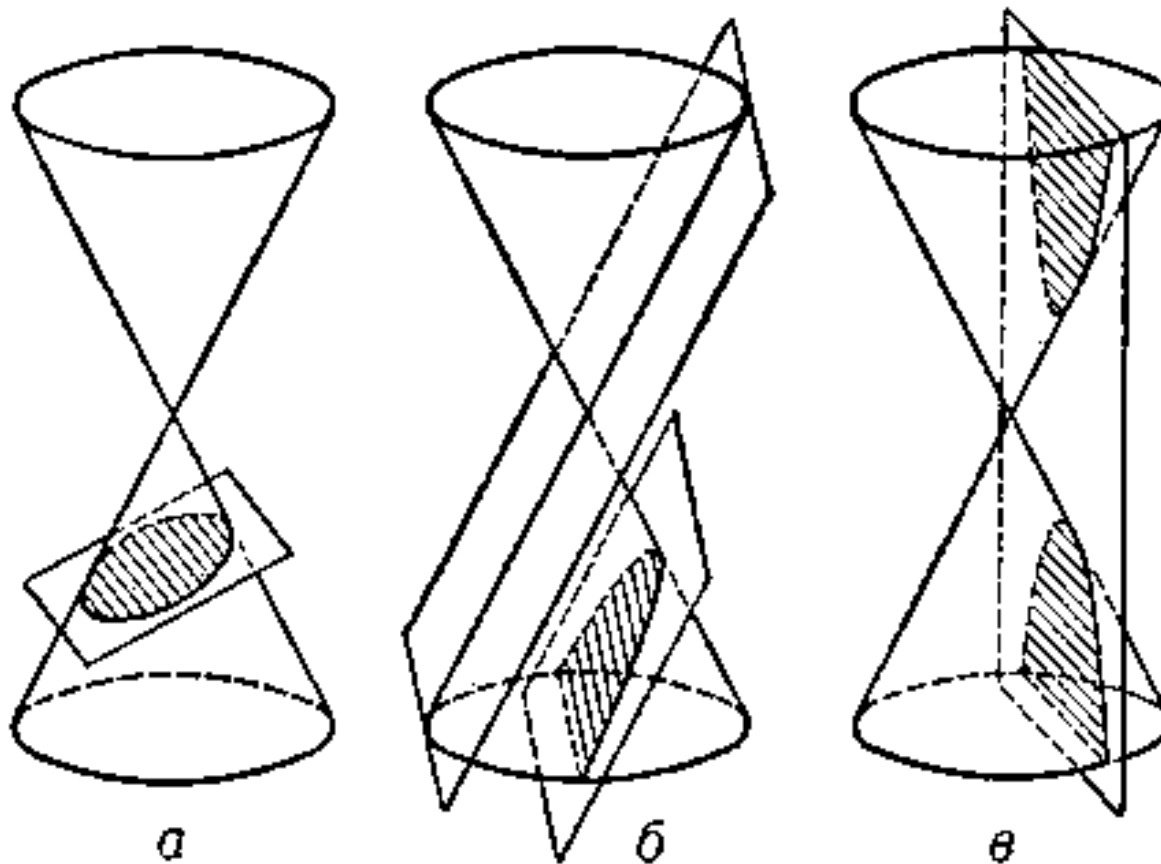
Задача Аполлония —
построить с помощью
циркуля и линейки
окружность, касающуюся
трех данных окружностей.



