

# История и методология механики

Лекция № 5.

Евгений Алексеевич Зайцев

[e\\_zaitsev@mail.ru](mailto:e_zaitsev@mail.ru)

## План лекции

Часть 1.

Принцип Э. Торричелли и гидростатика Б. Паскаля. Попытки увязки двух подходов к изучению равновесия: кинематического и геометрического

Часть 2.

Первые университеты Европы.

## Часть 1.

Принцип Э. Торричелли и гидростатика Б. Паскаля

Попытки увязки двух подходов к изучению равновесия: кинематического и геометрического

# Принцип Торричелли. Предыстория или постановка вопроса. Принцип Галилея

В трактате «Беседы и математические доказательства двух новых наук» (1638)

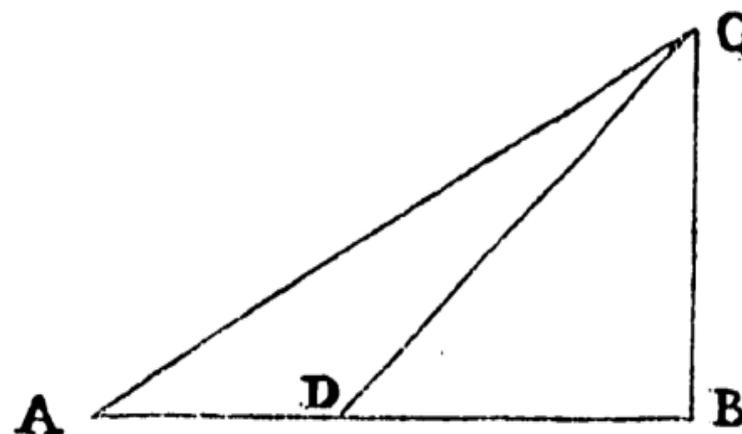
Галилей

дает определение равноускоренного движения и

формулирует принцип, на основе которых затем развивает теорию полета брошенного тела (День 3-ий, с. 246):

Сальвиати:

«Степени скорости, приобретаемые одним и тем же телом при движении по наклонным плоскостям, равны между собой, если высоты этих наклонных плоскостей одинаковы». ...

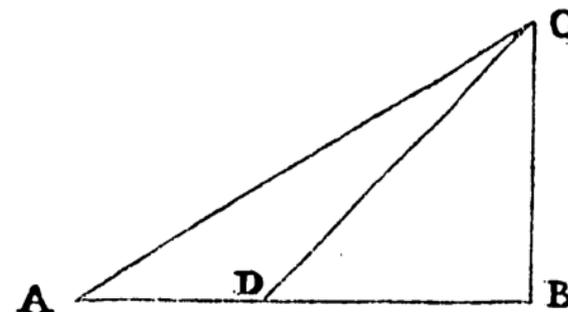


## Принцип Торричелли. Предыстория вопроса. Принцип Галилея

Сагрето:

«Это положение кажется мне действительно столь правдоподобным, что заслуживает быть принятым без возражения. ...

Простой здравый смысл подсказывает мне, что если устранить все препятствия, то тяжелый и совершенно круглый шарик, движущийся по линиям CA, CB и CD, приобретет, достигнув точек A, D и B, одинаковый импульс (*impeti equali*)».



NB. Одинаковые скорости = одинаковые импульсы (одинаковые импетусы или моменты)

Вопрос 1: действительно ли шарик приобретет в конце пути одинаковые скорости во всех трех случаях CA, CB и CD?



Сомнения В. Вивиани в верности принципа Галилея. Новое доказательство, исходя из закона равновесия на наклонной плоскости

«Более чем ясно, что в науке сомнение — отец открытия, так как оно пролагает дорогу к истине.

Возражения против принципа, принятого мною в трактате об ускоренном движении, которые вот уже несколько месяцев выдвигал этот юноша, ныне мой гость и ученик (т.е. Вивиани) — *Е.З.*), с большим усердием изучавший мой трактат, заставили меня настолько все продумать (чтобы убедить в приемлемости и верности этого принципа), что в конце концов, к немалому моему и его удовольствию, я натолкнулся на, если не ошибаюсь, исчерпывающее доказательство, и это доказательство я сообщил здесь нескольким лицам.

И он записал это доказательство для меня, так как я, совсем лишенный зрения, напутал бы, быть может, в необходимых рисунках и обозначениях.

Это изложено в виде диалога, как пришедшее Сальвиати на ум, так чтобы его можно было, при новом издании моих «Бесед и доказательств», вставить ... в качестве теоремы, весьма существенной для обоснования развиваемого мною учения о движении».

Письмо Галилея Б. Кастелли (от 3 декабря 1639)

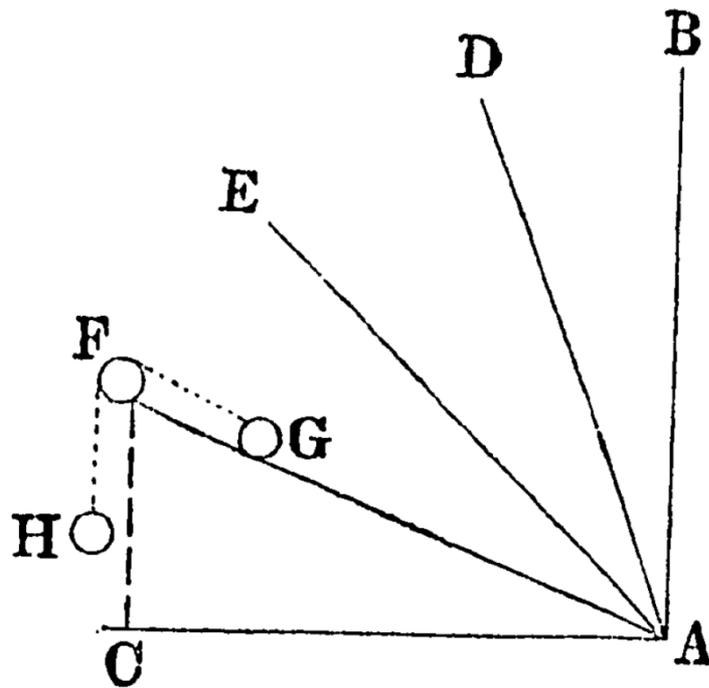
## Новое доказательство принципа Галилея при помощи закона равновесия на наклонной плоскости. Вставка в посмертное издание «Бесед» (1656)

В трактате «Механика» (написан ок. 1593, опубликован 1634) Галилей доказывает теорему о соотношении между весом тела и «частичным импульсом» тела на наклонной плоскости (т.е. его тяжестью «согласно положению на наклонной плоскости»):

«Частичный импульс или момент тела  $G$ , развиваемый в направлении наклонной плоскости  $FA$ , будет относиться к общему и максимальному моменту (т.е. весу – Е.З.) того же тела  $G$ , развиваемому в направлении вертикали  $FC$ , .... как вертикаль  $FC$ , т.е. высота наклонной плоскости  $FA$ , к длине ее».

«Беседы», с. 255-259.

