

# История и методология механики

## Лекция № 7

Евгений Алексеевич Зайцев

[e\\_zaitsev@mail.ru](mailto:e_zaitsev@mail.ru)

## План лекции

### Тема 1.

Формирование некоторых понятий кинематики в Мертонской школе. Диаграммы Орема. Теория импетуса

### Тема 2.

Запросы артиллерии в ходе внедрения огнестрельного оружия; попытки объяснения движения снаряда (Леонардо да Винчи, Кардано, Тарталья).

## Тема 1

Формирование некоторых понятий кинематики в Мертонской школе. Диаграммы Орема. Теория импетуса

## Средневековая теория движения. Четыре вида движения (по Аристотелю)

1. Движение в категории **места** (или «движение по месту») – пространственное перемещение вещи. Оно может быть прямолинейным, круговым или смешанным.
2. Движение в категории **качества** – изменение качества вещи, его усиление и ослабление (в средние века использовались термины «интенсия» и «ремиссия» качеств). Пример: Холодное тело становится теплым при нагревании.
3. Движение в категории **количества** – увеличение или уменьшение **размера** тела (например, рост живого организма или увеличение в объеме при нагревании).

## Средневековая теория движения. Четыре вида движения (по Аристотелю)

4. Движение в категории **субстанции** – возникновение и уничтожение вещей (субстанциальное изменение).

Особая роль движения «по месту» заключается в том, что все прочие виды движения обязательно сопровождаются соответствующим пространственным перемещением. Движение «по месту» является, таким образом, необходимым условием осуществления других движений.

## Динамика Аристотеля.

Два фрагмента, в которых при описании движения используется математика (теория пропорций)

Первый фрагмент посвящен анализу насильственного движения («Физика» VII, 5).

В нем Аристотель использует количественные параметры для описания движения – величину времени движения и расстояния, пройденного телом под действием силы за это время.

Пусть некоторый «двигатель» (сила)  $A$  действует на тяжелое тело  $B$ , перемещая его за время  $D$  на расстояние  $G$ . Аристотель пишет: «... результатом движения будет некое **количество** (т.е. расстояние), пройденное в [определенное] **количество** времени...».

## Динамика Аристотеля.

Два фрагмента, в которых при описании движения используется математика  
(теория пропорций)

Тогда:

1. Сила  $A$  продвинет половину движимого тела  $B$  на расстояние  $2G$  за время  $D$  и на расстояние  $G$  а за половину времени  $D$ .
2. Половина силы  $A$  продвинет половину тела  $B$  на расстояние  $G$  за время  $D$ . «такова будет пропорция».

Обобщая сказанное, получаем, что скорость движения ( $v$ ) прямо пропорциональна движущей силе ( $F$ ) и обратно пропорциональна силе сопротивления ( $R$ ), определяемой весом (разметами) тела. В современных символических обозначениях:

$$v \sim F \quad \text{и} \quad v \sim 1/R$$

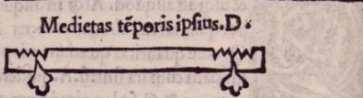
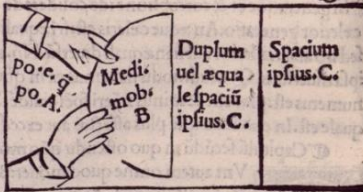
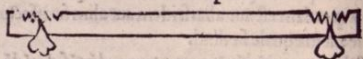
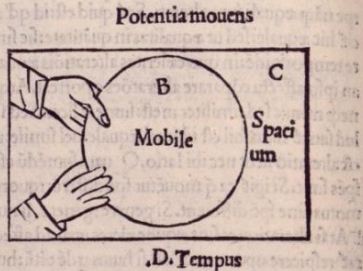
**Liber septimus Physicorum**

uebit idē. B. totū i. D. tpe: aut in eius aliqua parte per aliquam. C. spacii pte que rationem eandem ad totum habebit. C. quam. F. pars uel quauis alia ad totum. A. potentiam habet. Ommino enim si forte fuerit nullam partem mouebit. Non enim si tota uires quippiam per tantum mouerūt spacium: dimidium ipsage per quatumuis spacii quouis in tempore idem mouebit. Nam unus eam trahet profecto nauim: quā centum traxere si uires eorum tam in iporum numerum: q̄ in spacii diuidantur partes: q̄ nauim omnes simul traxere. Quapropter zenonis ratio non est uera: qua cōcludit quāuis partem mili facere sonum. Nihil enim prohibet: ut nullo in tempore eum moueat aere: quem totum modius mouit cum cecidisset. Neq; pars si per se fuerit id mouebit: quod una cum toto mouere potest neq; est enim pars ulla nisi potentia in toto.

38 **C** Si uero duo quaedam seorsum per tantum spacium tato in tempore duo seorsum pondera mouenti: & composita per longitudinem æqualem æqualiue in tempore compositum ex ponderibus utrisq; mouebunt. Est enim in eis eadem ratio.

39 **C** Sunt ne igitur eadem & in alteratio ne atq; accretioe. Est enim aliquid id quod auget: & id etiam quod augetur atq; in tempore tanto & tantū. aliud auget: aliud augetur. Et id quod alterat: & quod alterat similiter est aliqd & tantū intensioe remissionē est alteratum: & i tempore tanto. In duplo duplum: & duplum in duplo. Dimidium autem in dimidio temporis aut in dimidio dimidium: aut in æquali duplum. Si uero id quod alterat aut auget: tantum in tanto auget aut alterat non necesse est & dimidium in dimi

**D**emonstratio ostēdēs q̄ si aliqua potētia mouet aliqd mobile p aliqd spaciu i aliquo tēpo re: medietatem illius mobilis mouebit eadē uel æqualis potentia per duplum spacium i eodem tempore: uel per idem spacium: in medietate temporis.



**D**emonstratio ostēdēs q̄ si aliq̄ potentia mouet aliquod mobile per aliqd spaciu i aliquo tpe. Dimidiata potētia: medietatē mobilis mouebit per idē spaciu in eodē tpe.

**Tractatus primus**

dio & i dimidio dimidiū alterare uel augere. Sed nihil si forte fuerit alterabit uel augetur quemadmodū & in pondere.

**E**xPLICIT liber septimus.

**I**ncipit liber octauus philosophorū Aristotelis de primo motore: & primo moto: & primo mobili.

**T**ractatus primus in quo præmittit motū esse sempiternum.

**C**apitulum primum in quo ostendit secundum suā opinionē motus sempiternitatē.



**T**ortus ne aliqui est motus anteaq; non erat: rursusq; adeo corrūpit: ut nihil penitus moueat: an neq; factus ē neq; corrūpit sed sp erat: & sp erit. Atq; hoc hūc q̄ sūt i mortale ac ineffabile uest quasi sit uita quaedam is uniuersis q̄ natura cōstat. Motū igitur ois inquit esse: qui de natura aliqd dicunt: tū q̄a mūdū faciūt: tū q̄a cōtēplatio ipis ois ē de gnatioe corruptioe: quā iposibile esse eē: si nō sit motus: uerū q̄ mōdos infinitos eē: & alios ipso forū fieri: alios corrūpi dicūt: i motū inquit semp eē. Sint enī gnatioes & corruptiones ipso: cū motu necesse est. Q uo uero mūdū aut unū & sp eū dē eē dicūt: aut unū quidē sed non semp: i de motu quoq; similiter opinantur.

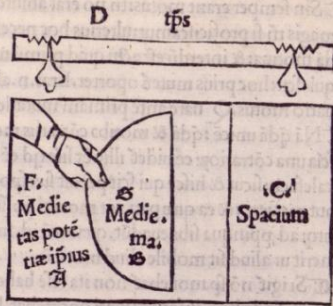
**C** Si igitur cōtingit aliqui nihil moueri dupliciter: id accidere necesse est. Aut n. ut Anaxagoras censet. Dicit enim cū oia simul essent atq; quiescerent: tpe infinito mentem mouisse ac segregasse. Aut ut Empedocles dicit interdū res moueri: interdū quiescere. Moueri quidē: cū aut unū ex multis cōcordia: aut ex uno multa discordia facit. Quiescere uero in hūc tpe quæ inter hæc media cadūt. Dicit enim hoc mō. Nā quo de multis nasci cōsueuerit unū. Atq; iterū ex uno gnatio plura renasci. Hoc sūt: fixūq; sibi nō pmāet aū: At quo mutātur nunq̄ cessante recurū. Hoc sic ppetuo stabilem uersantur in orbem. Cū enim dicit. At quo mutāt nūq̄ cessante recurū: id empedoclem arbitrandum est intellegere: hīc in quā illuc & illinc huc fieri motum.

**C** Considerandū est igitur de hoc quonā mō se habet. Est enim opere p̄ciū hanc perspicere ueritatē: & non solum ad naturalem cōtēplatiōem sed & ad eam doctrinā quæ circa principium primum uersatur uehementer concludit.

**E**x his autem ordiemur: quæ prius a nobis in libris naturalis scientiæ sunt definita. Dimidius itaq; motū ipsius mobilis hoc actum esse: quo mobile est: necesse est ergo res ens esse: quæ uno quoq; motu moueri possunt & sine definitione etiam motus quouis profecto fatēbitur necessarium esse id moueri quod singulis motibus moueri potest: ceu alterari quidem id quod est alterabile: ferri autem id quod loco mutabile est. Quare sit antea cōbustibile q̄ cūburatur: & combustiuum antea q̄ comburatur oportet.

**I**gitur & hæc ipsa necesse est aut si non erant aliquando facta esse: aut perpetua esse.

**C** Si igitur unum quodq; mobilium ac motiuorū est factum: necesse est ante motum ac ceptum aliam mutationem motumq; fuisse. Quo quidem ortum id est: quod aut mo





## Ограниченный характер применимости математического закона пропорциональности в аристотелевской динамике

Продолжение фрагмента

«Неверно, что при уменьшении двигателя (т.е. движущей силы) наполовину происходит удвоение времени движения, ибо «может случиться, что **никакого** движения не будет. Ведь из того, что целая сила продвинула [тело] на определенную длину, не следует, что половина силы продвинет [это же тело] на сколько-нибудь в какое бы то ни было время; иначе один человек мог бы двигать судно, если только силу волочильщиков и длину, на которую они все двигали его, разделить на их число».

(В русском переводе стоит «силу гребцов и длину....». Но это ошибка переводчика. Речь идет о вытаскивании тяжелой триеры на берег).

Иными словами, закон пропорциональности ( $v \sim F$ ) не действует в направлении уменьшения силы:

Если приложенная сила равна  $F/2$ , то отсюда не следует, что скорость движения будет равна  $v/2$ .

Аналогично, из кратного увеличения силы сопротивления не следует кратное уменьшение скорости (в данном фрагменте соответствующего рассуждения нет).

## Второй фрагмента Аристотеля (трактат «О небе» III 2)

Естественное движение (падение) под действием тяжести.

Доказывается тезис о невозможности падения тела, лишённого тяжести  
(рассуждение от противного)

«Пусть **A** будет [тело], лишённое тяжести, **B** – [тело], имеющее тяжесть.

Допустим, что лишённое тяжести прошло расстояние **GD**, а **B** в равное время – расстояние **GE**, [которое будет больше], так как имеющее тяжесть пройдет большее расстояние. Стало быть, если тело, имеющее тяжесть, разделить в той же пропорции, в какой **GE** стоит к **GD** ..., то, раз все [тело] проходит все расстояние **GE**, [указанная] часть по необходимости должна проходить в равное время расстояние **GD**, откуда следует, что [тело], лишённое тяжести, и [тело], имеющее тяжесть, [в равное время] пройдут равное расстояние, а это невозможно». («О небе», III 2 300a 25 – 301b 1).

