

# История и методология механики

## Лекция № 4

Евгений Алексеевич Зайцев

[e\\_zaitsev@mail.ru](mailto:e_zaitsev@mail.ru)

## План лекции

Тема 1.

Первые университеты Европы

Тема 2.

Формирование некоторых понятий кинематики в Мертонской школе. Диаграммы Орема. Теория импетуса

Тема 3.

Запросы артиллерии в ходе внедрения огнестрельного оружия; попытки объяснения движения снаряда (Леонардо да Винчи, Кардано, Тарталья).

## Тема 1

Первые университеты Европы.

## Первые университеты Европы

Первые европейские университеты возникли в конце XII в. Наиболее крупные и значимые:

- Парижский университет (Сорбонна)
- Оксфордский университет
- Болонский и Падуанский (северная Италия).

Университеты выросли из «кафедральных школ», организованных в раннем средневековье при крупных соборах – резиденциях католического епископата (Парижский университет вырос из кафедральной школы собора Нотр-Дам).

Там, где не было кафедрального собора, университеты возникали самостоятельно (например, в Оксфорде).

Университеты в средние века находились под надзором церковных властей (ректором Оксфорда был епископ Линкольнский). Большинство преподавателей были клериками – обычно монахами доминиканского и францисканского ордена.

Конец XIII в. – Коимбрский университет (Португалия). В XIV в. возникли крупные университеты:

- Гейдельбергский (основал Марсилиус Ингенский)
- Венский (основал – Альберт Саксонский)

Оба выходцы из Сорбонны

## Первые университеты Европы

В составе университетов были четыре факультета:

- факультет свободных искусств (artes liberales),
- медицины,
- юриспруденции и
- теологии.

Факультет свободных искусств служил подготовительной ступенью для поступления на факультеты более высокого уровня. На нем преподавались: натурфилософия (естествознание), математика, астрономия.

Основой обучения служили трактаты Аристотеля:

«Физика», «О рождении и уничтожении», «О небе»;

«Начала» Евклида;

«Альмагест» Птолемея и др..

## Первые университеты Европы

Формы преподавания/обучения

### 1. Комментарии (commentaria)

Обучение начиналось с комментирования источника. Сначала источники толковались преподавателями, затем – студентами. Преподаватели часто сами составляли письменные комментарии, которые служили учебными пособиями.

2. Вопросы (questiones). Более свободная форма преподавания, не связанная жестко с содержанием источника. Сборники вопросов к каноническим текстам также составлялись преподавателями.

В форме комментариев и вопросов к натурфилософским трактатам Аристотеля развивалась средневековая теория движения (scientia de motu) (вершина развития – XIV в.)

3. Диспуты (disputationes). Самостоятельный анализ сложных вопросов с публичной защитой предлагаемой точки зрения.

Замечание 1. Особенность средневековой «науки о весах» – scientia de ponderibus («школа Иордана Неморария», XIII в.).

Замечание 2. О теории «двойственной истины».

## Тема 2

Формирование некоторых понятий кинематики в Мертонской школе. Диаграммы Орема. Теория импетуса

## Средневековая теория движения. Четыре вида движения по Аристотелю

1. Движение в категории **места** (или «движение по месту») – пространственное перемещение.

Оно может быть прямолинейным, круговым или смешанным.

2. Движение в категории **качества** – изменение определенных качеств вещи, их усиление или ослабление (средневековые термины «интенсия» и «ремиссия» качеств).

Пример: при нагревании холодное тело становится теплым.

3. Движение в категории **количества** – увеличение или уменьшение тела.

Пример: рост живого организма или увеличение тела в объеме при нагревании.

Средневековая теория движения.  
Четыре вида движения по Аристотелю

4. Движение в категории **субстанции** – возникновение и уничтожение вещей (субстанциальное изменение).

Особая роль движения «по месту»

Заключается в том, что все прочие виды движения обязательно сопровождаются некоторым пространственным перемещением.

Движение «по месту» является, таким образом, необходимым условием осуществления других движений.

## Динамика Аристотеля.

Два фрагмента, в которых при описании движения используется математика (теория пропорций)

### *Первый фрагмент*

Посвящен анализу насильственного движения («Физика» VII, 5).

Для описания движения Аристотель использует два количественных параметра – время движения и расстояние, пройденное телом под действием силы за это время.

Пусть некоторый «двигатель» (сила)  $A$  действует на тяжелое тело  $B$ , перемещая его за время  $D$  на расстояние  $G$ . Аристотель пишет: «... результатом движения будет некое **количество** (т.е. расстояние), пройденное в [определенное] **количество** времени...».

## Динамика Аристотеля.

Два фрагмента, в которых при описании движения используется математика (теория пропорций)

Тогда:

1. Сила  $A$  продвинет половину движимого тела  $B$  на расстояние  $2G$  за время  $D$  и на расстояние  $G$  за половину времени  $D$ .
2. Половина силы  $A$  продвинет половину тела  $B$  на расстояние  $G$  за время  $D$ . «такова будет пропорция».

Обобщая, получаем, что скорость перемещения ( $v$ ) прямо пропорциональна движущей силе ( $F$ ) и обратно пропорциональна силе сопротивления ( $R$ ), определяемой весом тела. В современных символических обозначениях:

$$v \sim F$$

$$v \sim 1/R$$

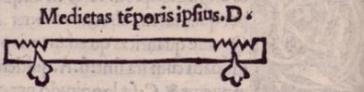
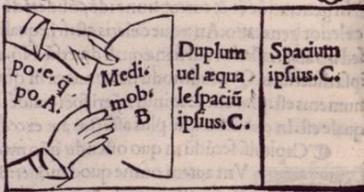
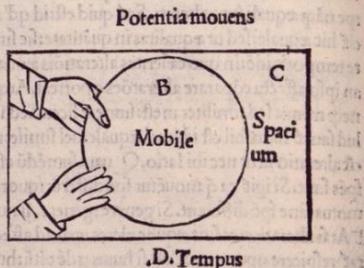
**Liber septimus Physicorum**

uebit idē. B. totū i. D. tpe: aut in eius aliqua parte per aliquam. C. spacii pte que rationem eandem ad totum habebit. C. quam. F. pars uel quauis alia ad totum. A. potentiam habet. Ommino enim si forte fuerit nullam partem mouebit. Non enim si tota uires quippiam per tantum mouerūt spacium: dimidium ipsage per quātum uis spacii quouis in tempore idem mouebit. Nam unus eam trahet profecto nauim: quā centum traxere si uires eorum tam in iporum numerum: q̄ in spacii diuidantur partes: q̄ nauim omnes simul traxere. Q uapropter zenonis ratio non est uera: qua cōcludit quāuis partem mili facere sonum. Nihil enim prohibet: ut nullo in tempore eum moueat aere: quem totum modius mouit cum cecidisset. Neq; pars si per se fuerit id mouebit: quod una cum toto mouere potest neq; est enim pars ulla nisi potentia in toto.

38 **C** Si uero duo quādam seorsum per tantum spacium tāto in tempore duo seorsum pondera mouenti: & composita per longitudinem æqualem æqualiue in tempore compositum ex ponderibus utrisq; mouebunt. Est enim in eis eadem ratio.

39 **C** Sunt ne igitur eadem & in alteratio ne atq; accretioe. Est enim aliquid id quod auget: & id etiam quod augetur atq; in tempore tanto & tantū. aliud auget: aliud augetur. Et id quod alterat: & quod alterat similiter est aliqd & tantū intensioe remissioneue est alteratum: & i tempore tanto. In duplo duplum: & duplum in duplo. Dimidium autem in dimidio temporis aut in dimidio dimidium: aut iæquali duplum. Si uero id quod alterat aut auget: tantum in tanto auget aut alterat non necesse est & dimidium in dimi

**D**emonstratio ostēdēs q̄ si aliqua potētia uet aliqd mobile p aliqd spaciu i aliquo tēpo re: medietatem illius mobilis mouebit eadē uel æqualis potentia per duplum spacium i eodem tempore: uel per idem spacium: in medietate temporis.



**D**emonstratio ostēdēs q̄ si aliq̄ potentia mouet aliquod mobile per aliqd spaciu i aliquo tpe. Dimidiata potētia: medietatē mobilis mouebit per idē spaciu in eodē tpe.

**Tractatus primus**

dio & i dimidio dimidiū alterare uel augere. Sed nihil si forte fuerit alterabit uel augetur quemadmodū & in pondere.

**E**xPLICIT liber septimus. **I**ncipit liber octauus philicorū Aristotelis de primo motore: & primo moto: & primo mobili.

**T**ractatus primus in quo præmittit motū esse sempiternum.

**C**apitulum primum in quo ostendit secundum suā opinionē motus sempiternitatē.



**T**ortus ne aliquē est motus anteaq; non erat: rursusq; adeo corrūpit: ut nihil poenitus moueat: an neq; factus ē neq; corrūpit sed sp erat: & sp erit. Atq; hoc hūc q̄ sūt i mortale ac ineffabile iest quasi sit uita quādam is uniuersis q̄ natura cōstat. Motū igitur ois inquit esse: qui de natura aliqd dicunt: tū q̄a mūdū faciūt: tū q̄a cōtēplatio ipis ois ē de gnatioe corruptioeue quā iposibile est eē: si nō sit motus: uerū q̄ mūdos infinitos eē: & alios ipso forū fieri: alios corrūpi dicūt: i motū inquit semp eē. Sint enī gnatioes & corruptiones iplog: cū motu necesse est. Q uo uero mūdū aut unū & sp eū dē eē dicūt: aut unū quidē sed non semp: i de motu quoq; similiter opinantur.