Этот результат Галилей использует для нового обоснования своего принципа (в издании 1656).



## Основной вывод из попыток Галилея доказать принцип равенства скоростей шарика у основания наклонной плоскости

Итак, в трактате Галилея содержится три подхода к принципу равенства скоростей у основания наклонной плоскости.

Подход 1. Правило принимается без доказательства как очевидное (Сагредо в этом убежден)

Подход 2. Опытное обоснование при помощи маятника с гвоздями (Сальвиати = Галилей)

Подход 3. Дано доказательство при помощи закона равновесия на наклонной плоскости.

Вывод: Наличие многих подходов говорит о сомнениях Галилея в обоснованности этого принципа.

Вопрос 3. В чем причина?

Э. Торричелли (1608-1647)  
Портрет кисти Л. Липпи (ок. 1647)



## Первая редакция принципа Торричелли

В 1644 г. Торричелли опубликовал труд «О движении естественно падающих и брошенных тел», изложение в котором опирается на следующий принцип :

Формулировка (в самом общем виде) – Premessa:

«Два тяжелых тела (due gravi), соединенные вместе, не могут двигаться сами без того, чтобы их общий центр тяжести не опускался.

### Обоснование

В самом деле, когда два тяжелых тела связаны друг с другом так, что движение одного влечет за собой движение другого, — безразлично, получается ли такая связь посредством весов, блока или другого механизма, — оба будут вести себя словно один груз, состоящий из двух частей; но такой груз никогда не придет в движение без того, чтобы его центр тяжести не опускался.

Стало быть, если груз расположен так, что его центр тяжести никак не может опускаться, он наверняка пребудет в покое в том положении, которое он занимает»

(Opere scelte, p. 158).

## Первая редакция принципа Торричелли. Комментарий (Н.Д. Моисеев)

1. «Под «тяжелым телом» здесь понимается и тяжелое тело в собственном смысле, и система связанных в некоторой простой машине (!) тяжелых тел.

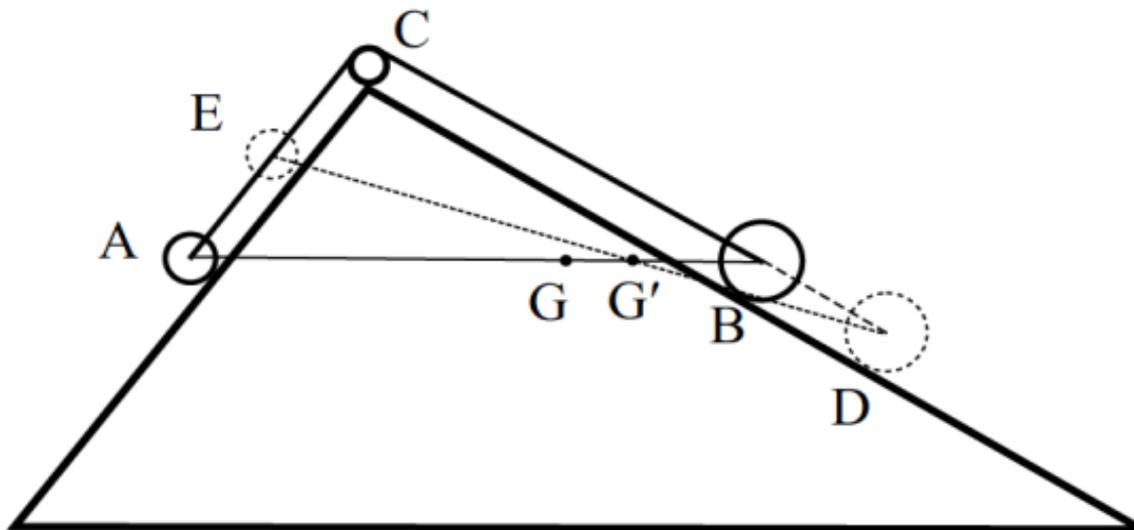
2. «Согласно первой редакции принципа Торричелли, истинными состояниями равновесия системы тяжелых тел, подчиненной тем или иным связям, могут быть только такие состояния, нарушение которых влечет за собой либо повышение высоты центра тяжести, либо пребывание центра тяжести на неизменной высоте».

Т.е. принцип Торричелли в первой редакции относится к случаям устойчивого и безразличного равновесия.

## Вывод закона равновесия тел (шаров) на наклонной плоскости (р. 159)

### Предложение 1.

«Если два груза расположены на двух плоскостях разного наклона, но одинаковой высоты, и если веса этих грузов стоят друг к другу в том же отношении, что и длины этих плоскостей, момент обоих грузов будет одинаковый».

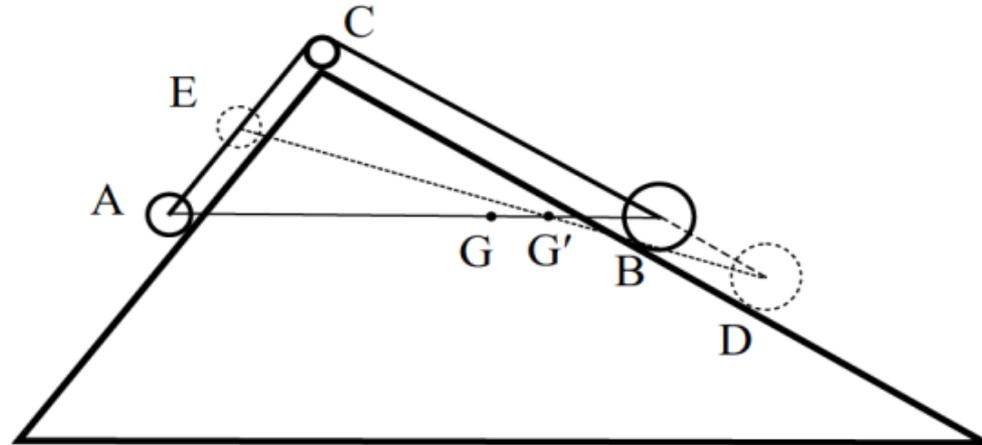


## Вывод закона равновесия тел (шаров) на наклонной плоскости

(продолжение).

«В самом деле, мы покажем, что их общий центр не может опускаться, ибо, какое бы движение ни было придано обоим грузам, этот центр всегда находится на той же горизонтальной линии...

Таким образом, два груза, связанные вместе, двигались бы, а их общий центр тяжести не опускался бы. Это было бы противно закону равновесия, выдвинутому нами в качестве принципа».



Замечание 1. Речь идет не о твердом теле, части которого жестко соединены друг с другом, а о системе двух тел со связью (расстояние между телами изменяется).

Замечание 2. Это случай безразличного равновесия.