**Вывод:** Аристотель исходит из того, что скорость падения тела (**v**) прямо пропорциональна его тяжести (**F**):  $v \sim F$

Аристотель также принимает во внимание сопротивление среды и формулирует тезис о том, что скорость тела при падении в среде прямо пропорциональна его тяжести и обратно пропорциональна плотности среды.

## Наука о движении в Мертонской школе (Оксфорд).

### Функция Брэдвардина как способ количественной оценки движения

Основные представители Мертонской школы «калькуляторов» в XIV в. : Фома Брэдвардин, Ричард Суайнсхед, Джон Дамблтон, Уильям Гейтисбери.

Начало традиции Мертонской школы положено трактатом:

Фома Брэдвардин, «Трактат о пропорциях скоростей и движений» (1328):

#### **Критика аристотелевского представления о прямой пропорциональности**

**1.** Недостаток формулы  $v \sim F/R$  состоит в том, что при  $F \leq R$  она дает ненулевую скорость. Но такой вывод абсурден, ибо при  $F \leq R$  движения не будет.

**2.** «Опыт чувств» свидетельствует о том, что тезис об удвоении скорости при удвоении движущей силы, неверен.

**Пример 1:** Представим себе, что «один человек двигает нечто тяжелое с большим трудом и весьма медленно. Если к нему присоединится другой, то вдвоем они будут двигать тот же груз со скоростью, *значительно* превышающей удвоенную скорость [движения в одиночку]».

**Пример 2:** Также и «в часах: [один] груз, подвешенный на вращающейся оси, опускаясь, приводит в движение ось колеса с неощутимой скоростью, тогда как двойной груз будет двигать ту же ось со скоростью, *значительно* превышающей удвоенную скорость [движения, вызванного одним грузом]».

## Функция Брадвардина

$F$  – сила, действующая на тело (движущая сила)

$R$  – сила сопротивления

$v$  – скорость движения тела

Согласно Брадвардину, скорость  $v$  зависит от отношения  $F/R$  следующим образом:  $v \sim \ln(F/R)$

Брадвардин, в отличие от Аристотеля, истолковывает пропорциональность между этими величинами не как арифметическую, а как геометрическую.

Пример: пусть отношение сил  $F/R = 2/1$ , а скорость при этом равна  $v$ .

Тогда с возрастанием отношения  $F/R$  в геометрической пропорции скорость  $v$  возрастает в арифметической пропорции:

Отношение сил $F/R$	2/1	2 <sup>2</sup> /1	2 <sup>3</sup> /1	2 <sup>4</sup> /1
Скорость движения $v$	$v$	$2v$	$3v$	$4v$

В отличие от правила Аристотеля, пропорциональность сохраняется и при уменьшении отношения  $F/R$ .

Отношение сил $F/R$	2/1	$\frac{\sqrt[2]{2}}{1}$	$\frac{\sqrt[3]{2}}{1}$	$\frac{\sqrt[4]{2}}{1}$
Скорость движения $v$	$v$	$1/2v$	$1/3v$	$1/4v$

## Функция Бладвардина

Функция Бладвардина лучше, чем прямая пропорциональность Аристотеля, описывает случаи медленного движения, когда сила движения ненамного превосходит силу сопротивления. Тогда удвоение силы движения, действительно, приводит к непропорционально большому возрастанию скорости.

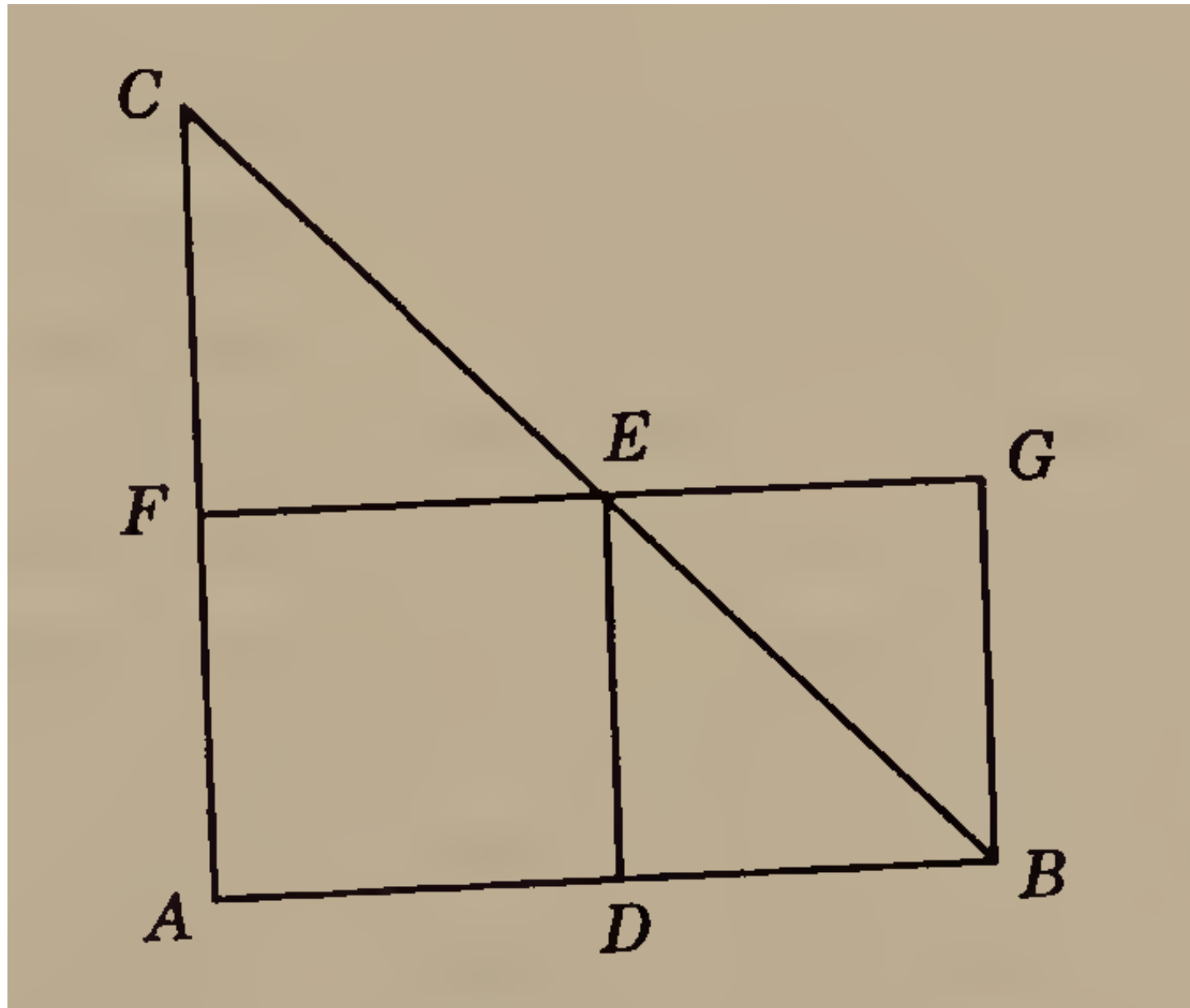
Пример Бладвардина непропорционального увеличения скорости : «один человек двигает нечто тяжелое с большим трудом и весьма медленно. Если к нему присоединится другой, то вдвоем они будут двигать тот же груз со скоростью, *значительно* превышающей удвоенную скорость [движения в одиночку]».

Пусть, например,  $F/R = 1.1/1$

$F/R$	1.1/1	1.21/1	1.33/1	1.46/1	1.61/1	1.77/1	1.95/1
$v$	$v$	$2v$	$3v$	$4v$	$5v$	$6v$	$7v$

То есть, при увеличении отношения  $F/R$  примерно в два раза (в качестве двигателя выступают два человека), скорость движения  $v$  возрастает в 7 раз.

Теорема о средней скорости (Мертонская школа) равноускоренного (равнозамедленного) движения. Словесное доказательство.



Французская школа. Николай Орем (ок. 1330 –1382). Диаграммы Орема.  
 Виды движения: равномерное – с постоянной скоростью (верхняя диаграмма),  
 равномерно-дифформное – с постоянным ускорением (третья сверху),  
 дифформно-дифформное – полностью нерегулярное (вторая сверху).



Georg

Incipit utilis tractatus de latitudinibus  
 formaz s<sup>m</sup> Reverēdi doctoris magistrum  
 Nicolai Orem. Die decima Januarij

**O**mnium quia latitudines multipliciter variantur multiplices varietates difficile discernunt nisi ad figuras geometricas quodammodo referunt. Pro premillis quibusdam divisionibus latitudinum cum distinctionibus suis, species infinitas earundem ad figurarum species infinitas applicabo ex quibus propositis; clarius apparebit.

**L**atitudinum: quedam uniformis: et quedam difformis

**L**atitudo uniformis est illa: que est uniformis per totum.

**L**atitudo difformis est: que non est eiusdem gradus per totum.

**L**atitudo difformis dividitur: quia quedam est s<sup>m</sup> se tota difformis et quedam non.

**L**atitudo s<sup>m</sup> se totam difformis est: cuius nulla pars est uniformis.

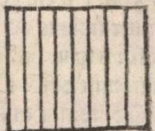
**L**atitudo non s<sup>m</sup> se tota difformis est illa cuius aliqua pars est uniformis. Unde statim scilicet quod una latitudo sit difformis: et aliqua eius pars sit uniformis ut illa.

**L**atitudinum s<sup>m</sup> se tota difformium: quedam est uniformis difformis: et quedam difformis difformis.


**L**atitudo uniformis difformis est illa cuius est equalis excessus graduum equaliter distantium.

**L**atitudo difformis difformis sumitur per oppositum. scilicet cuius non est equalis excessus

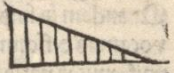
latitudo uniformis




latitudo difformis




difformis s<sup>m</sup> se tota



non s<sup>m</sup> se tota difformis



difformis difformis



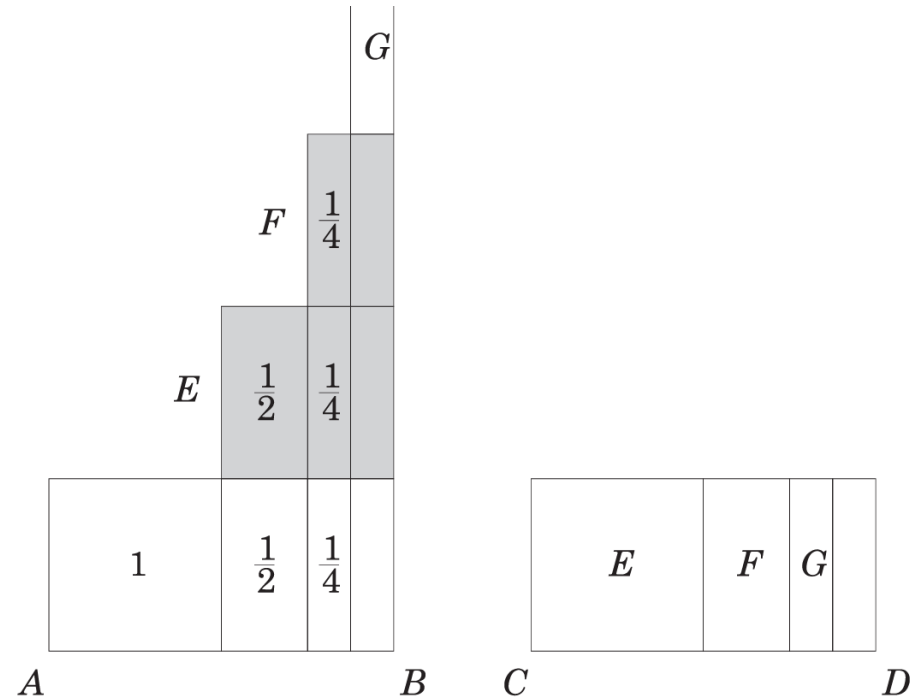
## Интересная задача Орема (вычисление суммы бесконечного ряда)

Дано: В первую минуту тело движется со скоростью 1. В течение следующих 30 сек., его скорость равна 2. В течение следующих 15 сек. она равна 3, и т.д. Найти величину пути, пройденного телом.