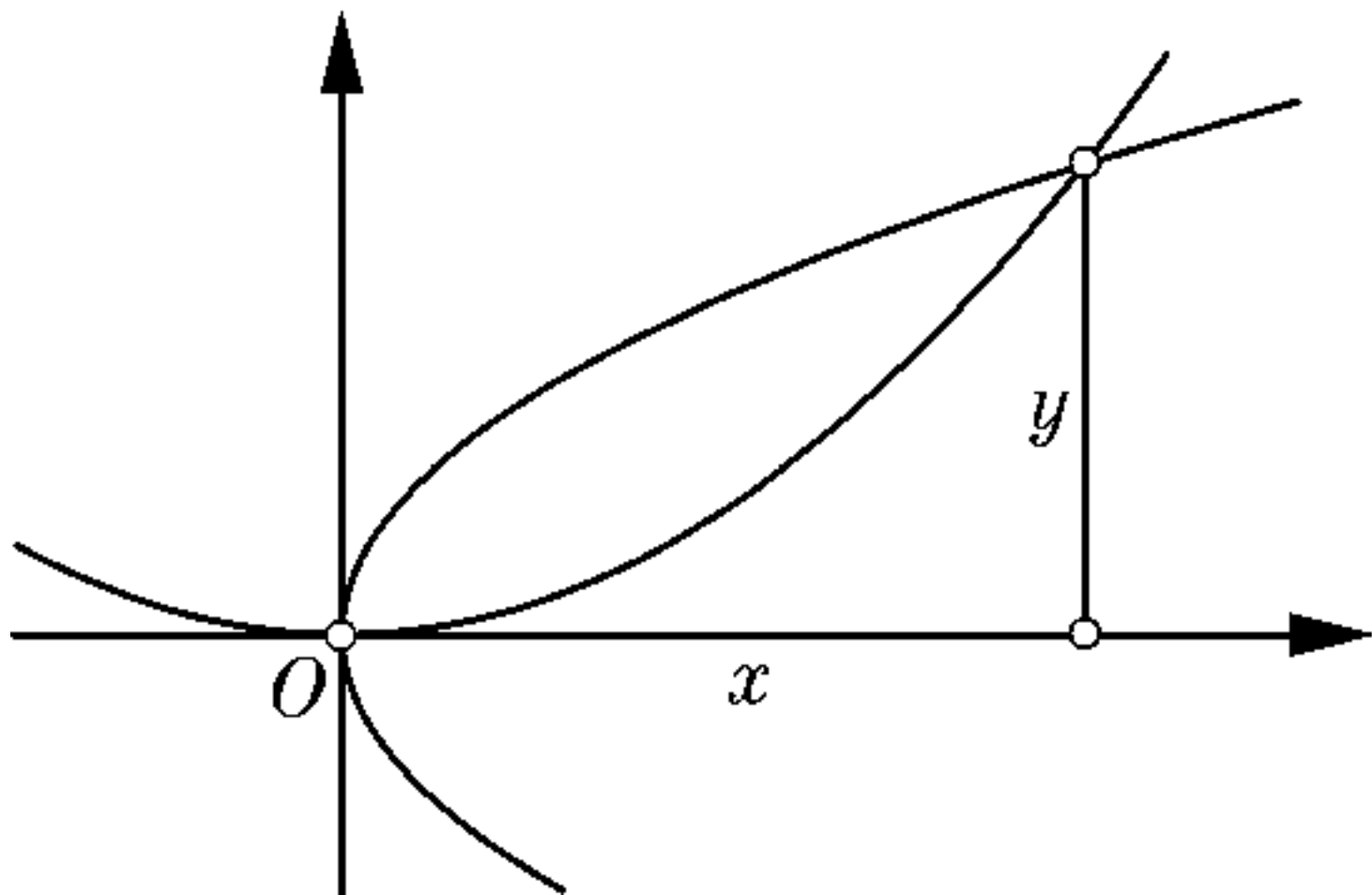
В своем сочинении
"Касания" Аполлоний имел
в виду три окружности
контактной геометрии, т.е.
окружности с радиусом от 0
(точка) до бесконечности
(прямая).

Таким образом, задача
Аполлония разбивается на
10 случаев.

Конические сечения



Решение Менехма задачи об удвоении куба



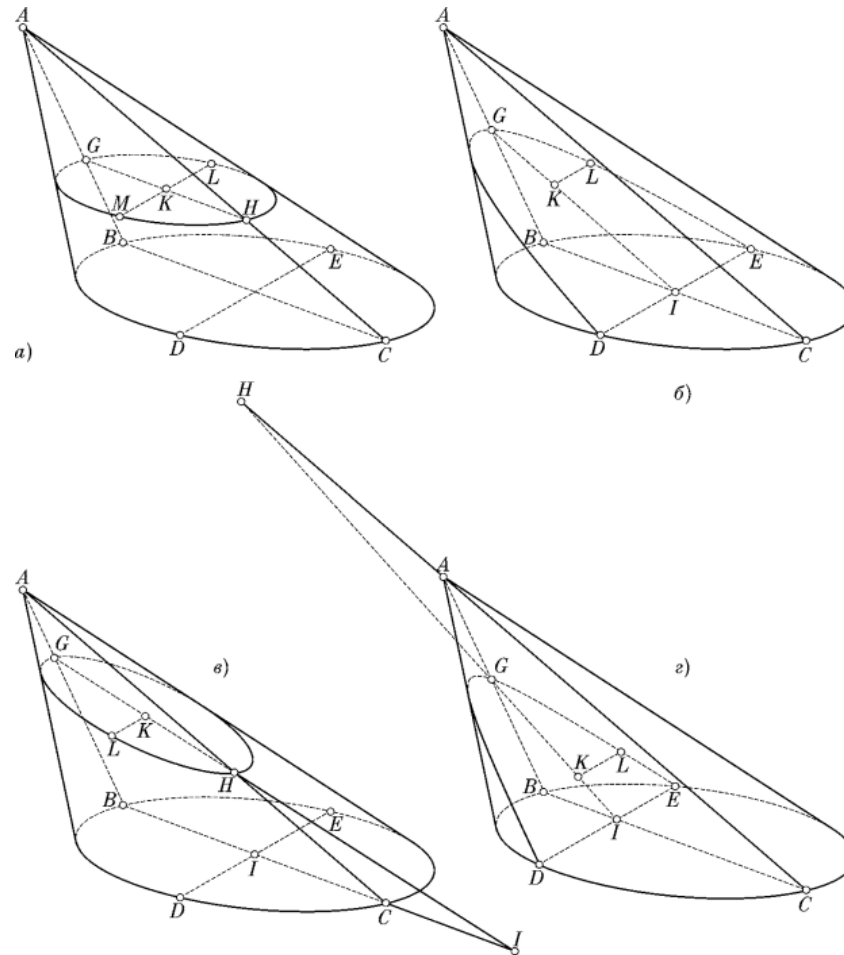
Менехм (IV в. до н.э.)