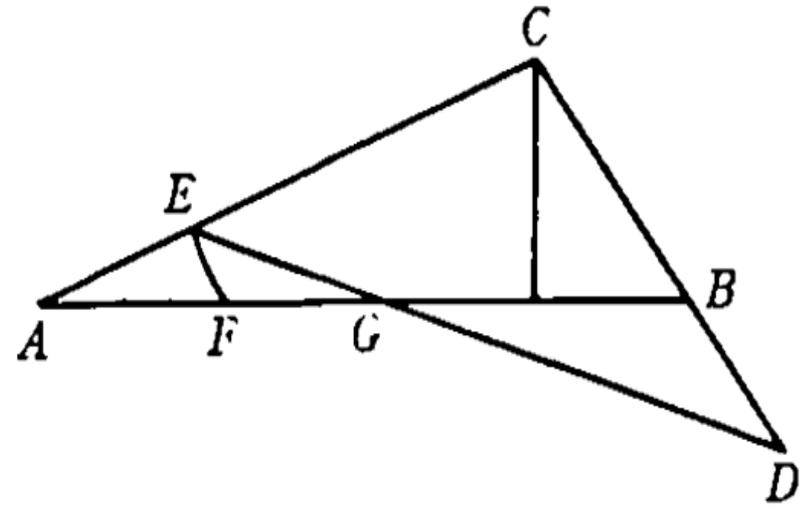
## Структура геометрического доказательства

Рисунок, который Торричелли использует для доказательства.

В основе доказательства – подобие двух пар треугольников:

$$\triangle AEF \sim \triangle ACB$$

$$\triangle EFG \sim \triangle DBG$$



-----  
Предложение 2 (следствие).

«Моменты тел, имеющих одинаковый вес, на разных наклонных плоскостях одной и той же высоты обратно пропорциональны длинам этих плоскостей».

## Вторая редакция принципа Торричелли (относится к устойчивому равновесию)

В сочинении «Об измерении параболы» закон равновесия дан в иной формулировке.

Здесь он служит одновременно и определением центра тяжести.

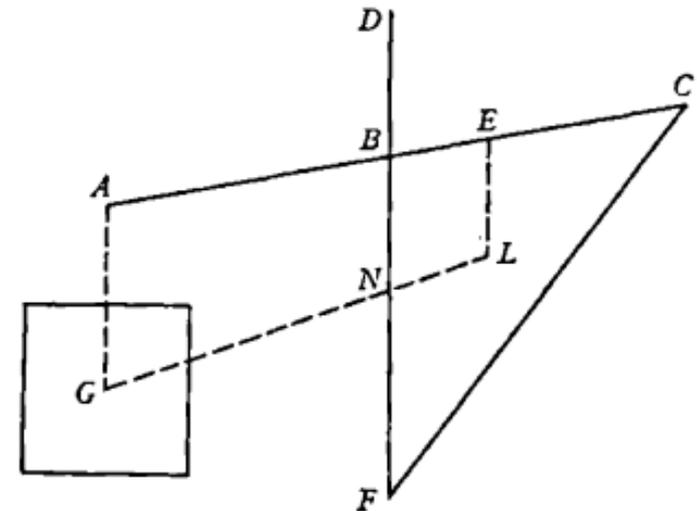
Формулировка принципа:

Природа центра тяжести такова, что «тело, свободно подвешенное в одной из своих точек, не сможет пребывать в покое, если центр тяжести не находится в самой низкой точке сферы, по которой оно движется».

Отсюда следует, что в момент равновесия центр тяжести находится на вертикали точки подвеса и ниже этой точки. В этом положении тело находится в устойчивом равновесии.

Замечание 1. Попытка приложения этого принципа к задаче о равновесии весов. Рис.

Замечание 2. Гипотеза «плоской Земли» vs гипотеза «сферической Земли». Вопрос : будет ли выполняться принцип Торричелли для сферической Земли?

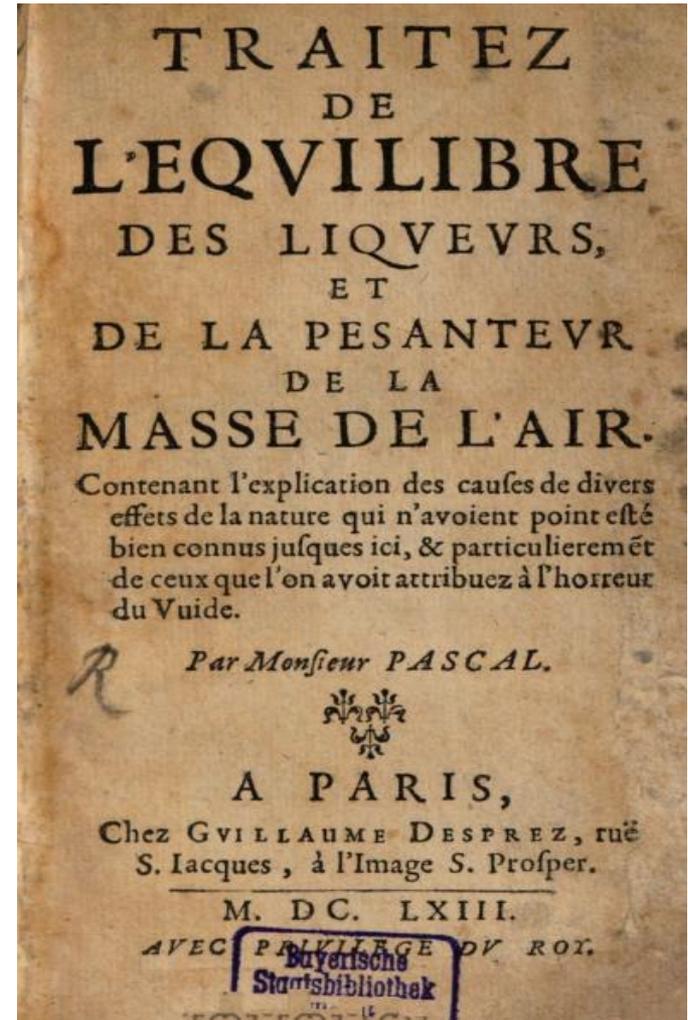


## Блез Паскаль (1623 –1662)

Портрет кисти неизвестного художника (XVII в.)



«Трактат о равновесии жидкостей» (1663)