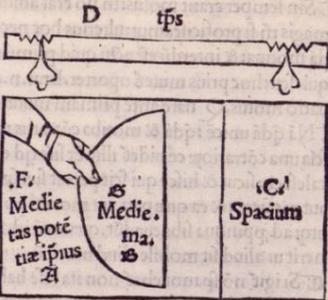
**S**i igit̄ cōtingit aliq̄ nihil moueri dupliciter. id accidere necesse est. Aut. n. ut Anaxagoras censet. Dicit enim cū oia simul essent atq; quiescerent: tpe infinito mentem mouisse ac segregasse. Aut ut Empedocles dicit interdū res moueri: interdū quiescere. Moueri quidē: cū aut unū ex multis cōcordia: aut ex uno multa discordia facit. Q uiescere uero in hūc tpe quā inter hæc media cadūt. Dicit enim hoc mō. Nā quo de multis nasci cōsueuerit unū. Atq; iterū ex uno gnatio plura renasci. Hoc sūt: fixūq; sibi nō pmāet aū: At quo mutātur nunq̄ cessante recurū. Hoc sic ppetuo stabilem uersantur in orbem. Cū enim dicit. At quo mutātur nūq̄ cessante recurū: id empedoclem arbitrandum est intelligere: hīc in quā illuc & illinc huc fieri motum.

**C**ōsiderandū est igit̄ de hoc quonā mō se habet. Est enim operepræciū hanc perspicere ueritatē: & non solum ad naturalem cōtēplatiōem sed & ad eam doctrinā quæ circa principium primum uersatur uehementer concludit.

**E**x his autem ordiemur: quæ prius a nobis in libris naturalis scientiæ sunt definita. Dimicimus itaq; motū ipsius mobilis hoc actum esse: quo mobile est. necesse est ergo res ens esse: quæ uno quoq; motu moueri possunt & sine definitione etiam motus quouis profecto fatēbitur necessarium esse id moueri quod singulis motibus moueri potest: ceu alterari quidem id quod est alterabile: ferri autem id quod loco mutabile est. Quare sit antea cōbustibile q̄ cūburatur: & combustum antea q̄ comburatur oportet.

**I**gitur & hæc ipsa necesse est aut si non erant aliquando facta esse: aut perpetua esse.

**S**i igitur unum quodq; mobilium ac motiuorū est factum: necesse est ante motum ac ceptum aliam mutationem motumq; fuisse. Quo quidem ortum id est: quod aut mo



## Ограниченный характер применимости математического закона пропорциональности в аристотелевской динамике

Продолжение фрагмента

«Неверно, что при уменьшении двигателя (т.е. движущей силы) наполовину происходит удвоение времени движения, ибо «может случиться, что **никакого** движения не будет. Ведь из того, что целая сила продвинула [тело] на определенную длину, не следует, что половина силы продвинет [это же тело] на сколько-нибудь в какое бы то ни было время; иначе один человек мог бы двигать судно, если только силу волочильщиков и длину, на которую они все двигали его, разделить на их число».

(В русском переводе стоит «силу гребцов и длину....». Но это ошибка переводчика. Речь идет о вытаскивании тяжелой триеры на берег).

Иными словами, закон пропорциональности ( $v \sim F$ ) не действует в направлении уменьшения силы:

Если приложенная сила равна  $F/2$ , то отсюда не следует, что скорость движения будет равна  $v/2$ .

Аналогично, из кратного увеличения силы сопротивления не следует кратное уменьшение скорости (в данном фрагменте соответствующего рассуждения нет).

Второй фрагмент. Аристотель, трактат «О небе» III 2  
Естественное движение (падение) под действием тяжести.

Доказывается тезис о невозможности падения тела, лишённого тяжести  
(рассуждение от противного)

«Пусть **A** будет [тело], лишённое тяжести, **B** – [тело], имеющее тяжесть.

Допустим, что лишённое тяжести прошло расстояние **GD**, а **B** в равное время – расстояние **GE**, [которое будет больше], так как имеющее тяжесть пройдет большее расстояние. Стало бы, если тело, имеющее тяжесть, разделить в той же пропорции, в какой **GE** стоит к **GD** ..., то, раз все [тело] проходит все расстояние **GE**, [указанная] часть по необходимости должна проходить в равное время расстояние **GD**, откуда следует, что [тело], лишённое тяжести, и [тело], имеющее тяжесть, [в равное время] пройдут равное расстояние, а это невозможно». («О небе», III 2 300a 25 – 301b 1).

**Вывод:** Аристотель исходит из того, что скорость падения тела (**v**) прямо пропорциональна его тяжести (**F**):  $v \sim F$

Аристотель также принимает во внимание сопротивление среды и формулирует тезис о том, что скорость тела при падении в среде прямо пропорциональна его тяжести и обратно пропорциональна плотности среды.

Наука о движении. Мертонская школа. Оксфорд, Англия (XIV в.)

Функция Бравдвардина – оригинальный способ количественной оценки движения

Представители Мертонской школы «калькуляторов» : Фома Бравдвардин, Ричард Суайнсхед, Джон Дамблтон, Уильям Гейтисбери.

Начало Мертонской школы – «Трактат о пропорциях скоростей и движений» Фомы Бравдвардина (1328).

### **Критика аристотелевского представления о пропорциональности**

1. Недостаток формулы  $v \sim F/R$  состоит в том, что при  $F \leq R$  она дает ненулевую скорость, что абсурдно, ибо при  $F \leq R$  движения не будет.

2. «Опыт чувств» свидетельствует о том, что тезис об удвоении скорости при удвоении движущей силы, неверен.

**Пример 1:** Представим себе, что «один человек двигает нечто тяжелое с большим трудом и весьма медленно. Если к нему присоединится другой, то вдвоем они будут двигать тот же груз со скоростью, *значительно* превышающей удвоенную скорость [движения в одиночку]».

**Пример 2:** Также и «в часах: [один] груз, подвешенный на вращающейся оси, опускаясь, приводит в движение ось колеса с неощутимой скоростью, тогда как двойной груз будет двигать ту же ось со скоростью, *значительно* превышающей удвоенную скорость [движения, вызванного одним грузом]».

## Функция Бравдвардина

$F$  – сила, действующая на тело (движущая сила)

$R$  – сила сопротивления

$v$  – скорость движения тела

Согласно Бравдвардину, скорость  $v$  зависит от отношения  $F/R$  следующим образом:  $v \sim \ln(F/R)$

Бравдвардин, в отличие от Аристотеля, истолковывает пропорциональность между этими величинами не как арифметическую, а как геометрическую.

Пример: пусть отношение сил  $F/R = 2/1$ , а скорость при этом равна  $v$ .

Тогда с возрастанием отношения  $F/R$  в геометрической пропорции скорость  $v$  возрастает в арифметической пропорции:

Отношение сил $F/R$	2/1	2 <sup>2</sup> /1	2 <sup>3</sup> /1	2 <sup>4</sup> /1
Скорость движения $v$	$v$	$2v$	$3v$	$4v$

В отличие от правила Аристотеля, пропорциональность сохраняется и при уменьшении отношения  $F/R$ .

Отношение сил $F/R$	2/1	$\frac{\sqrt[2]{2}}{1}$	$\frac{\sqrt[3]{2}}{1}$	$\frac{\sqrt[4]{2}}{1}$
Скорость движения $v$	$v$	$1/2v$	$1/3v$	$1/4v$

## Функция Брэдвардина

Функция Брэдвардина лучше описывает медленное движение, когда сила движения ненамного превосходит силу сопротивления. В этом случае удвоение силы движения, действительно, приводит к непропорциональному возрастанию скорости.