Симптом параболы: Квадрат на полухорде в каждой точке оси равен прямоугольнику на соответствующем отрезке диаметра и некотором постоянном отрезке.

Т.е. в наших обозначениях

$$y^2 = 2px - \text{уравнение параболы}$$

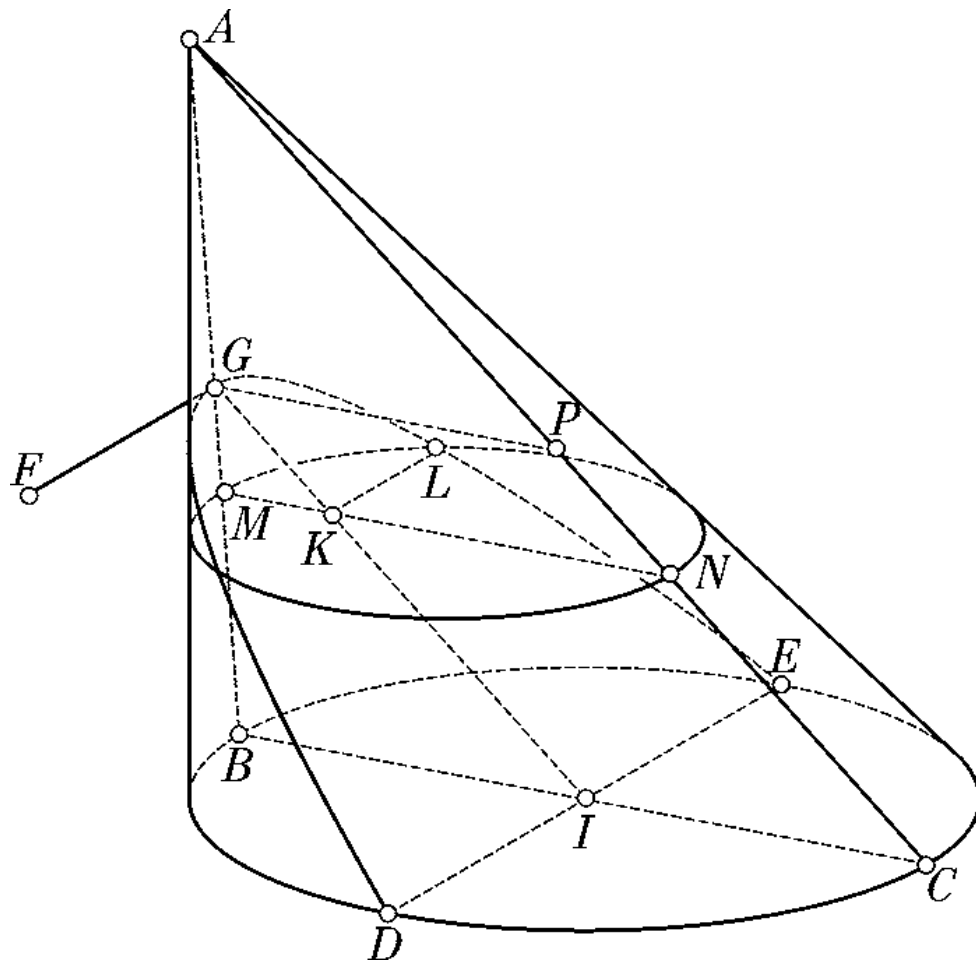
Конические сечения



Конические сечения (симптомы)