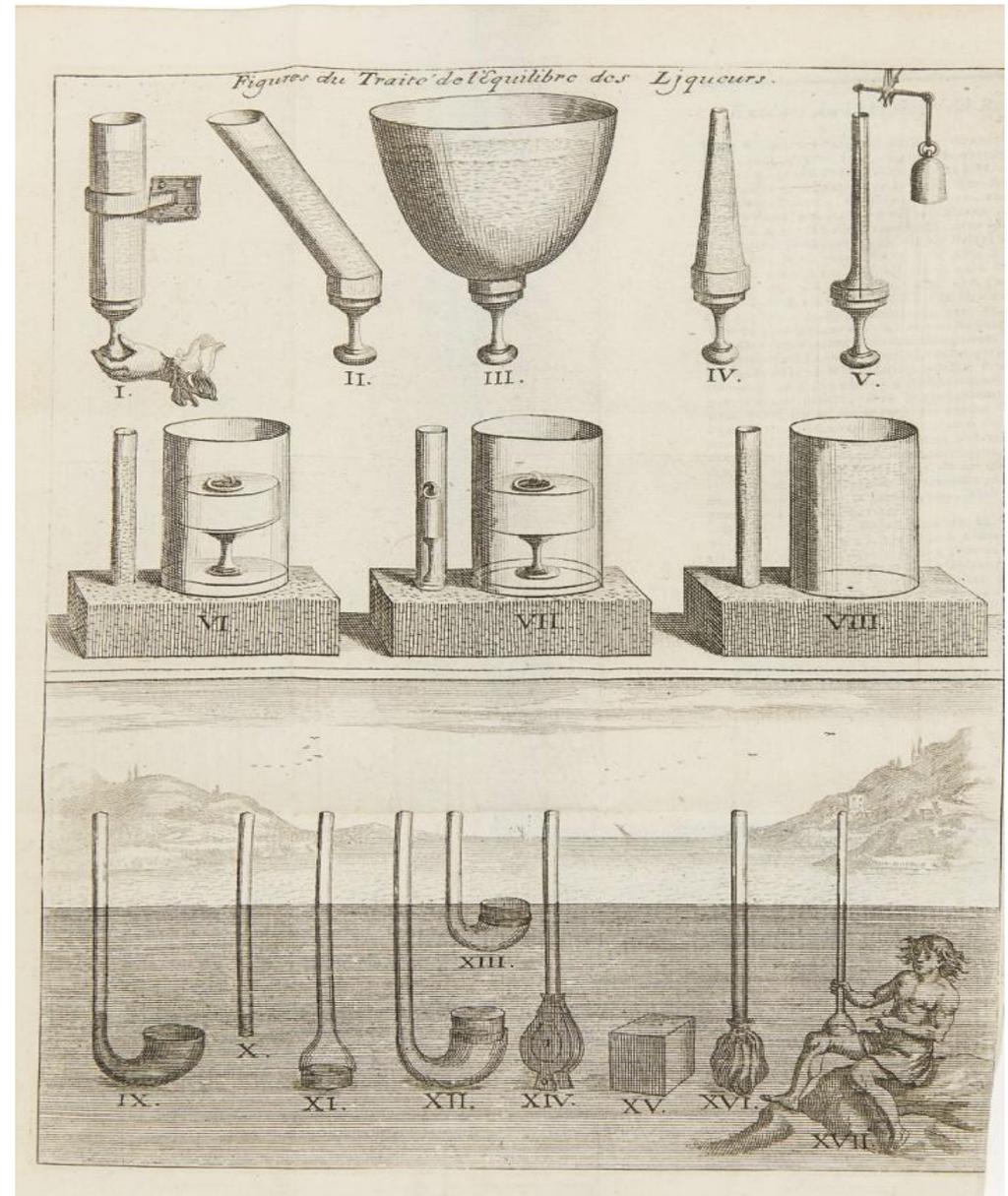


Полное название: «Трактат о равновесии жидкостей и о весе воздуха»(1663)

Основные достижения Паскаля  
в области механики:

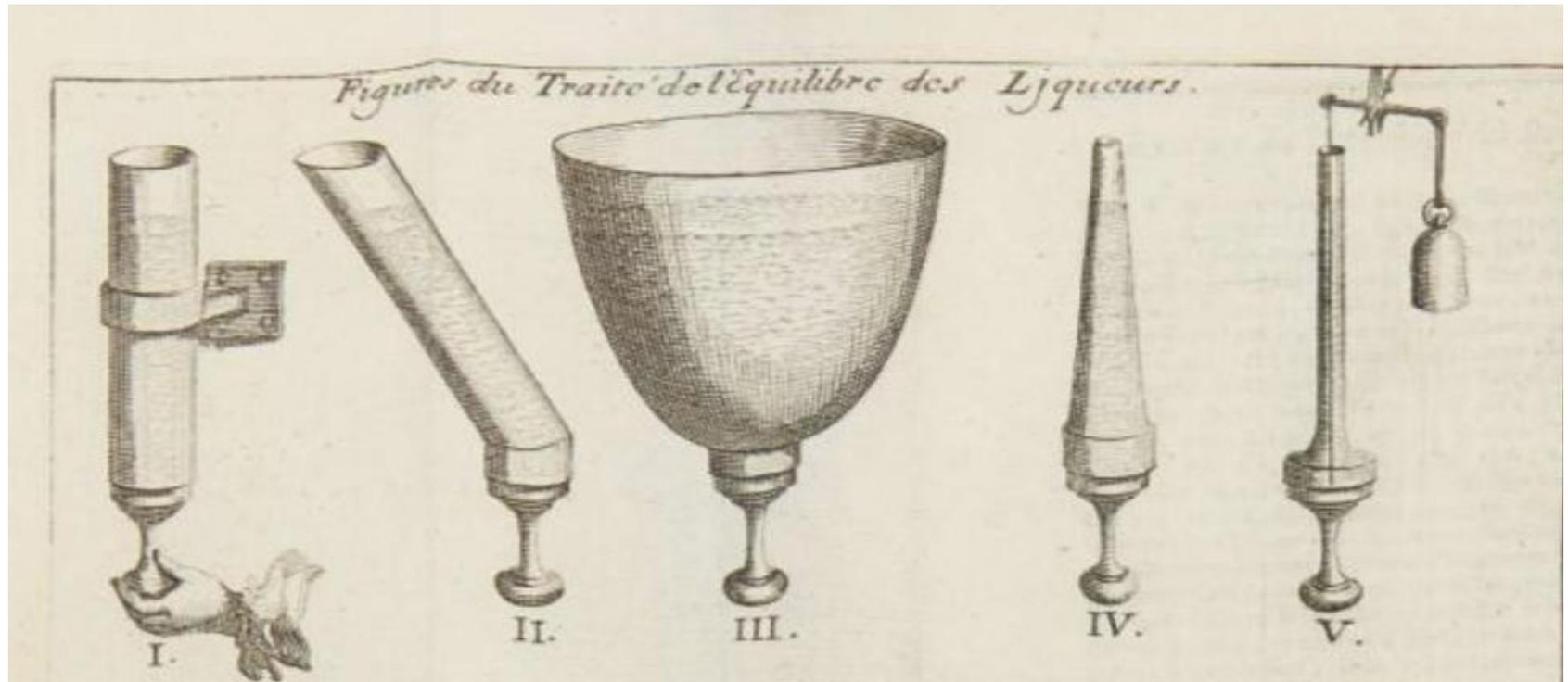
1. Формулировка принципов гидростатического равновесия
2. Открытие давления воздуха (отказ от идеи «боязни пустоты»)

В обеих областях – источником проблемы является техническое устройство – насос для подъема воды (нагнетательный и всасывающий)



Первое правило Паскаля «О том, что жидкости имеют вес, соответствующий высоте их стояния» (обосновывается опытным путем)