Для нахождения пути Орем представляет движение посредством бесконечной ступенчатой фигуры, построенной на отрезке  $AB = 2$  (= время движения). По вертикали откладываются скорости.

Фигура состоит из «ступенек», каждая из которых возвышается над предшествующей на величину, равную 1. При этом ширина ступенек убывает по закону геометрической прогрессии со знаменателем  $\frac{1}{2}$ .

Геометрическое решение.  
Пройденное расстояние равно площади бесконечной ступенчатой фигуры = 4.





## **Средневековая теория импетуса**

**(лат. impetus)**

# Аристотель о причине продолжения движения брошенного тела

## *Аксиомы теории движения Аристотеля*

1. Всё, что движется, должно двигаться чем-то другим (кроме живых существ).
2. Движимое и двигатель должны находиться в непосредственном контакте.

Возникает вопрос: как возможно движение брошенного тела, которое в момент броска утрачивает контакт с «двигателем» - рукой или тетивой лука?

«А что касается перемещающихся [предметов], будет хорошо сначала разобрать одну трудность. Раз всякий движущийся [предмет], который не движет сам себя, приводится в движение чем-нибудь иным, то спрашивается: как некоторые [предметы] движутся непрерывно без соприкосновения с движущим, например [тела] брошенные? ...

[Ответ:] Необходимо ... сказать, что первое [движущее] может сообщить двигательную способность или обладающему такими свойствами воздуху, или воде, или чему-нибудь иному, что по природе способно двигать или находиться в движении». («Физика» VIII 10 266b 27 – 267a 20)

В этом фрагменте Аристотель придерживается тезиса о том, что силой, приводящей в движение брошенное тело (камень, стрела из лука), является среда – воздух или вода. В случае насильственного движения среда играет двойственную роль: с одной стороны, она сопротивляется движению, а с другой, активно поддерживает его.

## «Брошенным телом движет воздух»

(подробности теории движения брошенного тела по Аристотелю)

Основной «двигатель» (рука или тетива лука) приводит в движение ближайший к нему слой воздуха. Воздух при этом претерпевает действие внешней силы, т.е. находится в пассивном модусе. Одновременно он находится и в активном модусе, ибо двигатель, приведя воздух в движение, передает ему способность (силу, энергию) передвигать следующий прилегающий к нему слой воздуха, толкая его перед собой. Таким образом, приведенный в движение слой воздуха действует на другой, смежный с ним, тот – на третий и т.д. Образуется своего рода воздушная волна, которая толкает тело, заставляя его двигаться в направлении, заданном основным «двигателем».

При передаче движения от одного слоя воздуха к другому общее усилие ослабевает, так что в итоге воздух и движимое им тело останавливаются:

«[Движение] прекращается, когда у смежного тела способность движения становятся меньше и меньше: окончательно же прекращается, когда не будет действовать предыдущий двигатель, а только то, что было [им] приведено в движение; они необходимо останавливаются вместе: движущее, движимое и все движение».

## Иоанн Филопон – византийский схоласт ( VI в. н.э.)

Филопон отвергает основной тезис Аристотеля, согласно которому для осуществления насильственного движения необходим непосредственный контакт между двигателем и телом. В качестве аргумента он ссылается на то, что в момент, когда камень еще находится в контакте с бросающей рукой, воздух позади него отсутствует. Воздух же, который находится сбоку от камня, не может внести существенного вклада в его движение. Аналогично со стрелой, выпущенной из лука.

Согласно Филопону, движение продолжается потому, что «бросающий сообщает брошенному телу некоторую бестелесную энергию движения» («Комментарий к «Физике» Аристотеля).

Воздух при этом не играет никакой роли. Отсюда следует возможность движения в пустоте:

«... если в пустоте с силой бросить стрелу или камень, то с ними случится то же самое (т.е. им будет сообщена энергия движения – *E.З.*) , но [это произойдет] еще легче; [для продолжения движения] не нужно ничего, кроме бросающего».

Согласно Аристотелю :  $v \sim F/R$ . Согласно Филопону  $v \sim (F - R)$ .

## Иоанн Филопон ( VI в. н.э.)

Продолжение критики:

«...Вы говорите, что неестественное (насильственное) движение вызвано толчком со стороны воздуха и что оно продолжается до тех пор, пока не иссякнет движущая сила, переданная двигателем воздуху.

Но, очевидно, что это рассуждение следует отнести также насильственному движению в пустоте: [в ней] тело будет точно так же двигаться до тех пор, пока не иссякнет движущая сила, изначально переданная ему».

Цель Филопона состоит в том, чтобы исключить среду в роли производящей причины движения. Движение обязано своим происхождением исключительно той силе, которая передана самому телу. Среда лишь сопротивляется движению, вызванному естественной тяжестью тела (в случае естественного движения) или внешней движущей силой (в случае вынужденного движения).

Современные исследователи иногда сопоставляют представление Филопона о «движущей силе» движения с понятием импульса (количества движения) классической механики. Различие, однако, состоит в том, что «движущая сила» Филопона постепенно уменьшается.

Иоанн Филопон ( VI в. н.э.).

Теория импетуса и техноморфизмы (технические образы)

У Аристотеля стандартными примерами движения, отделенного от двигателя, являются бросание камня и полет стрелы. С технологической точки зрения эти движения являются совсем элементарными. Оба осуществляются «по линии».

У Филопона, теория импетуса подкреплена технологически более сложными примерами. Идею передачи движения от одного тела к другому (без участия среды) он иллюстрирует искусственным движением – вращением мельничного жернова. Эта модель используется им, например, для разъяснения передачи вращательного движения от самой внешней небесной сферы к ближайшей внутренней и т.д. (Трактат «О вечности мира»).

Техническим источником идеи переданной силы являются машины и механизмы, в которых посредством трансмиссии (передаточного звена) осуществляется передача движения от машины-двигателя к рабочей машине.

Кроме того, техническое вращательное движение служит весомым аргументом против аристотелевской теории передачи движения посредством воздуха. Воздух не может толкать «сзади» вращающийся мельничный жернов.

## Теория импетуса на латинском западе

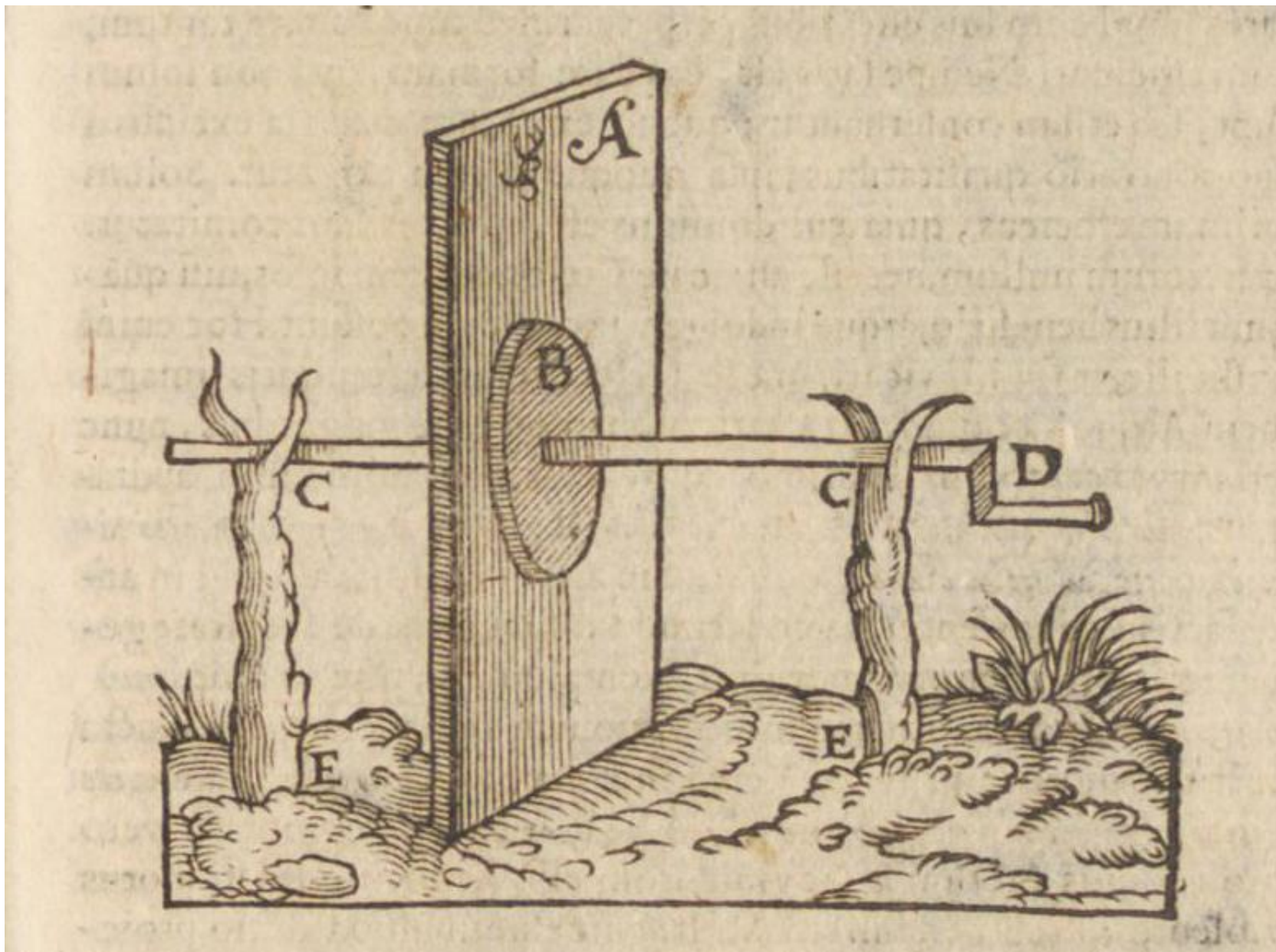
Начало теории импетуса в Европе положено схоластом Франческо де Маркиа (Комментарии к «Сентенциям» Петра Ломбардского, лекции в Сорбонне 1321/22). Исследуя вопрос о передаче благодатной силы в церковных таинствах, де Маркиа сначала сопоставляет ее с силой, которую вкладывает человек в орудие труда (например, при работе мотыгой). Затем он выстраивает параллель с брошенным телом. Благодатная сила, вложенная, например, в крещенскую воду, сопоставляется с силой, вложенной в брошенный камень. В этом контексте де Маркиа приходит к мысли о том, что сила, движущая тело, вкладывается не только в воздух, но и в само тело. У де Маркиа еще нет термина «импетус». Он использует понятие «оставленная сила».

Дальнейшее развитие теории «оставленной силы» связано с именем Иоанна Буридана (ок. 1300-1358) и его учеников - Орема, Альберта Саксонского и Марсилия Ингенского. Сам термин «импетус» принадлежит Буридану. В отличие от де Маркиа, Буридан считал, что вложенная сила передается только самому телу. Воздух в его движении участвует лишь пассивно, оказывая сопротивление. Подобно Филопону, работы которого ему не были известны, Буридан для обоснования теории импетуса использует образы вращательного движения – точильный камень и мельничный жернов.

В отличие от динамики Мертонской школы, теория импетуса оказала значительное влияние на формирование науки Нового времени.

Продолжающееся вращение – аргумент в пользу теории импетуса

Рисунок из книги: Julius Scaliger (1615); описание конструкции: Francesco  
Buonamico, De motu, 1591





## Импетус схоластической натурфилософии и инерция классической механики

Тезис П. Дюэма о том, что импетус является прообразом (предтечей) понятия инерции классической механики.

Вопрос о том, является ли теория импетуса предшественницей идеи инерциального движения классической механики, является крайне дискуссионным.