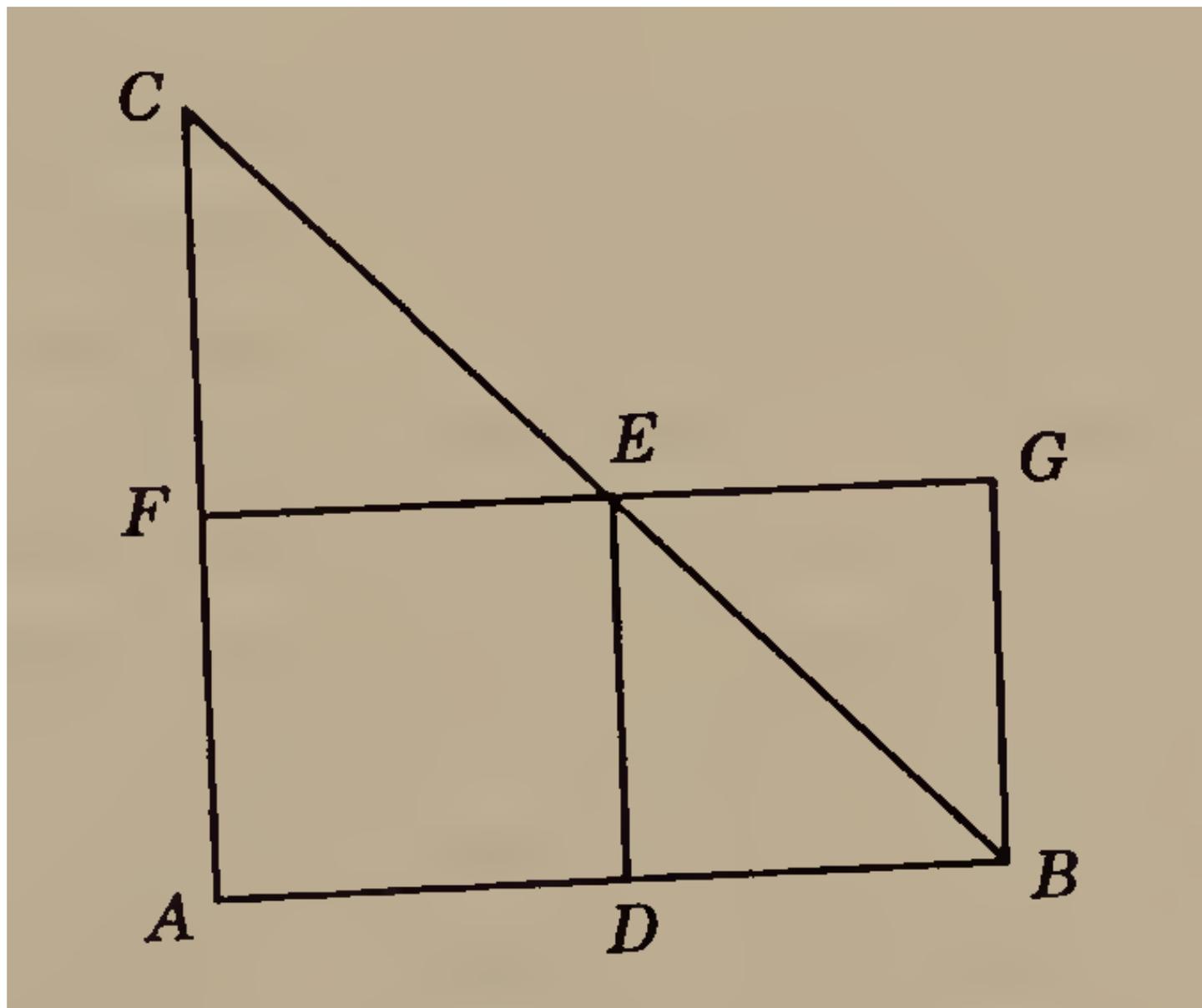
Ср. пример Брэдвардина непропорционального увеличения скорости : «один человек двигает нечто тяжелое с большим трудом и весьма медленно. Если к нему присоединится другой, то вдвоем они будут двигать тот же груз со скоростью, *значительно* превышающей удвоенную скорость [движения в одиночку]».

Пусть, например,  $F/R = 1.1/1$

$F/R$	1.1/1	1.21/1	1.33/1	1.46/1	1.61/1	1.77/1	1.95/1
$v$	$v$	$2v$	$3v$	$4v$	$5v$	$6v$	$7v$

То есть, при увеличении отношения  $F/R$  примерно в два раза (в качестве двигателя выступают два человека), скорость движения  $v$  возрастает в 7 раз.

Теорема о средней скорости равноускоренного (равнозамедленного) движения.  
Словесное доказательство (рисунок приведен только для иллюстрации идеи).



Французская школа. Николай Орем (ок. 1330 – 1382). Диаграммы движения. Виды движения: равномерное – с постоянной скоростью (верхняя диаграмма), равномерно-дифформное – с постоянным ускорением (третья сверху), дифформно-дифформное – полностью нерегулярное (вторая сверху).



Geometria

Incipit utilis tractatus de latitudinibus  
formarum s<sup>m</sup> Reverendi doctoris magistrum  
Nicolai Orem. Die decima Januarii

**L**atitudines quia latitudines multipliciter variantur multiplices varietates diffacilime discernunt nisi ad figuras geometricas quodammodo referunt. Pro premillis quibusdam divisionibus latitudinum cum diffinitionibus suis, species infinitas earundem ad figurarum species infinitas applicabo ex quibus propositis; clarius apparebit.

**L**atitudinum: quedam uniformis; et quedam difformis

**L**atitudo uniformis est illa; que est uniformis per totum.

**L**atitudo difformis est; que non est eiusdem gradus per totum.

**L**atitudo difformis dividitur; quia quedam est s<sup>m</sup> se tota difformis et quedam non.

**L**atitudo s<sup>m</sup> se totam difformis est; cuius nulla pars est uniformis.

**L**atitudo non s<sup>m</sup> se tota difformis est illa cuius aliqua pars est uniformis. Unde statim scilicet quod una latitudo sit difformis; et aliqua eius pars sit uniformis ut illa.

**L**atitudinum s<sup>m</sup> se tota difformium: quedam est uniformis difformis; et quedam difformis difformis.

**L**atitudo uniformis difformis est illa cuius est equalis excessus graduum equaliter distantium.

**L**atitudo difformis difformis sumitur per oppositum. scilicet cuius non est equalis excessus

latitudo uniformis



latitudo difformis



difformis s<sup>m</sup> se tota



non s<sup>m</sup> se tota difformis



difformis difformis



## Задача Орема. Вычисление пути как суммы бесконечного ряда

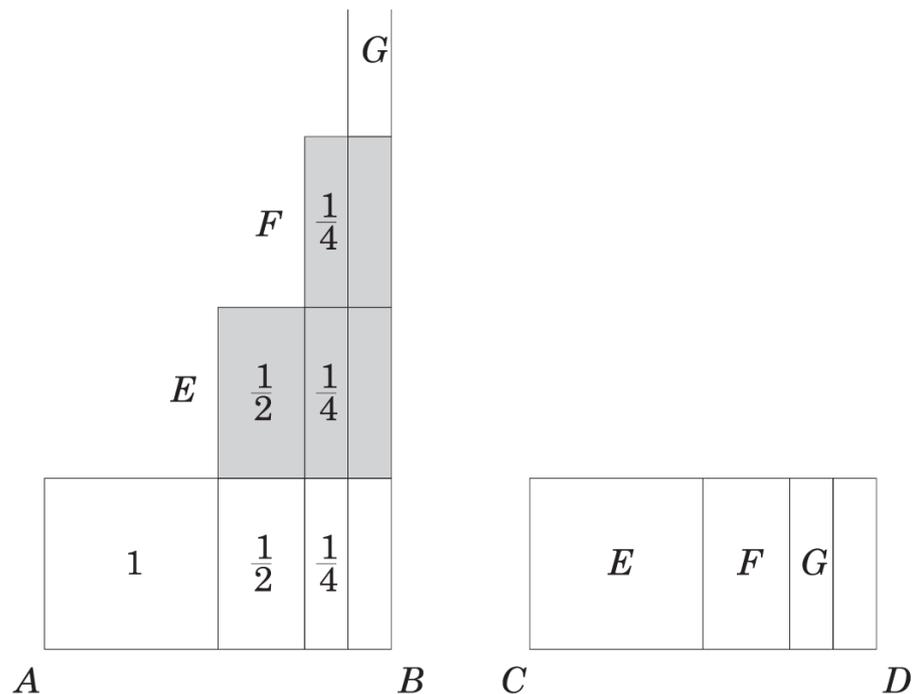
Дано: В первую минуту тело движется со скоростью 1. В течение следующих 30 сек., его скорость равна 2. В течение следующих 15 сек. она равна 3, и т.д. Найти величину пути, пройденного телом.

Решение: Пройденный путь Орем представляет при помощи бесконечной ступенчатой фигуры, построенной на отрезке  $AB = 2$  ( $AB$  – общее время движения); по вертикали откладывается скорость.

Полученная фигура состоит из «ступенек», каждая из которых возвышается над предшествующей на 1. Ширина ступенек убывает по закону геометрической прогрессии со знаменателем  $\frac{1}{2}$ .

Геометрическое решение – преобразование ступенчатой фигуры в прямоугольник.

Пройденное расстояние равно площади бесконечной ступенчатой фигуры = 4.



## Средневековая теория импетуса

лат. *impetus* – стремление (вперед), напор, натиск

# Аристотель о причине продолжения движения брошенного тела

## *Аксиомы теории движения Аристотеля*

1. Всё, что движется, должно двигаться чем-то другим (кроме живых существ).
2. Движимое и двигатель должны находиться в непосредственном контакте.

Возникает вопрос: как возможно движение брошенного тела, которое в момент броска утрачивает контакт с «двигателем» - рукой или тетивой лука?

«А что касается перемещающихся [предметов], будет хорошо сначала разобрать одну трудность. Раз всякий движущийся [предмет], который не движет сам себя, приводится в движение чем-нибудь иным, то спрашивается: как некоторые [предметы] движутся непрерывно без соприкосновения с движущим, например [тела] брошенные? ...