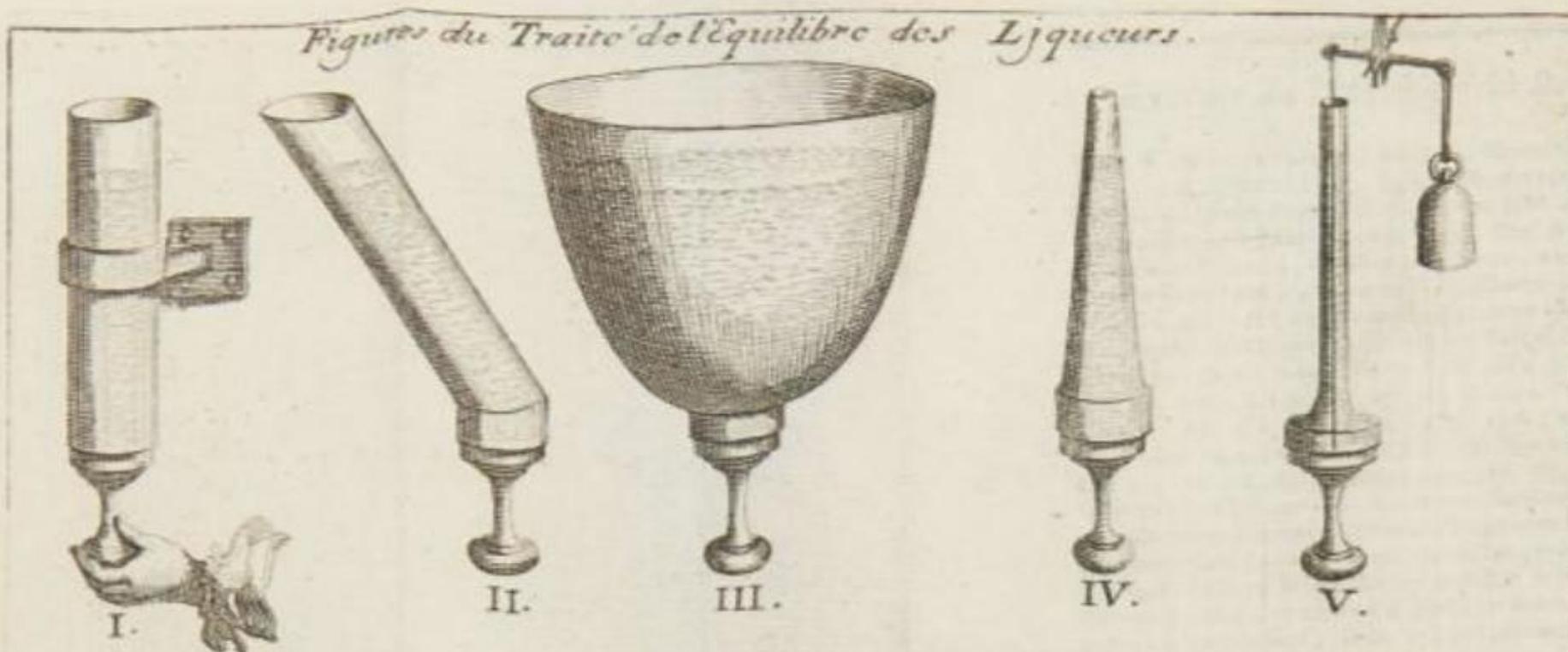
«Если прикрепить к стене несколько сосудов, один такой, как на фигуре первой, другой наклонный, как на второй, затем более широкий, как на третьей, потом узкий, как на четвертой, затем такой, который представляет собою не что иное, как узкую трубку, примыкающую внизу к широкому, но не имеющему почти высоты сосуду, как на фигуре пятой, наполнить их все водой до одинаковой высоты, сделать у всех внизу одинаковые отверстия, каковые закрыть пробками, чтобы удержать воду, то опыт покажет, что нужна одинаковая сила для того, чтобы воспрепятствовать этим пробкам выпасть, хотя вода в этих различных сосудах находится в весьма различных количествах».



## Первое правило Паскаля

«Происходит это потому, что вода имеет одинаковую высоту во всех сосудах, и мерой указанной силы является вес воды, содержащейся в первом сосуде, однородном по своей форме.

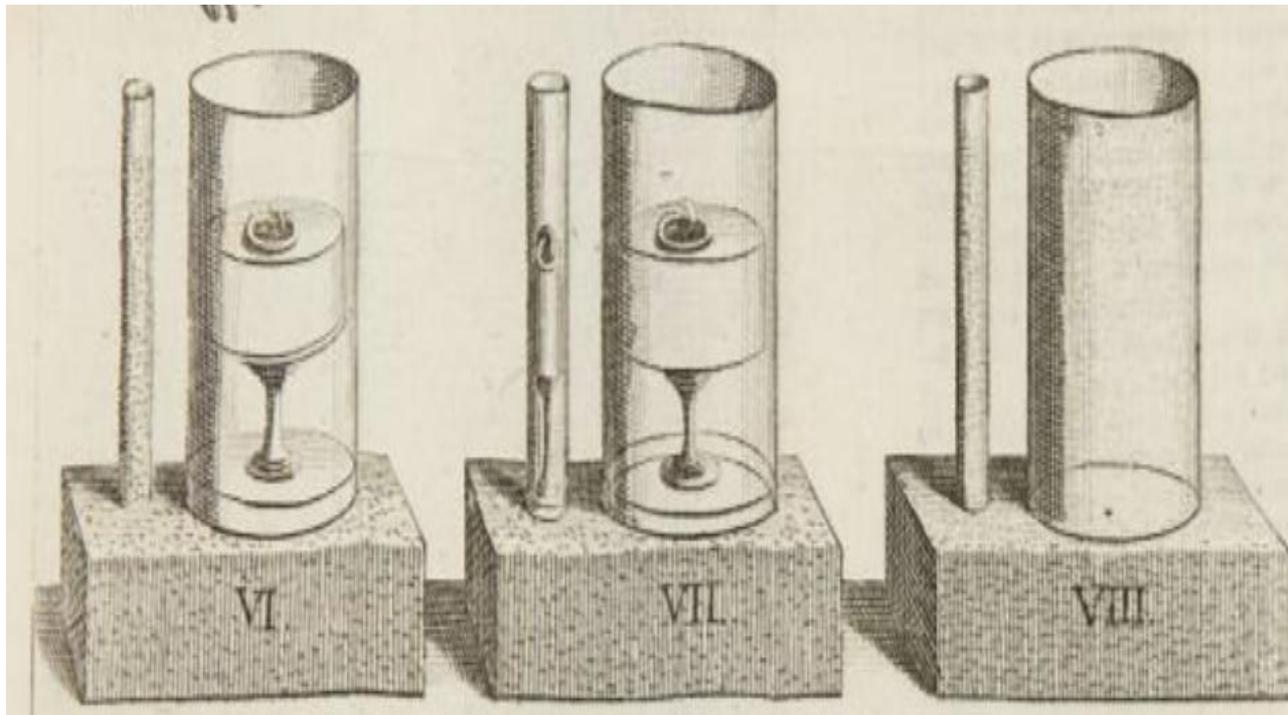
И если это количество воды весит сто фунтов, то нужна сила в сто фунтов, чтобы удержать каждую из пробок, даже и у пятого сосуда, хотя вода, заключенная в нем, не весит и одной унции».