Сам Буридан считал, что инерциальным, т.е. равномерным и бесконечно продолжающимся, может быть только вращение небесных сфер, которые, имея особую эфирную природу, не обладают тяжестью.

Что касается движения в подлунном мире, то в нем всегда действуют силы, препятствующие перемещению тел, прежде всего, сила тяжести. Кроме того, сами тела обладают природной «склонностью к покою» (*inclinatio ad quietem*). Эти два фактора исключали возможность инерциального движения в подлунном мире, т.е. в том самом реальном физическом мире, с которым человек находится в непосредственном контакте.

## Импетус схоластической натурфилософии и инерция классической механики

Тезис П. Дюэма о том, что импетус является прообразом (предтечей) понятия инерции классической механики.

Вопрос о том, является ли теория импетуса предшественницей идеи инерциального движения классической механики, является крайне дискуссионным. Сам Буридан считал, что инерциальным, т.е. равномерным и бесконечно продолжающимся, может быть только вращение небесных сфер, которые, имея особую эфирную природу, не обладают тяжестью.

Что касается движения в подлунном мире, то в нем всегда действуют силы, препятствующие перемещению тел, прежде всего, сила тяжести. Кроме того, сами тела обладают природной «склонностью к покою» (*inclinatio ad quietem*). Эти два фактора исключали возможность инерциального движения в реальном физическом мире, с которым человек находится в непосредственном контакте.

## Импетус схоластической натурфилософии и инерция классической механики

Тезис П. Дюэма о том, что импетус является прообразом (предтечей) понятия инерции классической механики.

Принципиальное отличие импетуса средневековой натурфилософии от инерции классической механики определяется тем, что импетус исчерпывается в процессе движения, так что для продолжения движения требуется энергетическая «подпитка». В случае инерциального движения дополнительной энергии не требуется.

На излете средневековья теория импетуса получила широкое (хотя и не повсеместное) признание, причем не только в схоластических кругах. Инженеры-механики XVI в. активно использовали ее для объяснения разного рода технических движений. В первую очередь, она применялась при анализе полета артиллерийских снарядов.

## Тема 2.

Запросы артиллерии в ходе внедрения огнестрельного оружия; попытки объяснения движения снаряда (Леонардо да Винчи, Кардано, Тарталья).

Отсутствие в средние века представления о траектории полета брошенного тела

Guido da Siena, Благовещение (1262-1279)

«Траектория» полета голубя (символа Св. Духа)

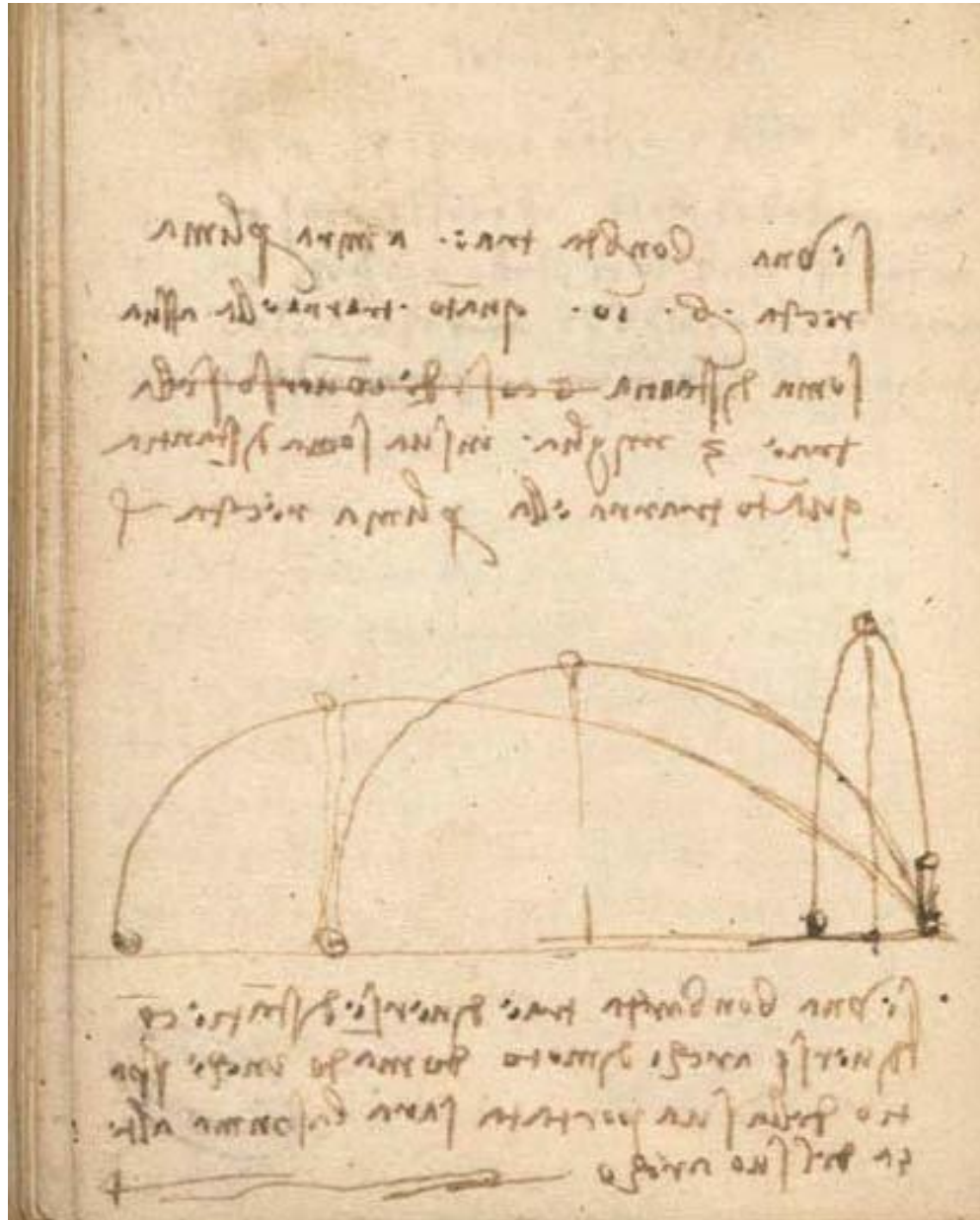


Konrad Kyeser, Bellefortis – «Сильный в битве» (нач. 15 в.).

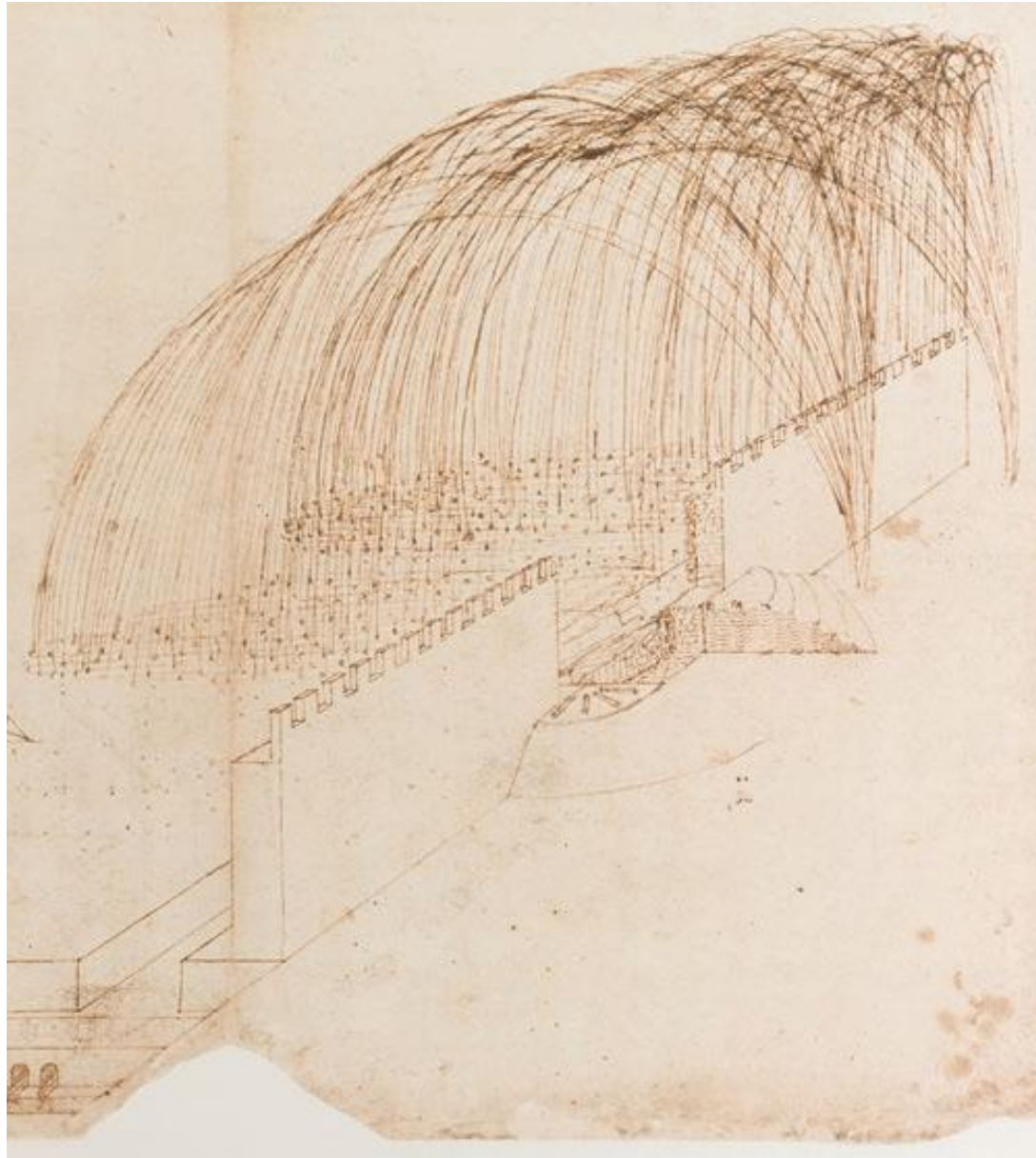
Это еще не траектория полета ...



Первое изображение баллистических траекторий  
Рисунок Леонардо да Винчи (ок. 1500 г.)