[Ответ:] Необходимо ... сказать, что первое [движущее] может сообщить двигательную способность или обладающему такими свойствами воздуху, или воде, или чему-нибудь иному, что по природе способно двигать или находиться в движении». (Аристотель, «Физика» VIII 10 266b 27 – 267a 20)

В этом фрагменте Аристотель формулирует тезис о том, что силой, приводящей в движение брошенное тело (камень, стрела из лука), является среда – воздух или вода. В случае насильственного движения среда играет двойственную роль: с одной стороны, она сопротивляется движению, а с другой, активно поддерживает его.

## «Брошенным телом движет воздух»

(подробности теории движения брошенного тела по Аристотелю)

Основной «двигатель» (рука или тетива лука) приводит в движение ближайший к нему слой воздуха. Воздух при этом претерпевает действие внешней силы, т.е. находится в пассивном модусе. Одновременно он находится и в активном модусе, ибо двигатель, приведя воздух в движение, передает ему способность (силу, энергию) передвигать следующий прилегающий к нему слой воздуха, толкая его перед собой. Таким образом, приведенный в движение слой воздуха действует на другой, смежный с ним, тот – на третий и т.д. Образуется своего рода воздушная волна, которая толкает тело, заставляя его двигаться в направлении, заданном основным «двигателем».

При передаче движения от одного слоя воздуха к другому общее усилие ослабевает, так что в итоге воздух и движимое им тело останавливаются:

«[Движение] прекращается, когда у смежного тела способность движения становятся меньше и меньше: окончательно же прекращается, когда не будет действовать предыдущий двигатель, а только то, что было [им] приведено в движение; они необходимо останавливаются вместе: движущее, движимое и все движение».

## Иоанн Филопон – византийский схоласт ( VI в. н.э.)

Филопон отвергает основной тезис Аристотеля, согласно которому для осуществления насильственного движения необходим непосредственный контакт между двигателем и телом. В качестве аргумента он ссылается на то, что в момент, когда камень еще находится в контакте с бросающей рукой, воздух позади него отсутствует. Воздух же, который находится сбоку от камня, не может внести существенного вклада в его движение. Аналогично со стрелой, выпущенной из лука.

Согласно Филопону, движение продолжается потому, что «бросающий сообщает брошенному телу некоторую бестелесную энергию движения» («Комментарий к «Физике» Аристотеля).

Воздух при движении не играет никакой активной роли. Отсюда следует возможность движения в пустоте:

«... если в пустоте с силой бросить стрелу или камень, то с ними случится то же самое (т.е. им будет сообщена энергия движения –  $E.3.$ ) , но [это произойдет] еще легче; [для продолжения движения] не нужно ничего, кроме бросающего».

Согласно Аристотелю :  $v \sim F/R$ . Согласно Филопону  $v \sim (F - R)$ .

## Иоанн Филопон ( VI в. н.э.)

Продолжение критики:

«...Вы говорите, что неестественное (насильственное) движение вызвано толчком со стороны воздуха и что оно продолжается до тех пор, пока не иссякнет движущая сила, переданная двигателем воздуху.

Но, очевидно, что это рассуждение следует отнести также насильственному движению в пустоте: [в ней] тело будет точно так же двигаться до тех пор, пока не иссякнет движущая сила, изначально переданная ему».

Цель Филопона состоит в том, чтобы исключить среду в роли производящей причины движения. Движение обязано своим происхождением исключительно той силе, которая передана самому телу. Среда лишь сопротивляется движению, вызванному естественной тяжестью тела (в случае естественного движения) или внешней движущей силой (в случае вынужденного движения).

Современные исследователи иногда сопоставляют представление Филопона о «движущей силе» движения с понятием импульса (количества движения) классической механики. Различие, однако, состоит в том, что «движущая сила» Филопона постепенно уменьшается.

Иоанн Филопон ( VI в. н.э.).

Теория импетуса и техническое движение (вращение вокруг оси)

Аристотель: обычные примеры движения, отделенного от двигателя, – бросание камня и полет стрелы. С технологической точки зрения эти движения являются совсем элементарными. Оба осуществляются «по линии», т.е. являются поступательными.

Филопон: теория импетуса подкреплена технологически более сложными примерами. Идею передачи движения от одного тела к другому (без участия среды) он иллюстрирует искусственным движением – вращением мельничного жернова. Эта модель используется им также для разъяснения передачи вращательного движения от самой внешней небесной сферы к ближайшей внутренней и т.д. (Трактат «О вечности мира»).

Техническим источником идеи переданной силы являются машины и механизмы, в которых посредством трансмиссии (передаточного звена) осуществляется передача движения от машины-двигателя к рабочей машине.

Кроме того, техническое вращательное движение служит весомым аргументом против аристотелевской теории передачи движения посредством воздуха. Воздух не может толкать «сзади» вращающийся мельничный жернов.

## Теория импетуса на латинском западе. Начало

Начало теории импетуса в Европе положено схоластом Франческо де Маркиа (Комментарии к «Сентенциям» Петра Ломбардского, лекции в Сорбонне 1321/22).

Исследуя вопрос о передаче благодатной силы в церковных таинствах, де Маркиа сопоставляет ее с силой, которую вкладывает человек в орудие труда (например, при работе мотыгой).

Далее он выстраивает параллель с брошенным телом. Благодатная сила, вложенная, например, в крещенскую воду, сопоставляется с силой, вложенной в брошенный камень.

При этом де Маркиа считает, что сила, движущая тело, вкладывается не только в воздух, но и в само тело. У де Маркиа еще нет самого термина «импетус». Он использует понятие «оставленная сила».

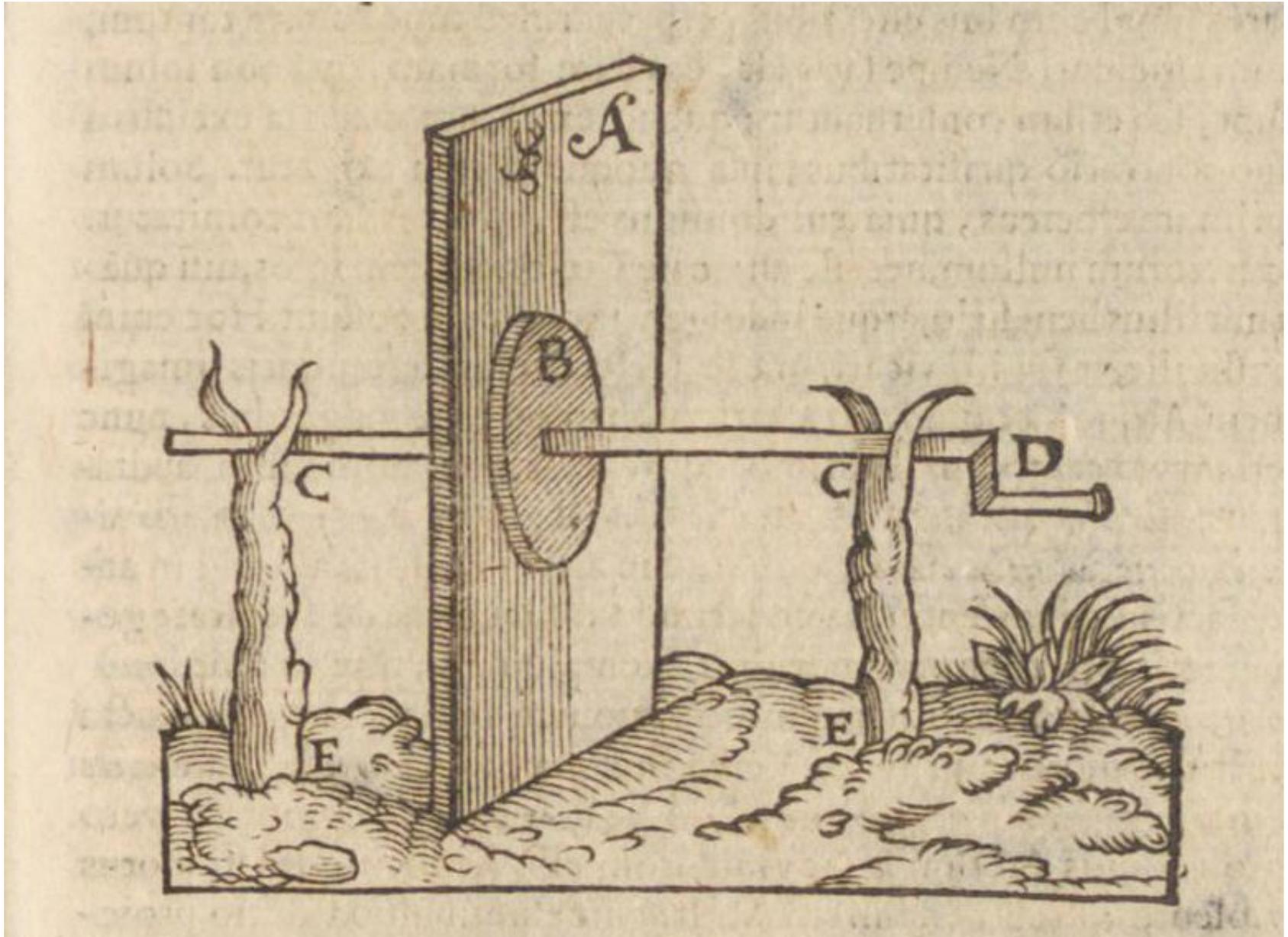
## Расцвет теория импетуса на латинском западе. Париж (XIV век)

Расцвет теории импетуса в работах Иоанна Буридана (ок. 1300-1358) и его учеников - Орема, Альберта Саксонского и Марсилия Ингенского.