## Второе правило Паскаля. Отверстие сверху сосуда. (Fig. VI)

«... если вставить теперь в широкую трубку поршень, а в тонкую налить воды, то легко видеть, что на поршень надо будет положить большой груз, чтобы вес воды в тонкой трубке не вытолкнул его вверх, подобно тому как в первых опытах нужна была сила в сто фунтов, чтобы воспрепятствовать выталкиванию поршня вниз, когда и отверстие находилось внизу.

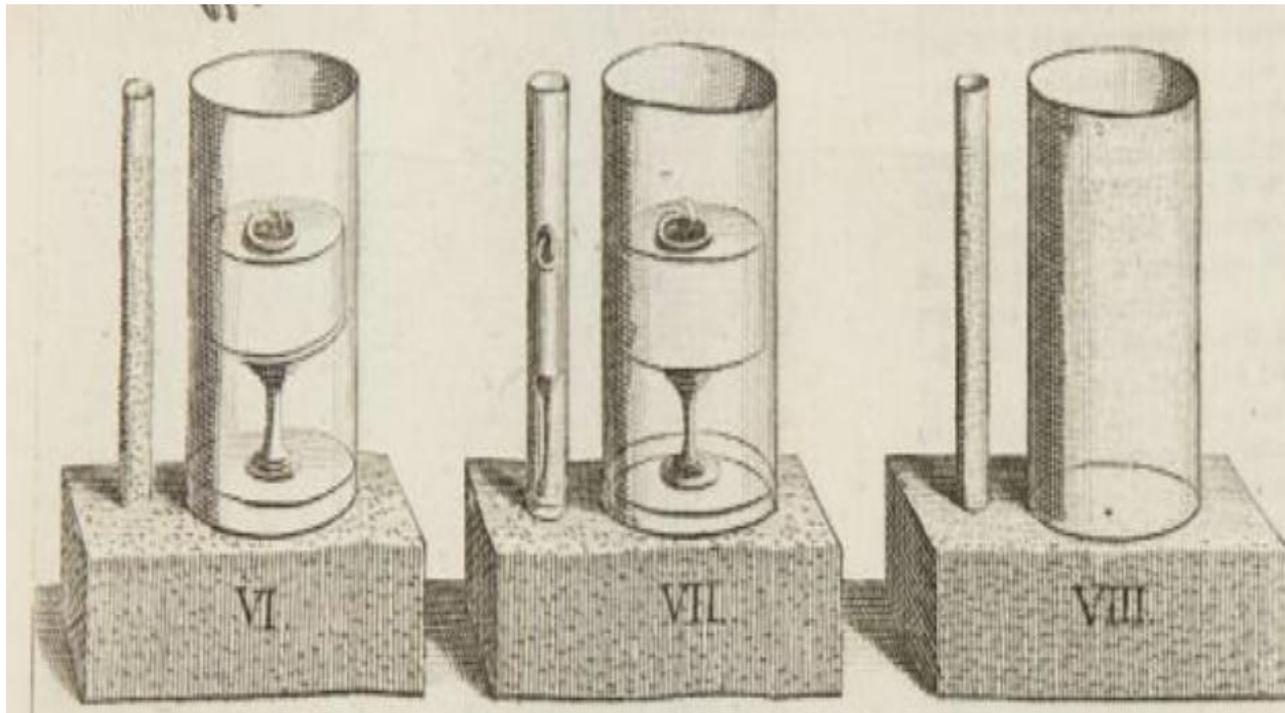
И если бы трубка, заполненная водой, была во сто раз шире или во сто раз уже, но вода стояла бы во всех случаях на одной высоте, то всегда понадобился бы один и тот же груз, чтобы уравновесить воду; как только груз этот будет уменьшен, вода опустится и поднимет уменьшенный груз».



## Второе правило Паскаля

Формулировка:

«Если же налить воду в трубку на двойную высоту, то для уравнивания воды понадобится действие на поршень двойного груза; точно так же, если сделать отверстие, в которое вставлен поршень, вдвое большего размера, то надо сбудет удвоить и силу, необходимую для удержания удвоенного поршня. Отсюда видно, что сила, нужная для того, чтобы воспрепятствовать воде вытекать из отверстия, пропорциональна высоте стояния воды, а не ширине сосуда, и что мерой этой силы всегда является вес воды, заключающейся в колонне ее, с высотой, равной высоте стояния воды, и основанием, равным величине отверстия».



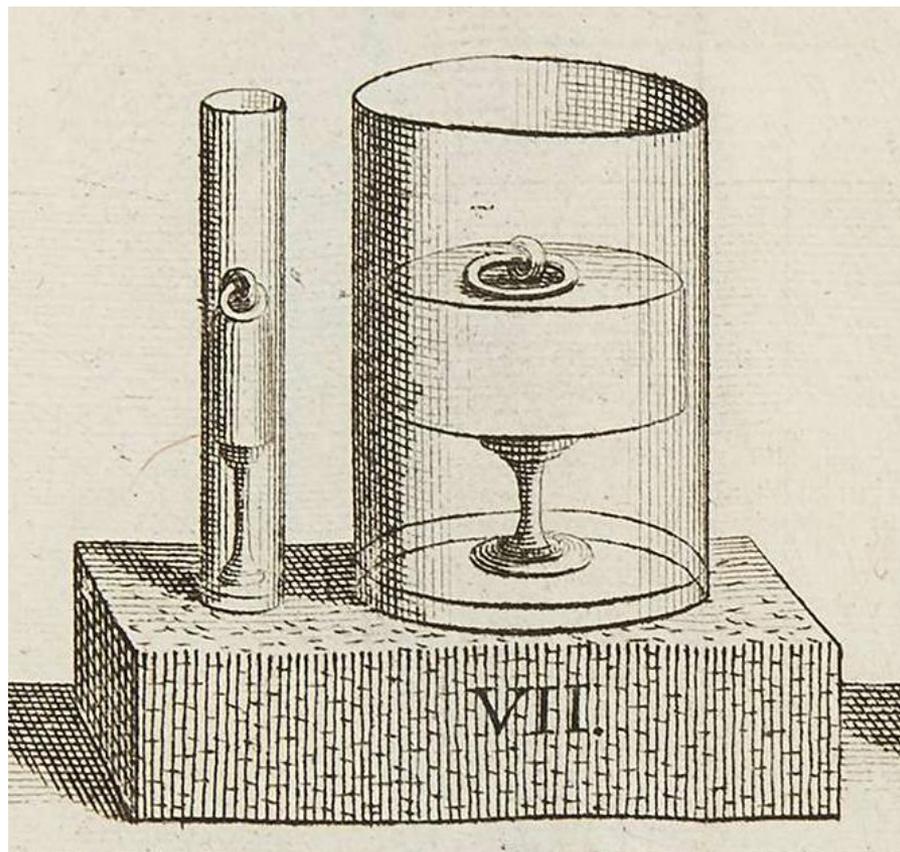
## Третье правило Паскаля

Золотое правило механики в отношении жидкостей в сообщающихся сосудах

Паскаль предлагает «новый вид машин для увеличения сил (в дополнение к пяти «простым машинам»)

Утверждение:

«Если сосуд, наполненный водою и закрытый со всех сторон, имеет два отверстия, одно во сто раз больше другого, которые прикрыты точно пригнанными к ним поршнями, то один человек, надавливающий на малый поршень, уравновесит силу ста человек, надавливающих на поршень в сто раз больший, и преодолет силу девяноста девяти (фиг. VII).