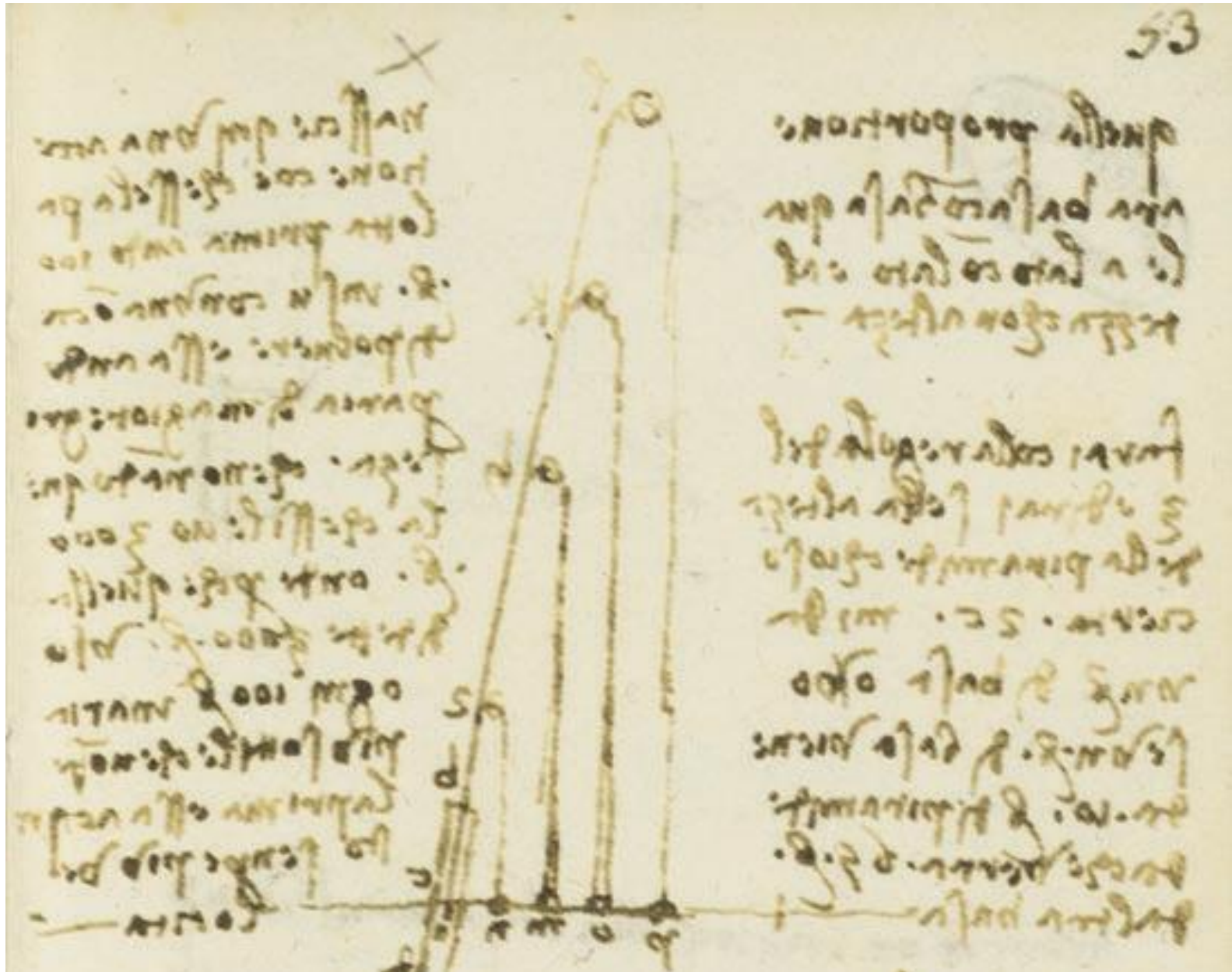


Баллистические траектории  
Рисунок Леонардо да Винчи (ок. 1500 г.)





Трехчастная баллистические траектория  
Рисунок Леонардо да Винчи (ок. 1500 г.)



## Импетус, тяжесть и идея трехчастной баллистической траектории у Леонардо

Первым сформулировал идею трехчастной баллистической траектории Леонардо да Винчи (при этом он, возможно, опирался на идеи схоласта XIV в. Альберта Саксонского).

Рассматривая полет стрелы, Леонардо выделял в нем три фазы. На начальном отрезке импетус – движущая сила, переданная стреле, значительно превосходит силу тяжести стрелы и поэтому полностью уничтожает ее действие. На этом отрезке движение носит *насильственный* характер; оно прямолинейно: как будто стрела вообще лишена тяжести.

На третьем, конечном отрезке «стрела устремляется вниз по отвесной линии; это означает, что ее *насильственное* движение закончилось и что с этого момента начинается ее *естественное* движение, то есть, она свободно под действием своей тяжести падает вниз к центру [Земли]».

В промежутке импетус и тяжесть «борются» друг с другом. На этом отрезке стрела движется *смешанным* движением, одновременно насильственным (или вынужденным) в направлении импетуса и *естественным* в вертикальном направлении.

## Импетус схоластической натурфилософии и инерция классической механики

Источником представления о трехчастной баллистической траектории не могло быть непосредственное наблюдение за полетом камня, стрелы и, тем более, артиллерийского снаряда. Откуда у Леонардо эта идея?

В доклассической механике источником представлений о том или ином виде движения нередко служила аналогия – реальная или вымышленная – между этим движения и некоторым другим, доступным для наблюдения. У Леонардо представление о трехчастной баллистической траекторией навеяно аналогией с вращением волчка. В нем легко различимы три последовательные фазы. Сначала волчок вращается, сохраняя вертикальное положение своей оси. В продолжение этой фазы сила импетуса полностью «побеждает» силу тяжести; направленная горизонтально, она не дает волчку упасть под действием тяжести. С течением времени импетус ослабевает, и угловая скорость вращения падает. При снижении скорости до некоторой критической величины, волчок, продолжая вращение, наклоняется. При этом ось его вращения спиралеобразно отклоняется от вертикали; говоря современным языком, начинается прецессия. В продолжении этой фазы импетус и сила тяжести примерно равны и «борются» между собой. Наконец, на последнем отрезке ослабевший импетус обращается в нуль, и волчок падает вниз под действием тяжести. Точно так же, согласно Леонардо, ведет себя и брошенное тело.

(Теоретики импетуса еще в XIV в. ссылались на феномен вращения волчка).

Николо Тарталья, «Новая наука» (1537)

*La nova scientia de Nicolo Tartaglia*, Firenze, 1537

Траектории полета снаряда для стрельбы из орудий двух видов –  
а) стрельба «в упор» из пушки и  
б) навесная стрельба из мортиры.

На рис. первое печатное изображение баллистических траекторий снарядов.

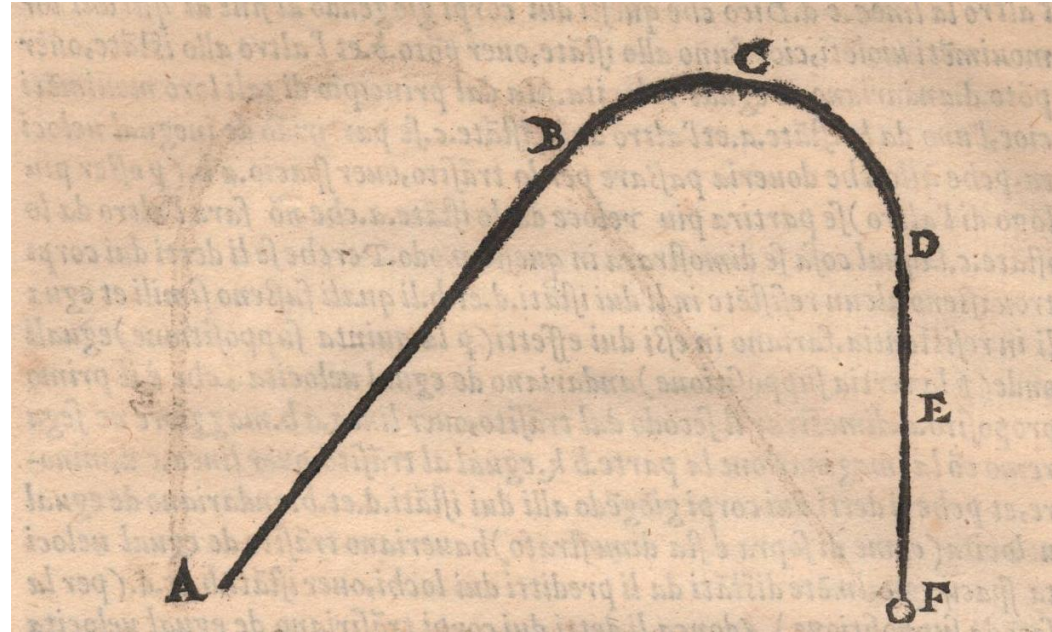


## Траектория полета снаряда в практической баллистике XVI в.

Образец баллистической траектории. Николо Тарталья «Новая наука», 1537

Nicolo Tartaglia,  
*La nova scientia de Nicolo  
Tartaglia.*

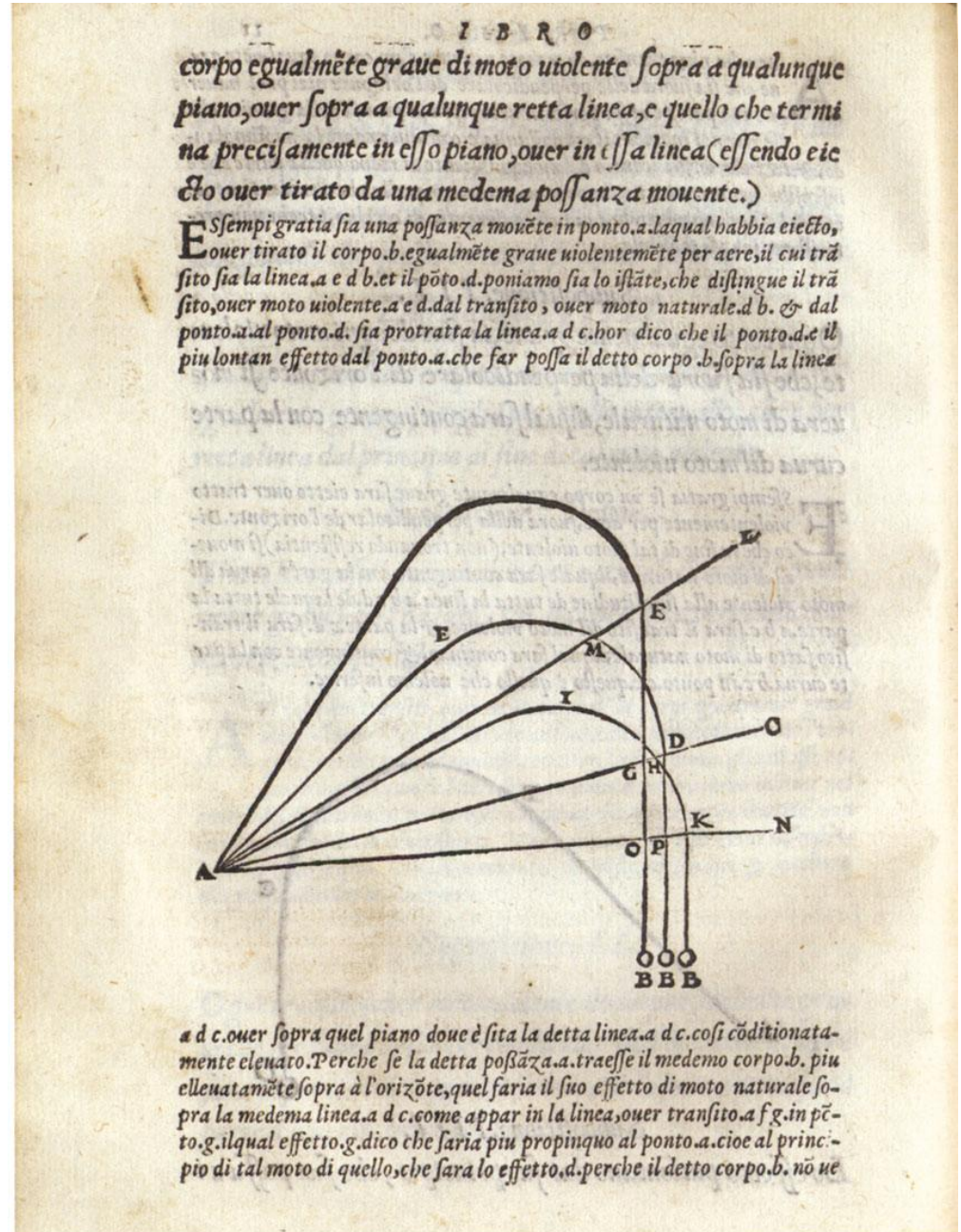
Firenze, 1537



## Траектория полета снаряда в практической баллистике XVI в.

Образцы баллистических траекторий. Николо Тарталья «Новая наука», 1537

Niccolo Tartaglia,  
*La nova scientia de Nicolo Tartaglia.*  
Firenze, 1537



## Николо Тарталья: первая теория полета снаряда

Первое подробное описание и изображение траектории полета снаряда дал Николо Тарталья (1499-1557).

Согласно Тарталье, траектория состоит из трех ветвей:

(i) наклонная прямая линия – соответствует *насильственному* движению снаряда под действием силы порохового взрыва;

(ii) дуга окружности – второй этап *насильственного* движения;

(iii) вертикальная прямая линия – соответствует *естественному* движению снаряда вниз под действием тяжести.