Термин «импетус» принадлежит Буридану. В отличие от де Маркиа, Буридан считал, что вложенная сила передается только телу. Воздух участвует в движении лишь пассивно, оказывая сопротивление.

Как и Филопон, работы которого не были известны, Буридан для обоснования идеи импетуса использует примеры вращательного движения – точильный камень и мельничный жернов.

Продолжающееся вращение – аргумент в пользу теории импетуса  
Рисунок из книги: Julius Scaliger (1615); описание конструкции: Francesco  
Buonamico, De motu, 1591



## Импетус схоластической натурфилософии и инерция классической механики

Тезис П. Дюэма о том, что импетус является прообразом (предтечей) понятия инерции классической механики.

Вопрос о том, является ли теория импетуса предшественницей идеи инерциального движения классической механики, является крайне дискуссионным.

Сам Буридан считал, что инерциальным, т.е. равномерным и бесконечно продолжающимся, может быть только вращение небесных сфер, которые, имея особую эфирную природу, не обладают тяжестью.

Что касается движения в подлунном мире, то в нем всегда действуют силы, препятствующие перемещению тел, прежде всего, сила тяжести. Кроме того, сами тела обладают природной «склонностью к покою» (*inclinatio ad quietem*). Эти два фактора исключали возможность инерциального движения в подлунном мире, т.е. в том самом реальном физическом мире, с которым человек находится в непосредственном контакте.

### Тема 3.

Запросы артиллерии в ходе внедрения огнестрельного оружия; попытки объяснения движения снаряда (Леонардо да Винчи, Кардано, Тарталья).

Средние века. Полет тела. Идея траектории  
Guido da Siena, Благовещение (1262-1279)  
«Траектория» полета голубя (символа Св. Духа)

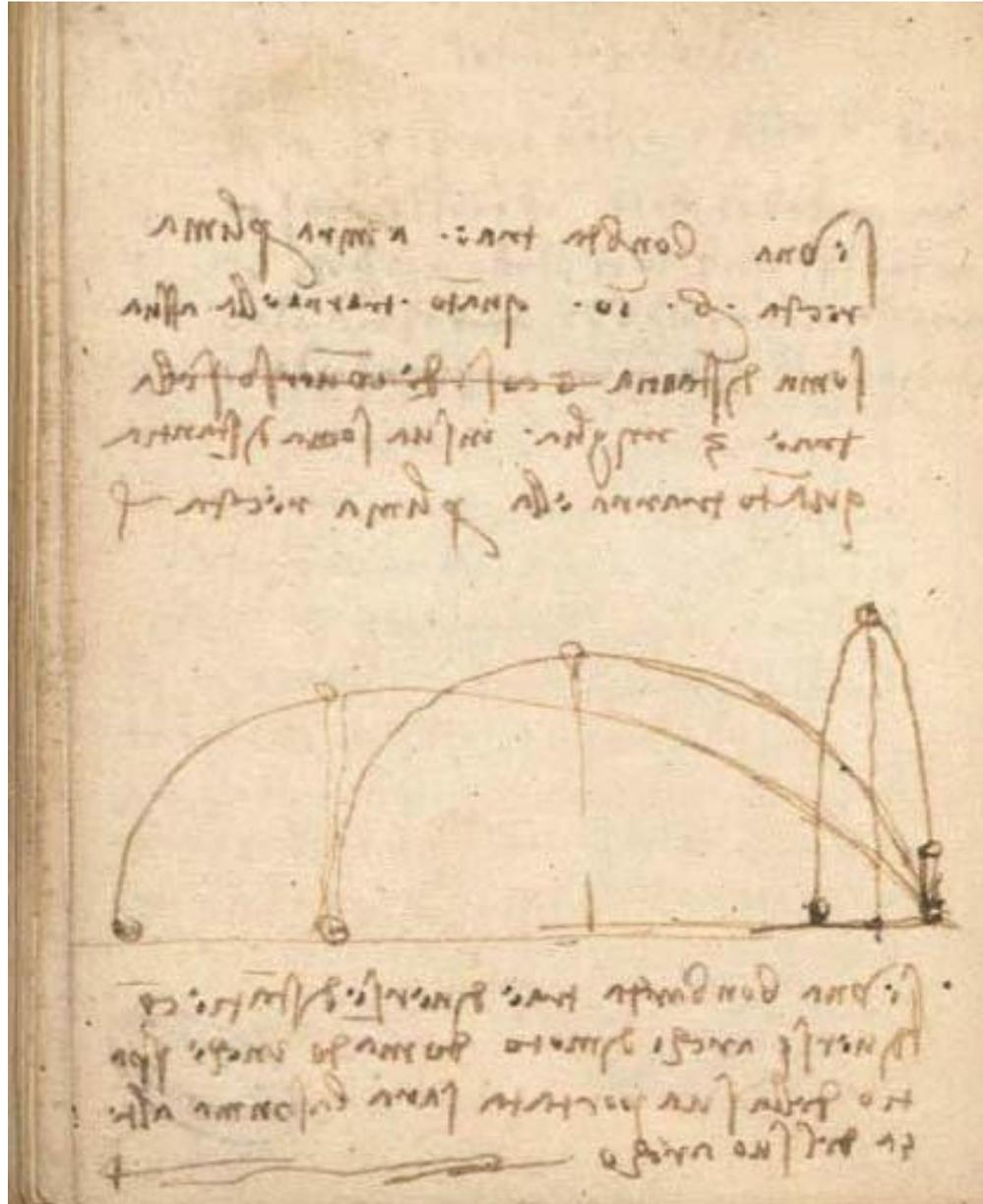


Konrad Kyeser, трактат «Bellefortis» (Сильный в битве», начало. XV в.).

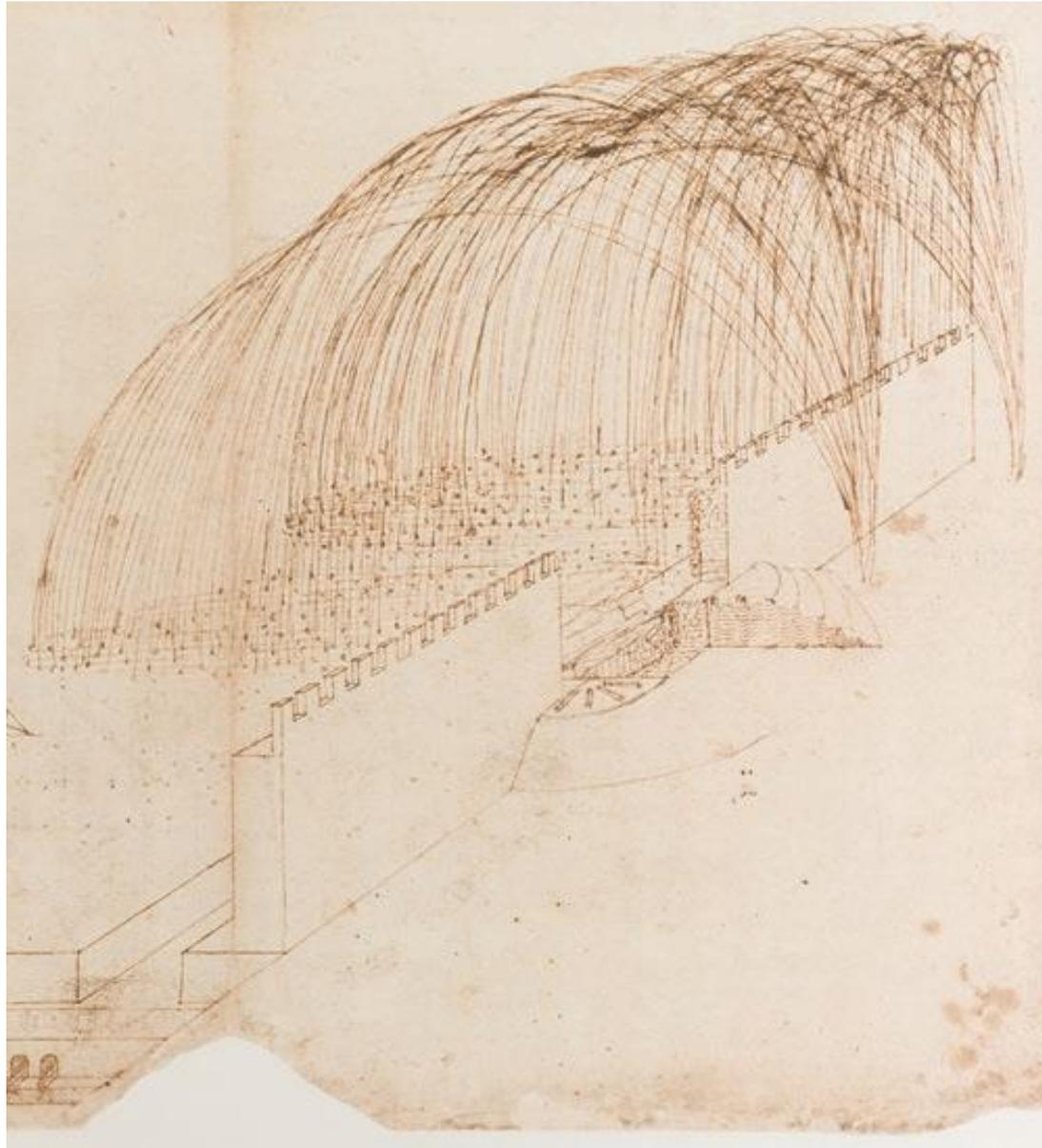
Это еще не траектория ...