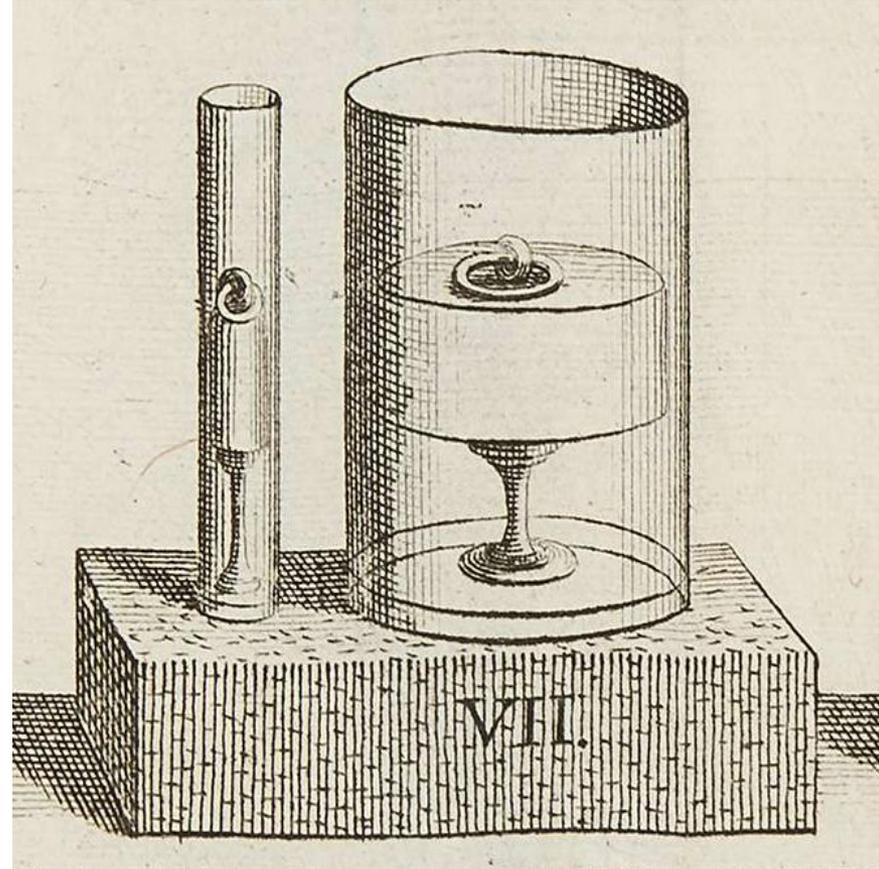


## Третье правило

Золотое правило механики в отношении жидкостей в сообщающихся сосудах

Первое доказательство (применяется «золотое правило» механики)

«И каково бы ни было отношение этих отверстий, всегда, когда силы, приложенные к поршням, относятся друг к другу, как отверстия, то силы эти будут в равновесии. Отсюда следует, что сосуд, наполненный водою, является новым принципом механики и новой машиной для увеличения сил в желаемой степени, потому что при помощи этого средства человек может поднять любую предложенную ему тяжесть».

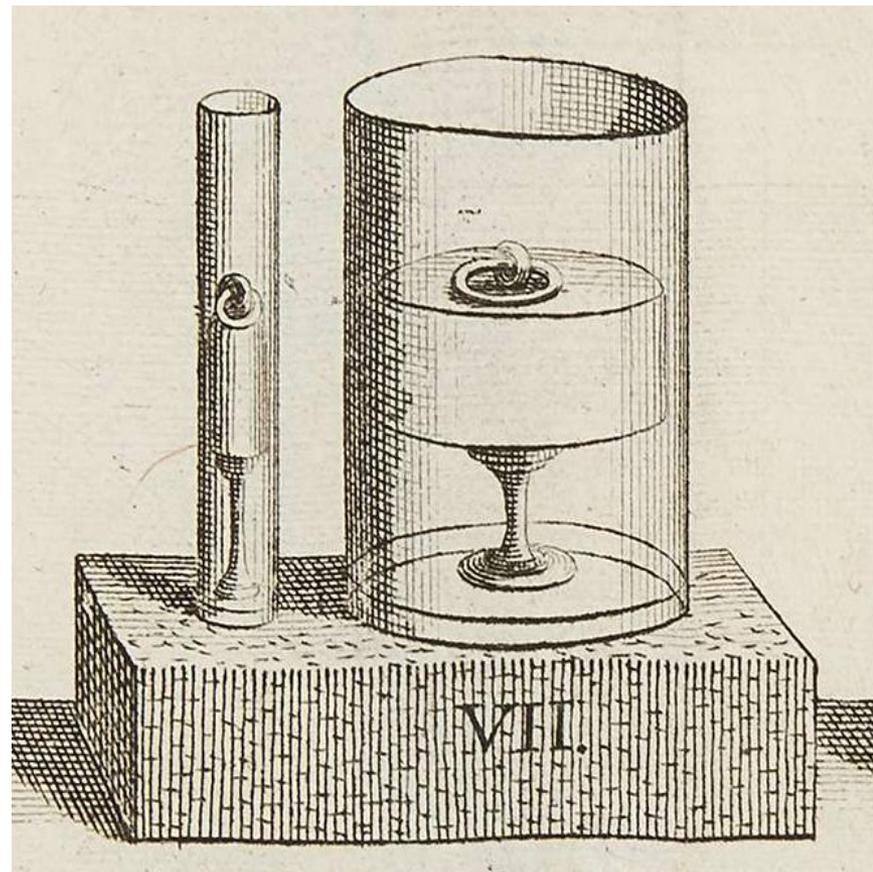


## Третье правило Паскаля

Золотое правило механики в отношении жидкостей в сообщающихся сосудах

«Надо признать, что в этой новой машине проявляется тот же постоянный закон, который наблюдается и во всех прежних, как то: рычаге, блоке, бесконечном винте и т. д., и который заключается в том, что путь увеличивается в той же пропорции, как и сила.

Ибо очевидно, что если одно из этих отверстий во сто раз больше другого, то человек, который давит на малый поршень и опускает его на дюйм, вытолкнет другой поршень лишь на одну сотую часть дюйма».