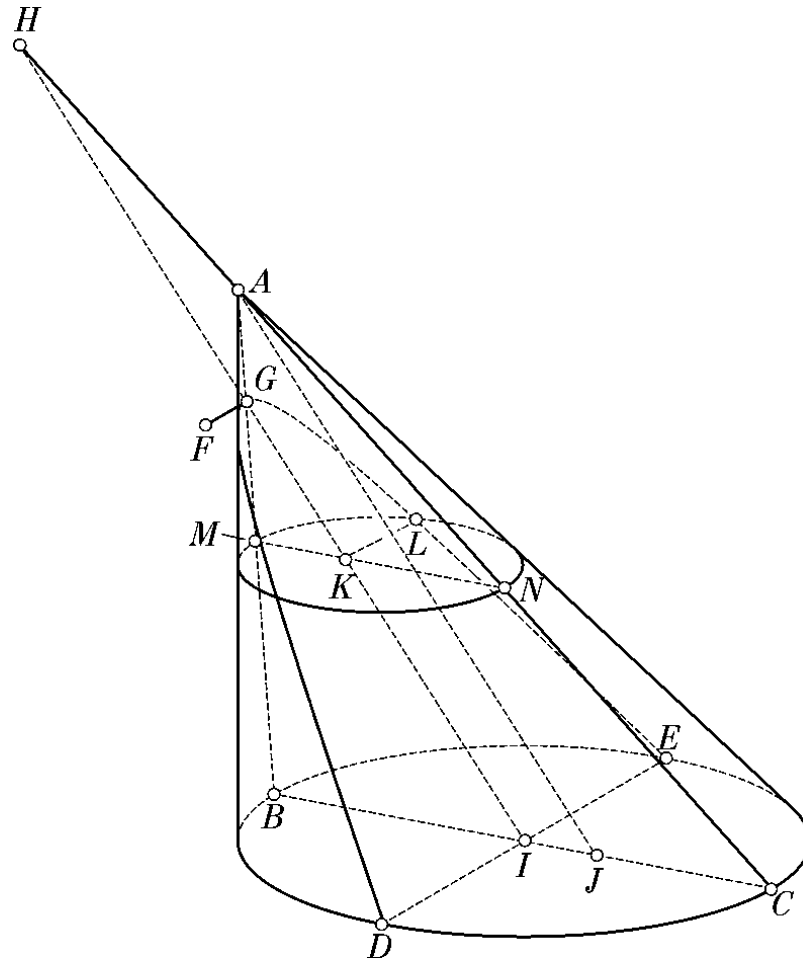
- $y^2 = 2px$ – уравнение параболы
- $y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ – уравнение эллипса
- $y^2 = 2px + \frac{p}{a}x^2$ – уравнение гиперболы

Парабола ($y^2 = 2px$)



Гипербола

$$y^2 = 2px + \frac{p}{a}x^2$$



Конические сечения Аполлония, 1 книга

- 1) Множество систем координат, зависящих от одного параметра. (Например: диаметр и перпендикулярные ему сопряженные хорды)
- 2) Инвариантность эллипса, гиперболы и параболы относительно преобразований с.к.
- 3) Классификация кривых по свойствам их алгебраических уравнений

Конические сечения Аполлония, 2-4 книги

- 1) Развитие теории конических сечений:
основные св-ва сопряженных
диаметров и асимптот
- 2) Уравнение гиперболы относительно
асимптот ($xy = \text{const}$)
- 3) Свойства фокусов эллипса и
гиперболы

Конические сечения Аполлония, 2-4 книги

4) Полюсы и поляры

5) число точек пересечения двух
конических сечений (4 книга)

Конические сечения Аполлония, 5-6 книги

- 1) Нормали к коническому сечению (перпендикуляры к касательной в точке касания), экстремальные св-ва нормалей (5 книга)
- 2) Подобные и равные конические сечения (6 книга)

Конические сечения Аполлония, 7, 8 книги

Формулируются знаменитые теоремы Аполлония (7 книга).

Например:

- 1) Сумма квадратов на сопряженных диаметрах эллипса равна сумме квадратов на главных осях (VII, 12)
- 2) Разность квадратов на двух сопряженных диаметрах гиперболы равна разности квадратов на главных осях (VII, 13)
- 3) Параллелограмм, построенный на двух сопряженных диаметрах эллипса или гиперболы, имеет постоянную площадь (VII, 31)

Решение задач, определенных теоремами 7 книги (8 книга)