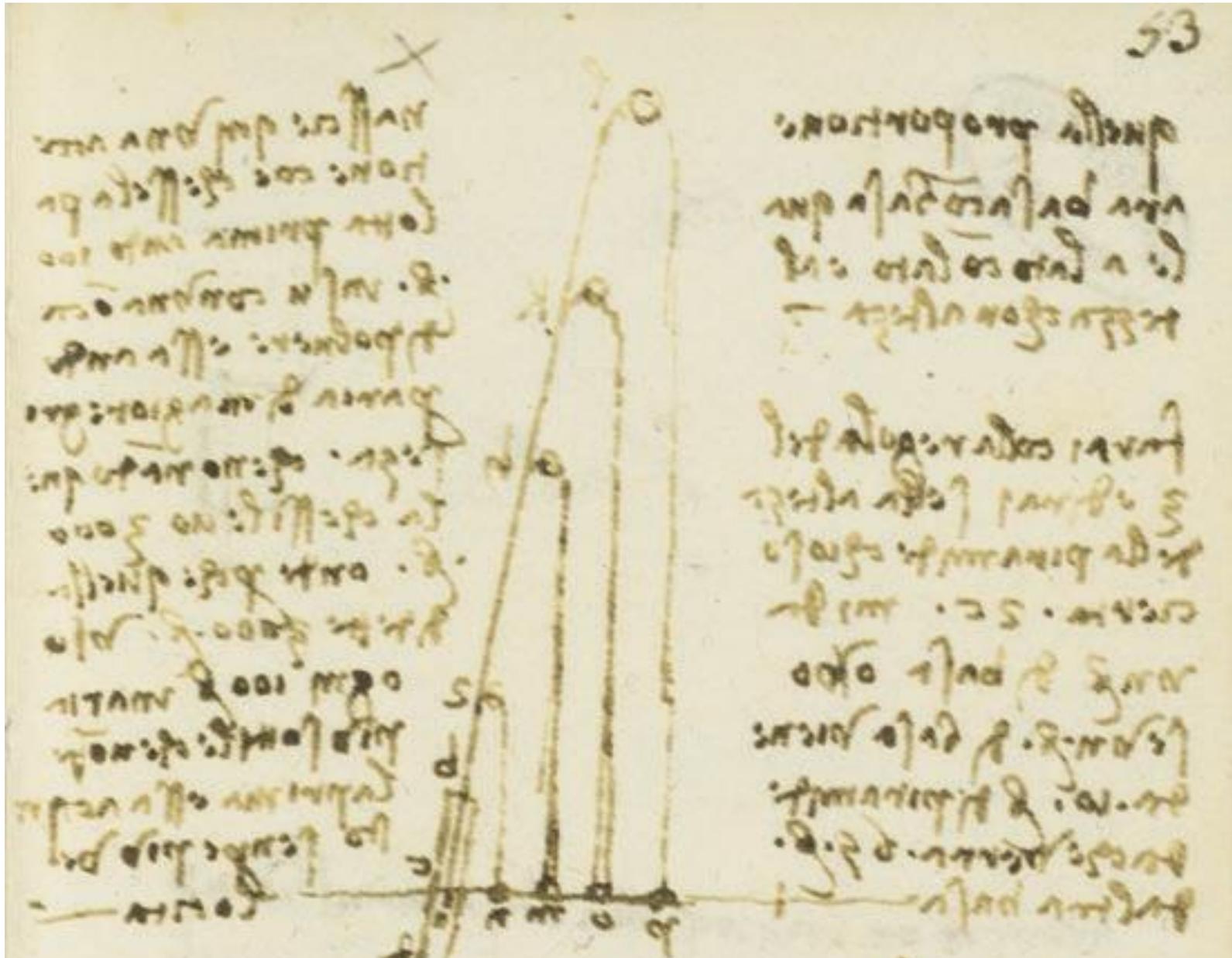
Первое изображение баллистических траекторий  
Рисунок Леонардо да Винчи (ок. 1500 г.)



Баллистические траектории  
Рисунок Леонардо да Винчи (ок. 1500 г.)



Трехчастная баллистические траектория  
Рисунок Леонардо да Винчи (ок. 1500 г.)



## Импетус, тяжесть и идея трехчастной баллистической траектории (Леонардо)

Первым сформулировал идею трехчастной баллистической траектории Леонардо да Винчи (при этом он, возможно, опирался на идеи схоласта XIV в. Альберта Саксонского).

В полете стрелы Леонардо выделяет три части.

- Начальный отрезок. На нем импетус – движущая сила, переданная стреле, значительно превосходит силу тяжести стрелы и поэтому полностью уничтожает ее действие. На этом отрезке движение носит *насильственный* характер; оно прямолинейно: как будто стрела вообще лишена тяжести.
- Конечный отрезок. На нем «стрела устремляется вниз по отвесной линии; это означает, что ее *насильственное* движение закончилось и что с этого момента начинается ее *естественное* движение, то есть, она свободно под действием своей тяжести падает вниз к центру [Земли]».
- Вторая фаза движения. В этой фазе импетус и тяжесть «борются» друг с другом. Стрела при этом движется *смешанным* движением – насильственным (или вынужденным) в направлении импетуса и *естественным* в вертикальном направлении.

Импетус схоластической натурфилософии и инерция классической механики

Как обосновывается идея трехчастной траектории?

В доклассической механике источником представлений о том или ином виде движения нередко служила аналогия – реальная или вымышленная – между этим движения и некоторым другим, доступным для наблюдения.

У Леонардо представление о трехчастной баллистической траекторией навеяно аналогией с вращением волчка.

Сначала волчок вращается, сохраняя вертикальное положение своей оси. В продолжение этой фазы сила импетуса полностью «побеждает» силу тяжести; направленная горизонтально, она не дает волчку упасть под действием тяжести. С течением времени импетус ослабевает, и угловая скорость вращения падает.

Когда скорость снижается, волчок, продолжая вращение, наклоняется. При этом ось вращения спиралеобразно отклоняется от вертикали; говоря современным языком, начинается прецессия. В продолжении этой фазы импетус и сила тяжести «борются» между собой.

Наконец, на последнем отрезке ослабевший импетус обращается в нуль, и волчок падает вниз под действием тяжести. Точно так же, согласно Леонардо, ведет себя и брошенное тело.

(Теоретики импетуса еще в XIV в. ссылались на феномен вращения волчка).

Николо Тарталья, «Новая наука» (1537)

*La nova scientia de Nicolo Tartaglia*, Firenze, 1537

Траектории полета снаряда для стрельбы из орудий двух видов –  
а) стрельба «в упор» из пушки и  
б) навесная стрельба из мортиры.

Первое печатное изображение баллистических траекторий.