## Николо Тарталья: теория полета снаряда

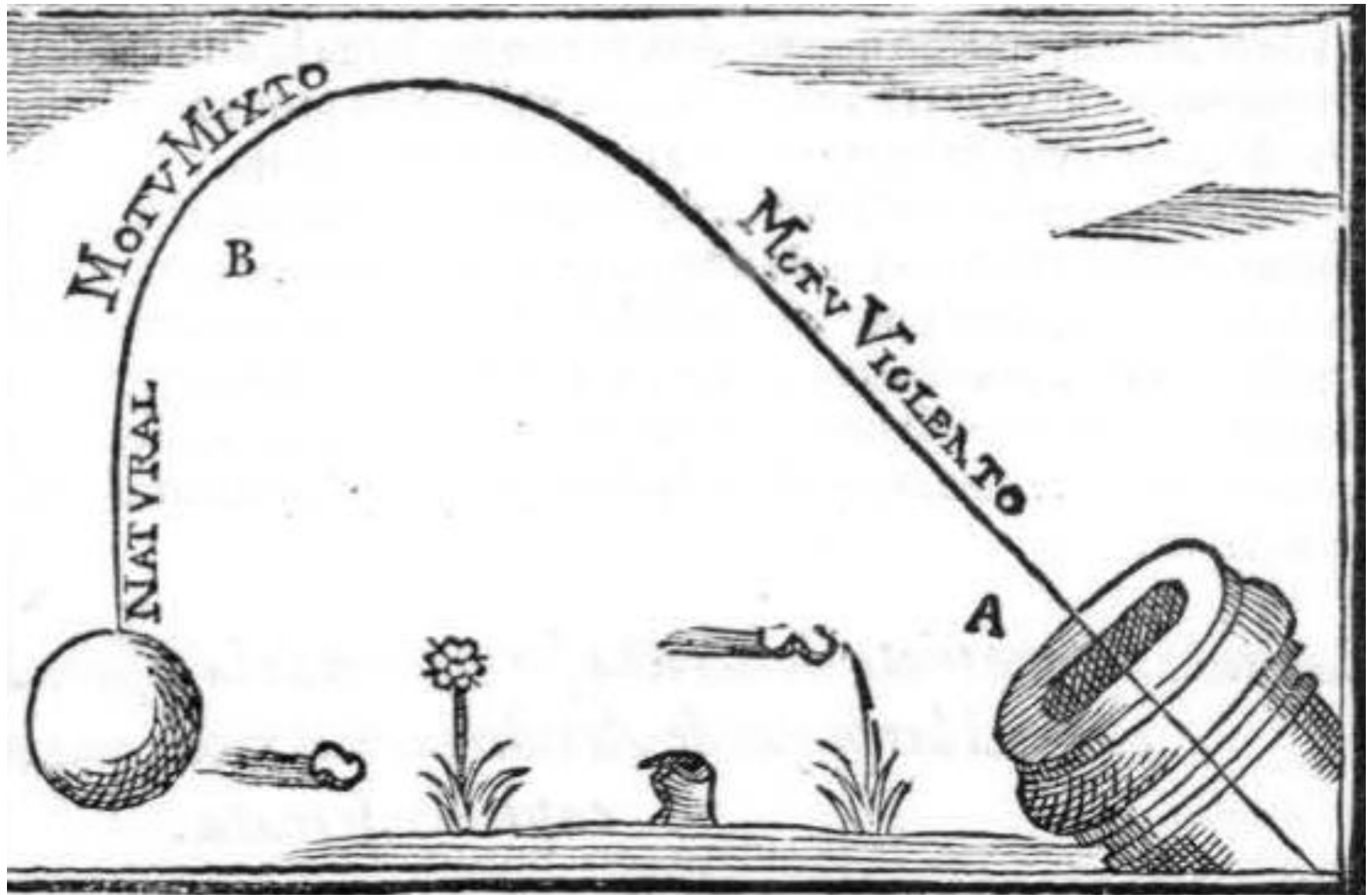
1. Теория Тартальи основывается на восходящем к Аристотелю, различении двух видов движения – *насильственного* и *естественного*. Смешанное движение, по Тарталье, невозможно: «Никакое равномерно плотное тяжелое тело не может двигаться ни в каком интервале времени или пространства движением, смешанным из насильственного и естественного» («Новая наука» Кн. 1, предл. 5).

2. Причина: *Насильственное* движение всегда происходит с замедлением, а *естественное* – с ускорением. Одно и то же тело одновременно не может ускоряться и замедляться. Поэтому в каждый момент тело движется либо вынужденным, либо естественным движением.

3. Согласно Тарталье, длина прямолинейного отрезка вынужденного движения увеличивается вместе с увеличением угла возвышения орудия.



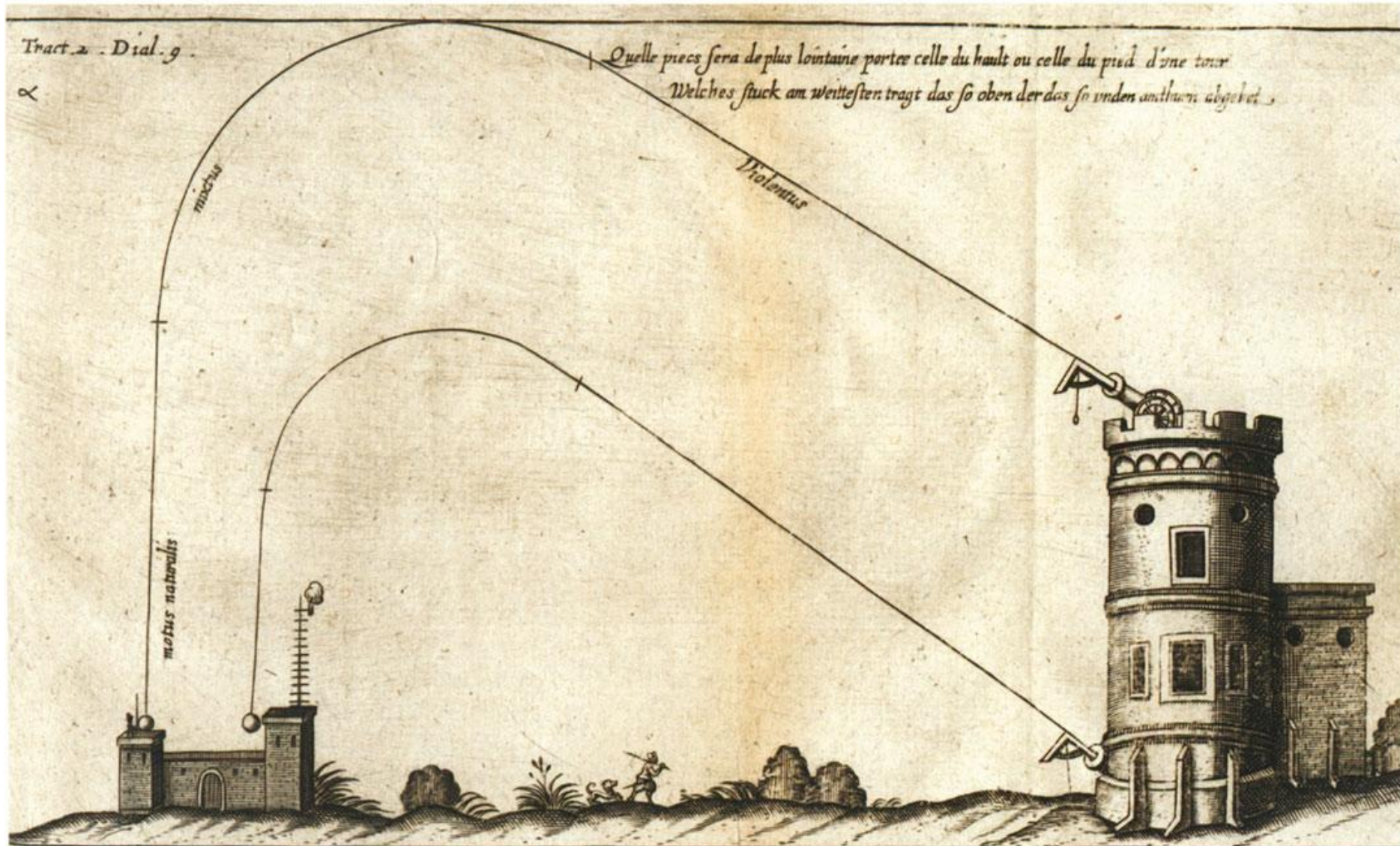
Траектория снаряда с указанием фаз трех движения:  
насильственное, смешанное, естественное  
Luys Collado, *Platica manual de artilleria*. Milano, 1592



Траектория полета снаряда (по следам Н. Тартальи)

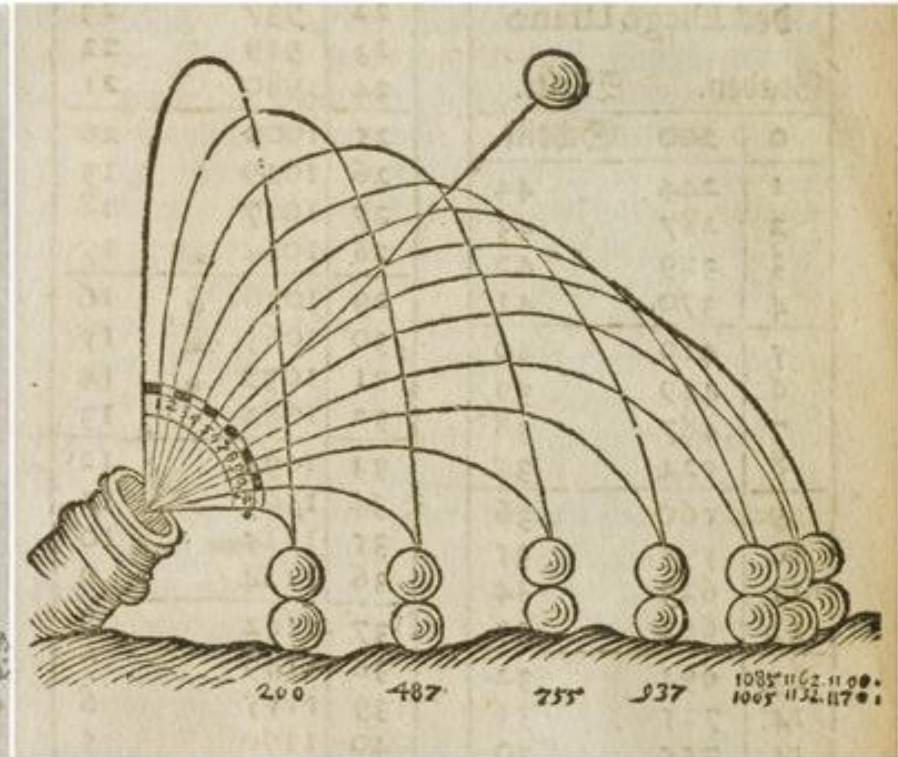
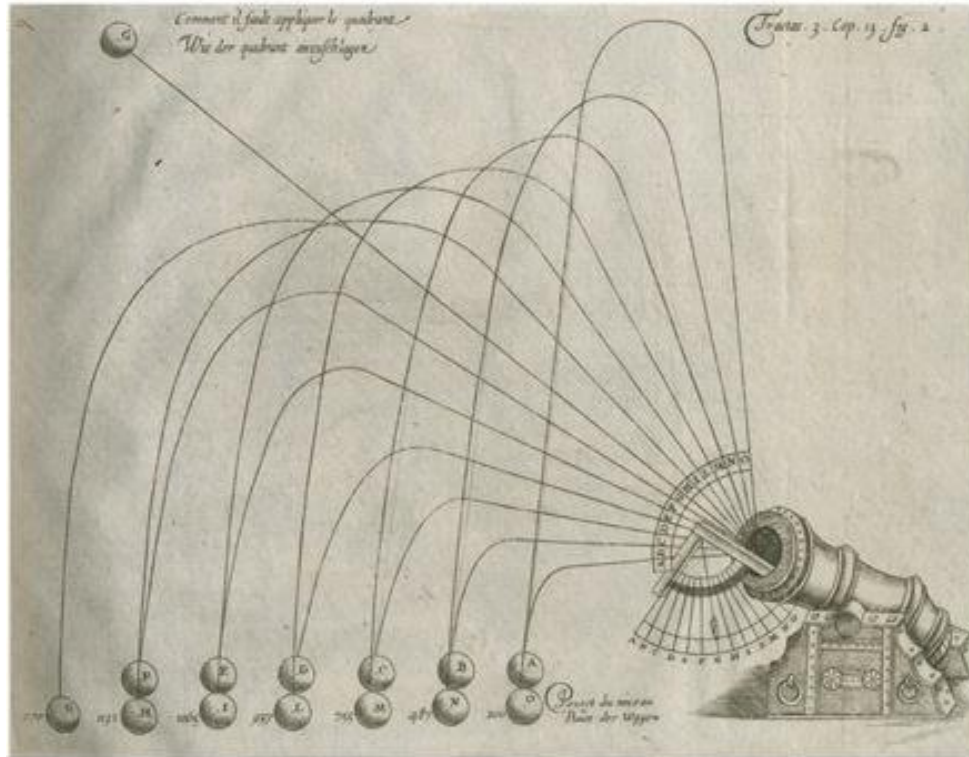
Daniel Ufano, *Artillerie, ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances.*

Berthelin, 1628.