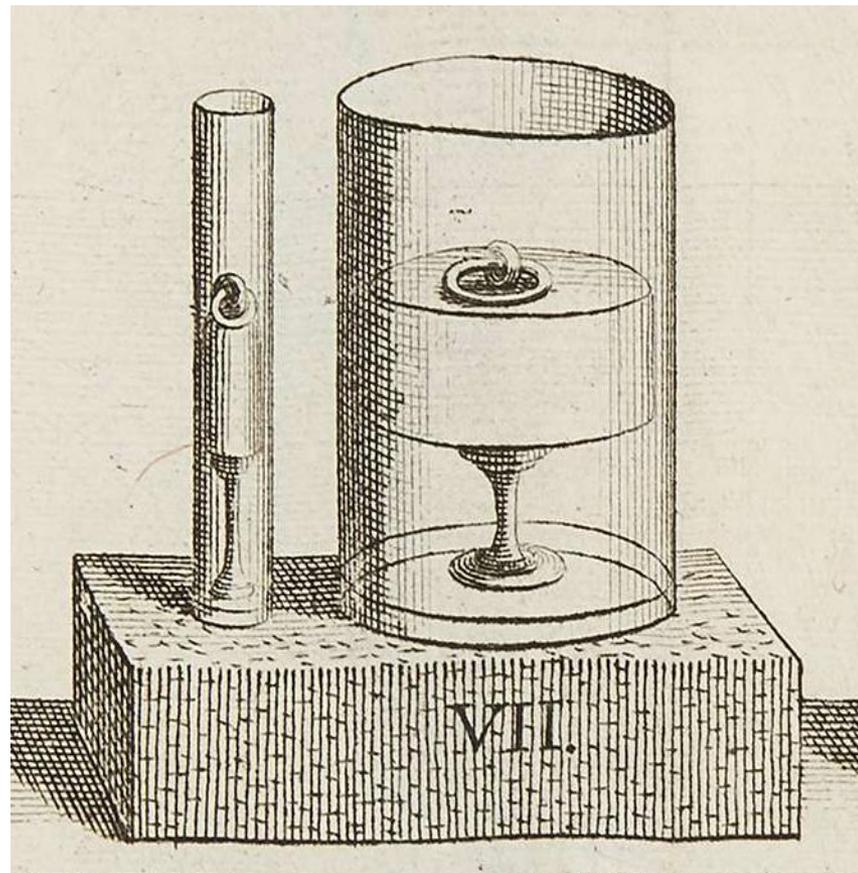


## Третье правило Паскаля

### Разъяснение:

«В самом деле, этот толчок происходит вследствие непрерывности воды, соединяющей один поршень с другим и обуславливающей то, что один поршень не может двигаться, не толкая другого; поэтому, когда малый поршень продвинется на один дюйм, то вода, которую он вытеснил, встретит, толкая другой поршень, отверстие во сто раз большее и займет по высоте лишь сотую часть дюйма.

Таким образом пусть относится к пути, как сила к силе».



## Четвертое правило Паскаля (аналог принципа Торричелли)

Это правило Паскаль использует во 2-м (альтернативном) доказательстве предыдущего утверждения.

«Вот еще доказательство, которое будет понятно только одним геометрам и может быть опущено другими.

Я принимаю за принцип, что никогда тело не движется под действием своего веса без того, чтобы центр тяжести его не понижался.

Отсюда я вывожу, что два поршня, изображенные на фиг. VII, находятся в равновесии».

## Доказательство четвертого правила

«Действительно, их общий центр тяжести лежит в точке, которая делит линию, соединяющую их частные центры тяжести, в отношении их весов; пусть теперь эти поршни, если только это возможно, сдвинутся; при этом их пути будут относиться между собою, как мы уже показали, обратно их весам.

Но если отыскать общий центр тяжести их для этого второго положения, то он окажется в том же точно месте, как и в первом случае, потому что он всегда лежит в точке, которая делит линию, соединяющую их частные центры тяжести, в отношении их весов; таким образом вследствие параллельности направлений их путей он всегда будет находиться на пересечении двух линий, соединяющих центры тяжести их в двух положениях.

Следовательно, общий центр тяжести будет находиться в той же точке, как и прежде, и потому два этих поршня, рассматриваемые как одно тело, должны бы были сдвинуться без понижения их общего центра тяжести; это, однако, противоречит принципу, и потому они сдвинуться не могут, а должны оставаться в покое, т. е. в равновесии, что и требовалось доказать».

## О четвертом правиле

«Этим методом я доказал в небольшом Трактате по механике причину всех увеличений сил, которые имеют место во всяких других механических приборах, изобретенных до сего времени.

Ибо я нахожу повсюду, что неравные грузы, находящиеся в равновесии и обуславливающие выгодность применения машин, располагаются благодаря самому устройству этих последних таким образом, что общий центр тяжести грузов не может никогда понизиться, какое бы положение они ни занимали.

Отсюда следует, что они должны оставаться в покое, т. е. в равновесии».

Часть 2.

Первые университеты Европы

## Первые университеты Европы

Первые европейские университеты возникли в конце XII в. Наиболее крупные и значимые:

Парижский университет (Сорбонна), Оксфордский университет, Болонский и Падуанский (северная Италия).

Университеты вырастали из «кафедральных школ», организованных в раннем средневековье при крупных соборах – резиденциях католического епископата (например, Парижский университет – из кафедральной школы собора Нотр-Дам).

Там, где не было кафедрального собора, университеты возникали самостоятельно (например, Оксфордский университет). Все университеты в средние века находились под надзором церковных властей (ректором Оксфорда был епископ Линкольнский). Большинство преподавателей были клериками – обычно монахами доминиканского и францисканского ордена.

Конец XIII в. – Коимбрский университет (Португалия)

В XIV в. возникли крупные университеты:

Гейдельбергский (основал Марсилиус Ингенский)

Венский (основал – Альберт Саксонский)

Марсилиус Ингенский и Альберт Саксонский – выходцы из Сорбонны

## Первые университеты Европы

В составе университетов были четыре факультета –

- факультет свободных искусств (artes liberales),
- медицины,
- юриспруденции и
- теологии.

Факультет свободных искусств служил подготовительной ступенью для поступления на факультеты более высокого уровня.

На нем преподавались: натурфилософия (естествознание), математика, астрономия.

Основой обучения служили трактаты Аристотеля: «Физика», «О рождении и уничтожении», «О небе»;

«Начала» Евклида;

«Альмагест» Птолемея и др..

## Первые университеты Европы

Формы преподавания/обучения

### 1. Комментарии источника (commentaria)

Обучение начиналось с комментирования источника. Сначала источники толковались преподавателями, затем – студентами. Преподаватели также составляли письменные комментарии к источникам, которые служили учебными пособиями.

2. Вопросы к источнику (questiones). Это более свободная форма преподавания, не связанная жестко с содержанием источника. Сборники вопросов к каноническим текстам также составлялись преподавателями.

В форме комментариев и вопросов к натурфилософским трактатам Аристотеля развивалась средневековая теория движения (scientia de motu) (вершина развития – XIV в.)

3. Диспуты (disputationes). Самостоятельный анализ студентом сложных вопросов с публичной защитой предлагаемых решений.

Замечание 1. Особенность средневековой «науки о весах» – scientia de ponderibus («школа Иордана Неморария», XIII в.).

Замечание 2. Теория двойственной истины.