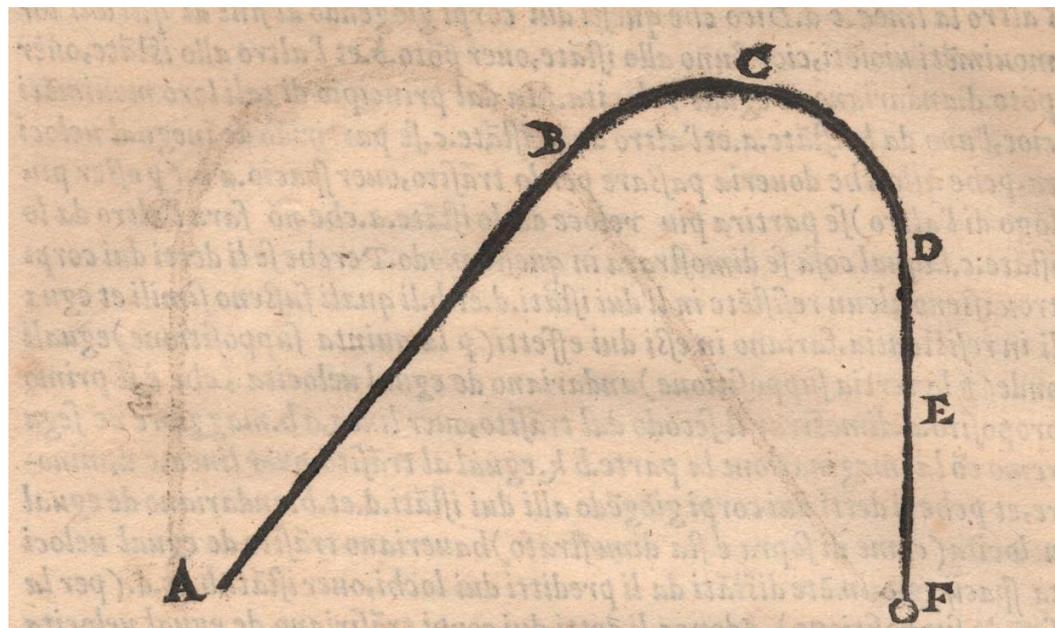


# Траектория полета снаряда в практической баллистике XVI в.

Образец баллистической траектории. Николо Тарталья «Новая наука», 1537

Nicolo Tartaglia,  
*La nova scientia de Nicolo  
Tartaglia.*

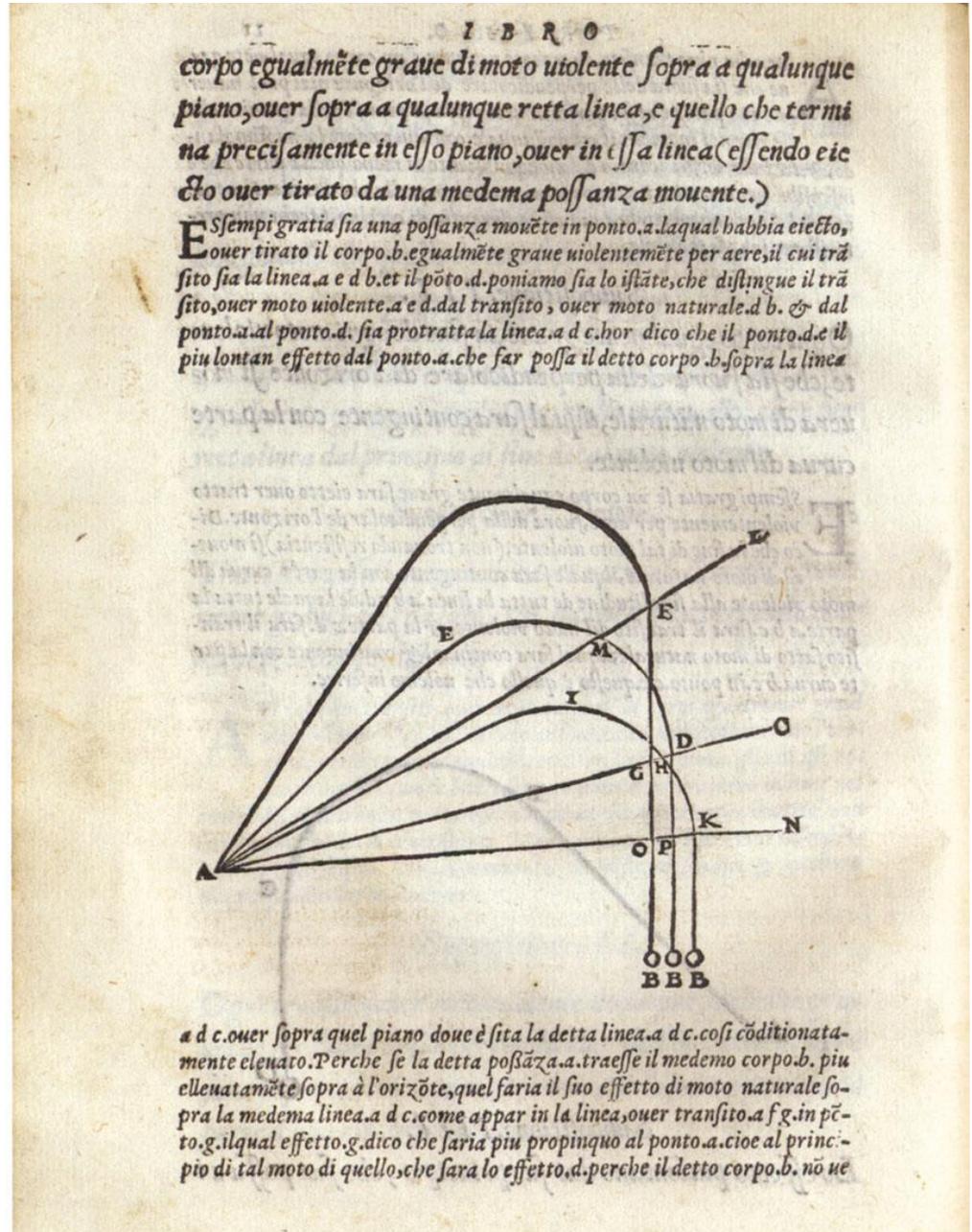
Firenze, 1537



# Траектория полета снаряда в практической баллистике XVI в.

Образцы баллистических траекторий. Николо Тарталья «Новая наука», 1537

Niccolo Tartaglia,  
*La nova scientia de Nicolo Tartaglia.*  
Firenze, 1537



## Николо Тарталья: первая теория полета снаряда

Первое подробное описание и изображение траектории полета снаряда дал Николо Тарталья (1499-1557).

Согласно Тарталье, траектория состоит из трех ветвей:

(i) наклонная прямая линия – соответствует *насильственному* движению снаряда под действием силы порохового взрыва;

(ii) дуга окружности – второй этап *насильственного* движения;

(iii) вертикальная прямая линия – соответствует *естественному* движению снаряда вниз под действием тяжести.

## Николо Тарталья: теория полета снаряда

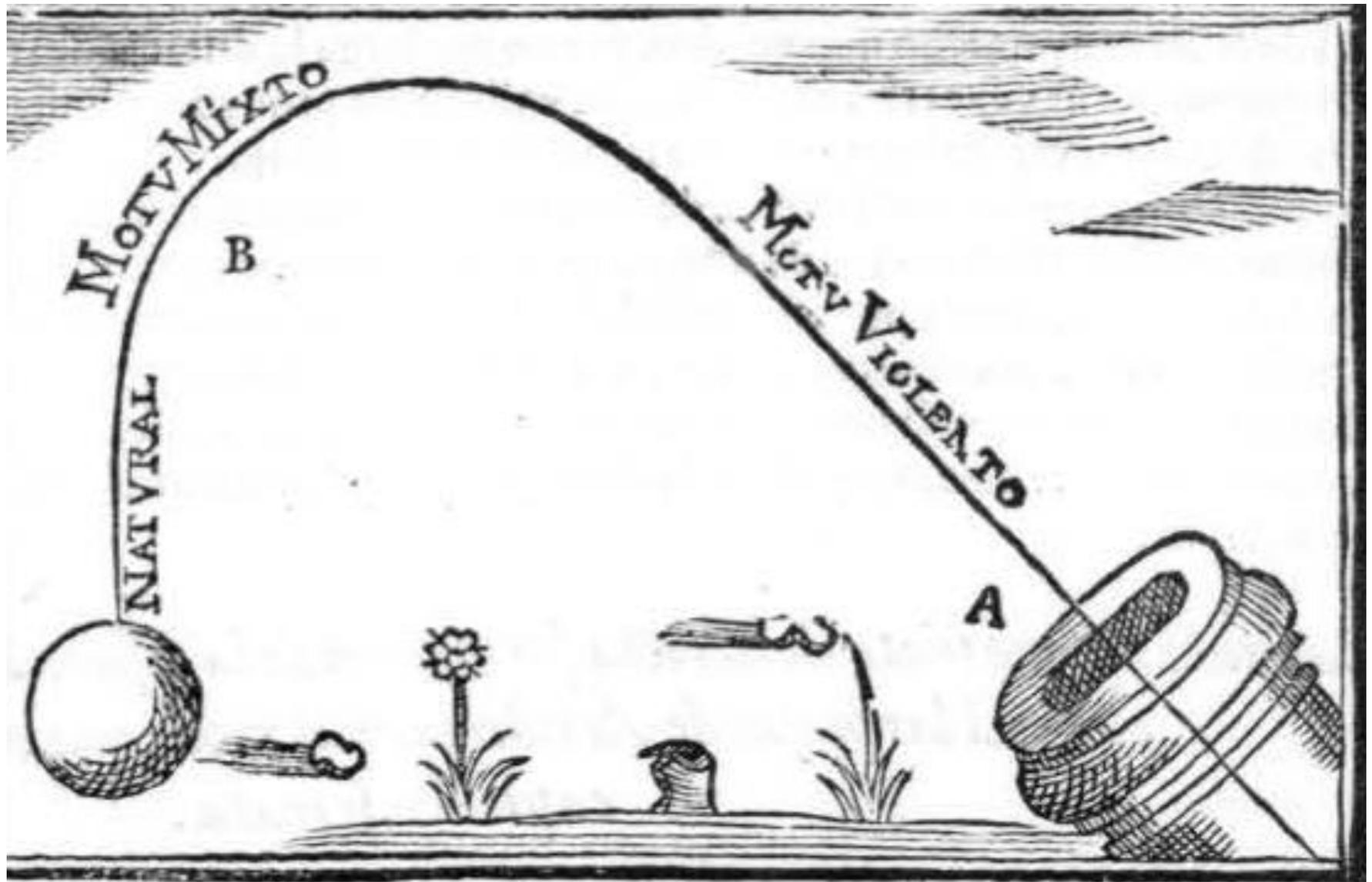
1. Теория Тартальи основывается на восходящем к Аристотелю, различении двух видов движения – *насильственного* и *естественного*.