# Траектория полета снаряда (по следам Н. Тартальи)

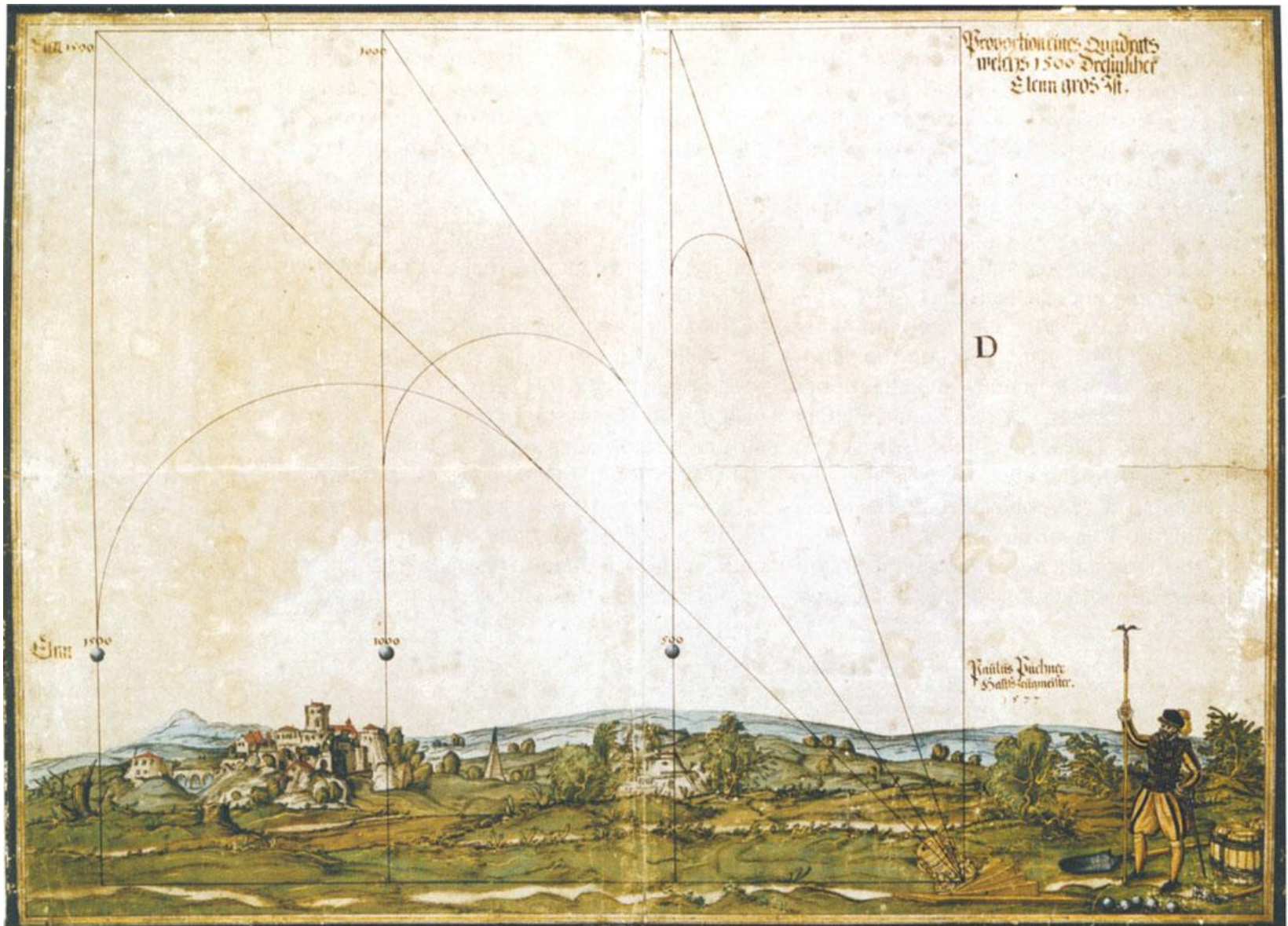
Daniel Ufano, *Artillerie, ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances*.  
Berthelin, 1628.



Траектория полета снаряда (по следам Н. Тартальи)

Paulus Puchner (рисунок второй пол. XVI в.)

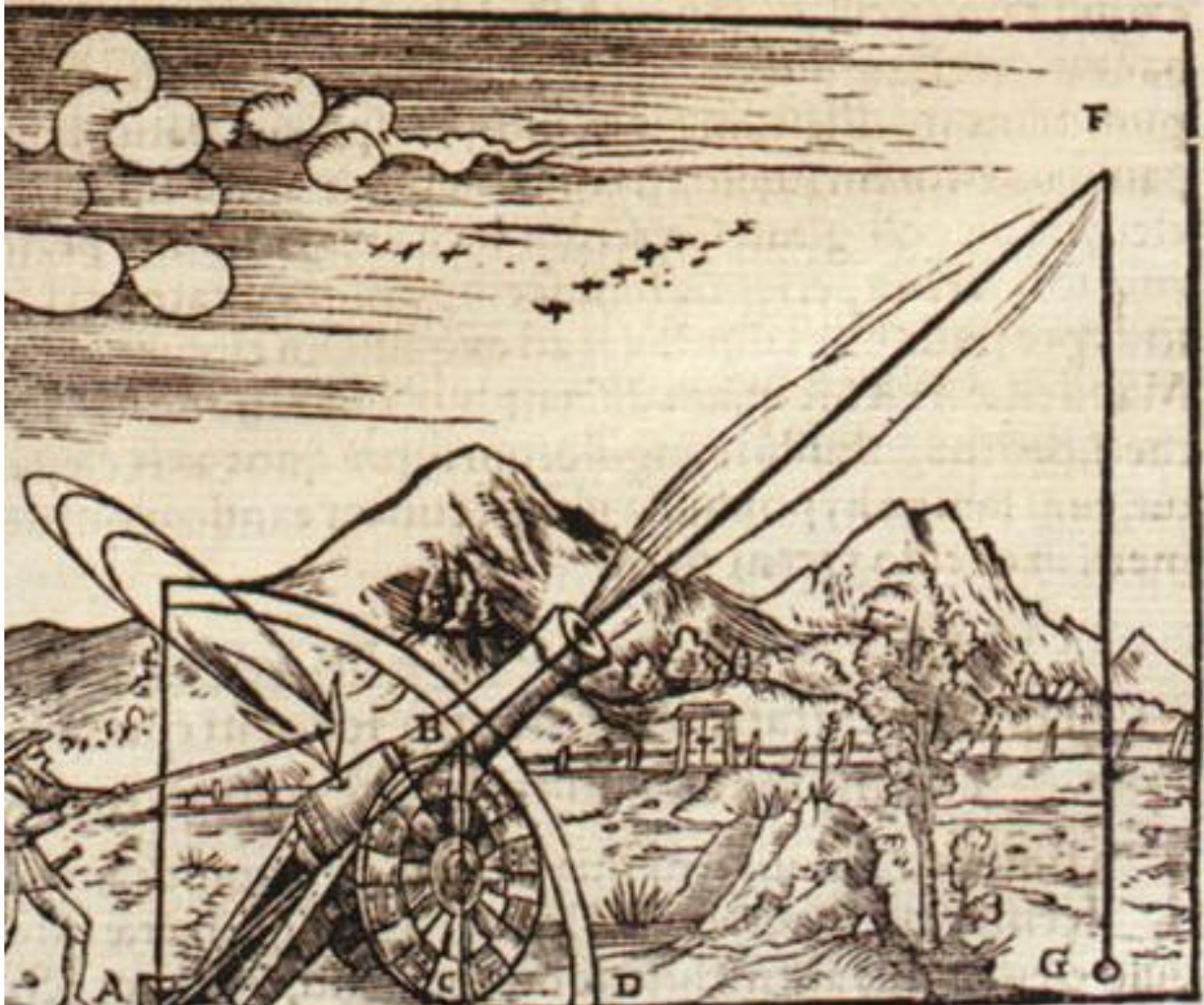
Mathematisch-Physikalischer Salon, Staatliche Kunstsammlungen Dresden



Упрощенный вариант баллистической траектории

Daniel Santbech, *Problematum astronomicorum et geometricorum sectiones septem*.

Basel, 1561.



## Теория полета снаряда по Д. Сантбеку

1. Траектория состоит из двух частей – наклонной прямой, которая представляет вынужденное движение под действием силы порохового взрыва (импетуса), и вертикальной прямой, по которой происходит *естественное* падение под действием тяжести.
2. Траектория не является гладкой кривой.
3. Из текста трактат следует, что Сантбек сознательно упростил форму траектории, исходя из практических соображений. Он прекрасно понимал, что часть траектории, соответствующая насильственному движению, не может быть полностью прямолинейной. В конце этого этапа она должна искривляться в силу исчерпания импульса.
4. Практическое достоинство модели Сантбека состояло в том, что в ней для нахождения высоты полета и дальности стрельбы было достаточно знания элементарной геометрии.
5. Согласно Сантбеку, длина начального отрезка траектории постоянна и не зависит от угла возвышения. Отсюда следует (неверный) вывод, что максимальная дальность полета снаряда достигается при горизонтальной стрельбе.

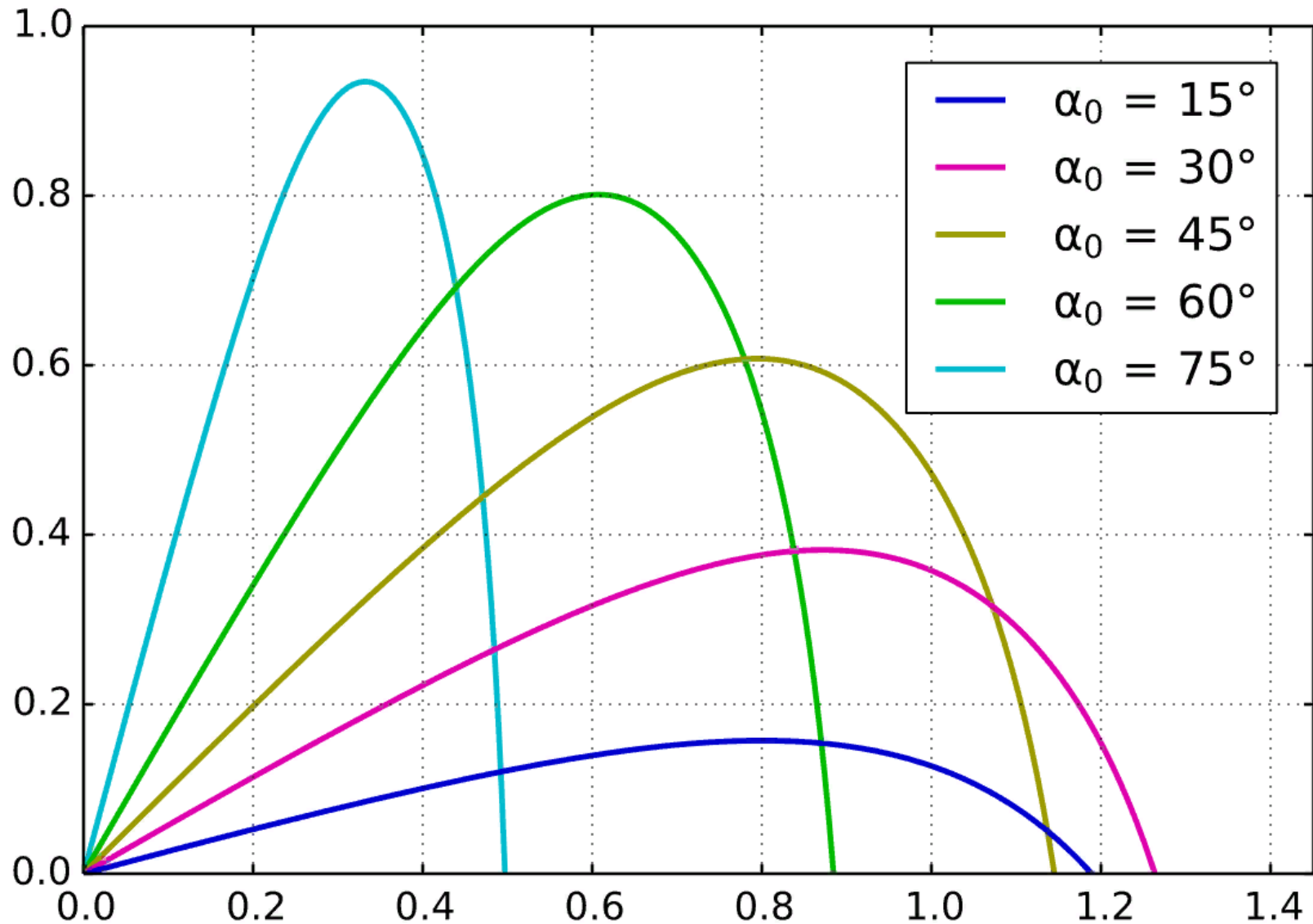
## Разные принципы стрельбы:

пушки – стрельба в упор (по прямой линии, не требует расчета траектории)

мортиры и гаубицы – навесная стрельба (требует расчета траектории)

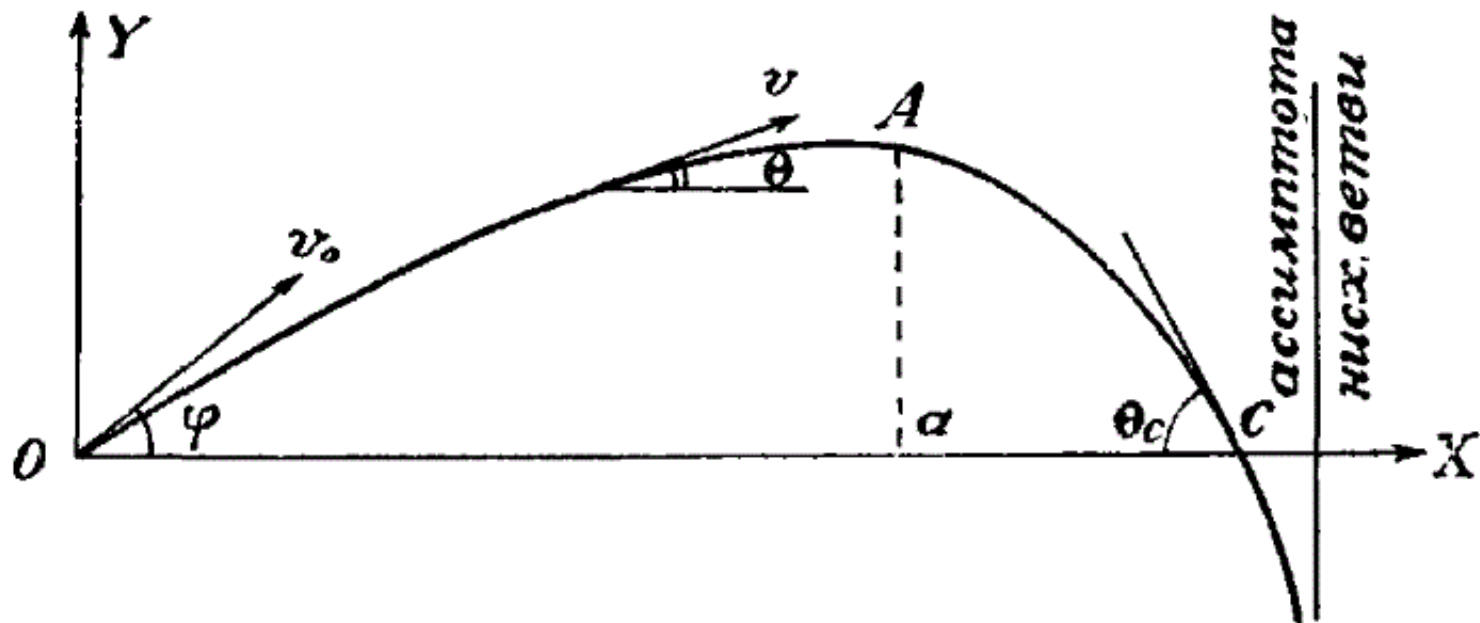


Современные баллистические траектории при различных углах возвышения  
(сходство с историческими аналогами XVI в.)





Согласно современной баллистике,  
траектория полета снаряда не симметрична;  
наивысшая точка кривой смещена в направлении выстрела



**Фиг. 2.** Траектория снаряда в воздухе:  $OA$ —восходящая ветвь траектории,  $AC$ —нисходящая ветвь траектории,  $A$ —вершина траектории.

## Траектория полета снаряда в работах теоретиков (XVI в.)

### 1. Джироламо Кардано (1501-1576):

«Брошенное тело следует по пути, форма которого определяется тремя видами движений: в начале – *вынужденное* движение, в конце – совершенно *естественное*, в середине – их смешение». «Когда ядро, двигаясь по прямой линии, достигает вершины (пути), оно не сразу возвращается вниз по кругу или прямой линии, но сначала следует по линии, которая *очень близка к параболе* .... Заканчивается же движение вертикальным падением, свойственным тяжелой вещи».

Это первое упоминание параболы в связи с баллистической траекторией.

2. *Бернардино Бальди* (1553-1617)– переводчик на латинский язык и комментатор «Механических проблем» псевдо-Аристотеля. Придерживался аналогичной точки зрения.

## Траектория полета снаряда в работах теоретиков (XVI в.)

3. Дж. Бенедетти (1530-1590) – непосредственный предшественник Галилея.

Бенедетти:

«Чем быстрее движется ядро (мяч) насильственным движением, тем большей склонностью к движению по прямой линии оно обладает и поэтому тем меньше оно стремится к центру мира и от этого становится *легче*».

Этот тезис противоречит постулату классической механики, согласно которому силы, приложенные к телу, обладают независимым действием. Из тезиса Бенедетти следует, например, что свободно падающее тело упадет на землю раньше, нежели тело брошенное горизонтально с той же высоты.

Б. Бальди и Дж. Бенедетти при описании баллистической траектории – как и Леонардо – опирались на аналогию с вращением волчка.

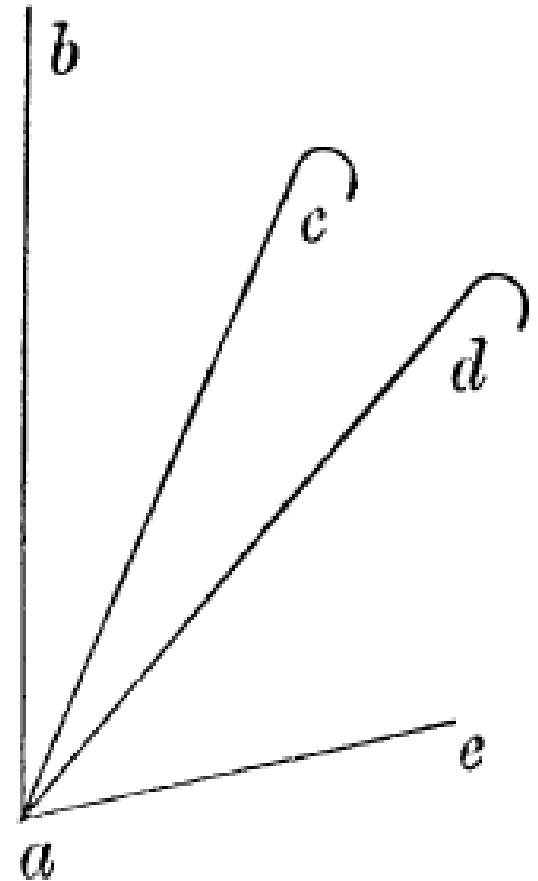
Влияние идей баллистики XVI в. на молодого Галилея  
Рукопись трактата De motu antiquiora (ок. 1590)

Название главы «Почему брошенные тела  
дольше движутся по прямой линии, чем те,  
что брошены с той же силой, но под более  
острым углом к горизонту».

Ответ Галилея (следует Тарталье):

«Несмотря на то, что движущая сила  
артиллерийских орудий одна и та же, тем не  
менее, чем больше угол возвышения, тем  
большая часть этой силы запечатлевается в  
железных ядрах».

Следствие: величина начального  
прямолинейного отрезка траектории  
возрастает с увеличением угла возвышения  
(рисунок принадлежит Галилею).



Томас Диггс (*Stratioricos*, 1579): О возможности представления траектории полета в виде конического сечения (кривой 2-го порядка)

Сформулированы следующие вопросы :

- «Будет ли верхняя часть траектории, описываемой ядром, дугой окружности, как полагал Тарталья?»
- Или же она будет некоторым [другим] коническим сечением и [при этом] разным для разных углов возвышения?»
- Будет ли траектория параболической во всех ее частях для угла возвышения, при котором достигается максимальная дальность (т.е. при  $45^\circ$ )?»
- Будет ли дуга, которую Тарталья считал окружностью, эллипсом для углов возвышения, меньших угла максимальной дальности?»
- Будет ли эта кривая дуга гиперболой для углов возвышения, больших угла максимальной дальности?»

## Дополнительная литература к лекции

Гайденко П.П. Континуалистская программа Аристотеля // Гайденко П.П. (1980) Эволюция понятия науки. Становление и развитие первых научных программ, с. 254-380.

Cohen M.R., Drabkin I.E. Dynamics // Cohen M.R., Drabkin I.E. (1948) A Source Book in Greek Science, pp. 200-224.

Орем Н. Трактат о конфигурации качеств // Историко-математические исследования, вып. 11, 1958, с. 636—732. Вступительная статья: Зубов В. П. Трактат Николая Орема «О конфигурации качеств», с. 600—635.

Maier A. Galileo and the Scholastic Theory of Impetus // Maier A. (1982) On the Threshold of Exact Sciences, chap.5, pp. 103-123.

Büttner J. Shooting with Ink // The Structures of Practical Knowledge (ed. M. Valleriani), 2017, pp. 115-166.

Указанная литература доступна в Dropbox.