Смешанное движение, по Тарталье, невозможно: «Никакое равномерно плотное тяжелое тело не может двигаться ни в каком интервале времени или пространства движением, смешанным из насильственного и естественного» («Новая наука» Кн. 1, предложение 5).

2. Причина: *Насильственное* движение всегда происходит с замедлением, а *естественное* – с ускорением. Одно и то же тело одновременно не может ускоряться и замедляться. Поэтому в каждый момент тело движется либо вынужденным, либо естественным движением.

3. Согласно Тарталье, длина прямолинейного отрезка вынужденного движения увеличивается вместе с увеличением угла возвышения орудия.

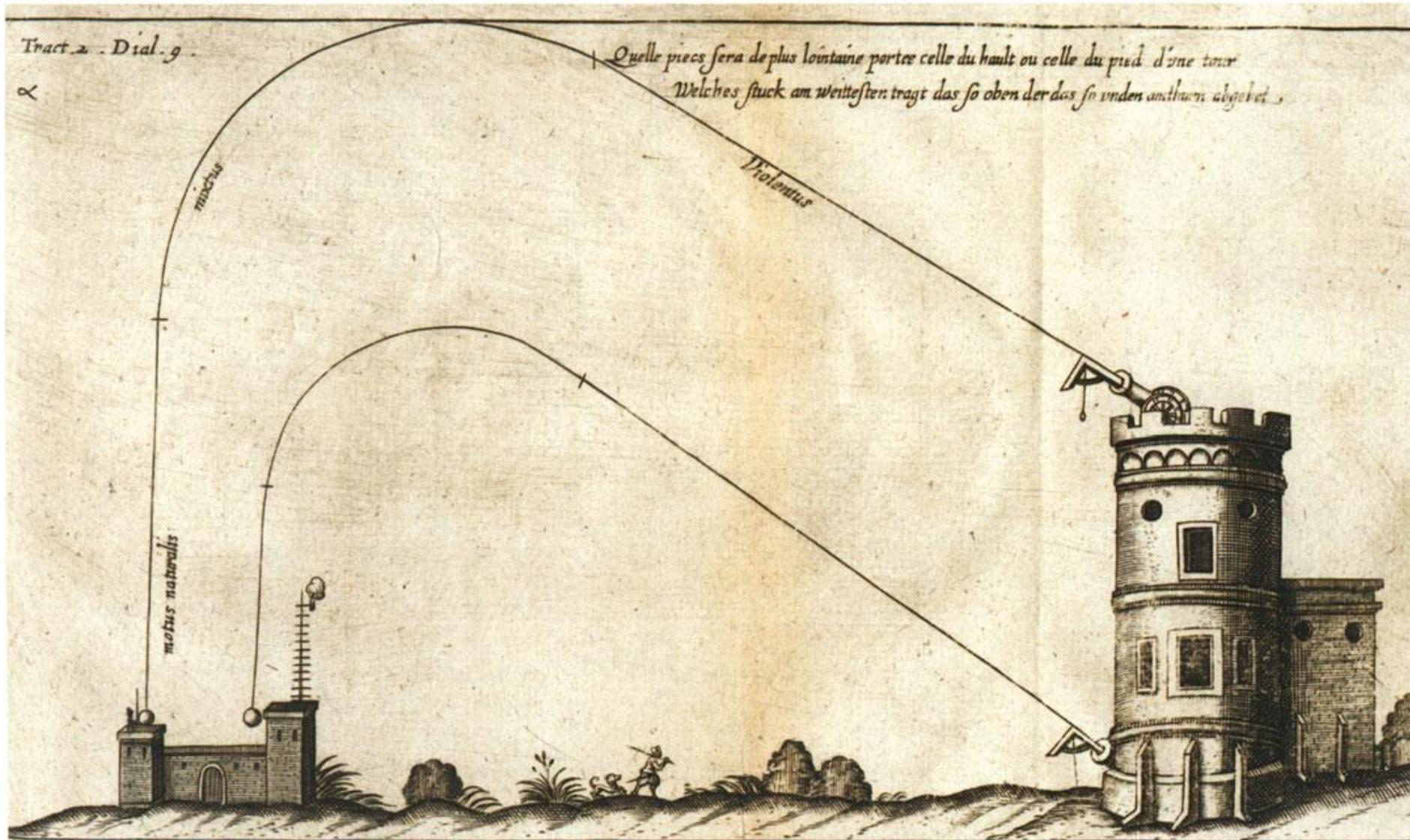
Траектория снаряда с указанием фаз трех движения:  
насильственное, смешанное, естественное  
Luys Collado, *Platica manual de artilleria*. Milano, 1592



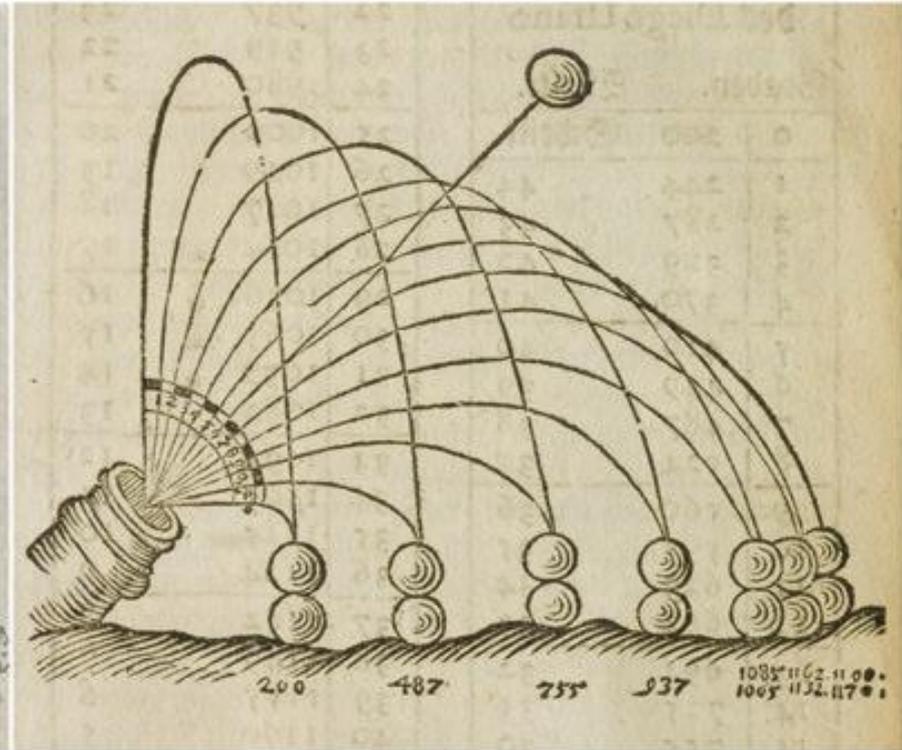
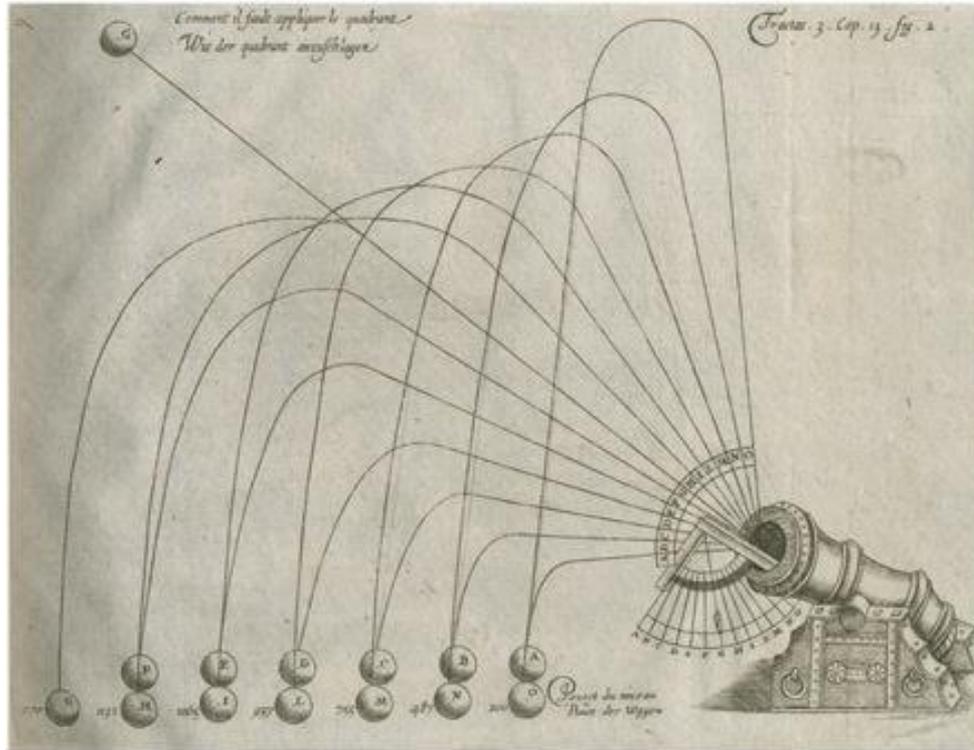
Daniel Ufano, *Artillerie, ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances.*

Berthelin, 1628.

Вопрос: в чем ошибка художника?

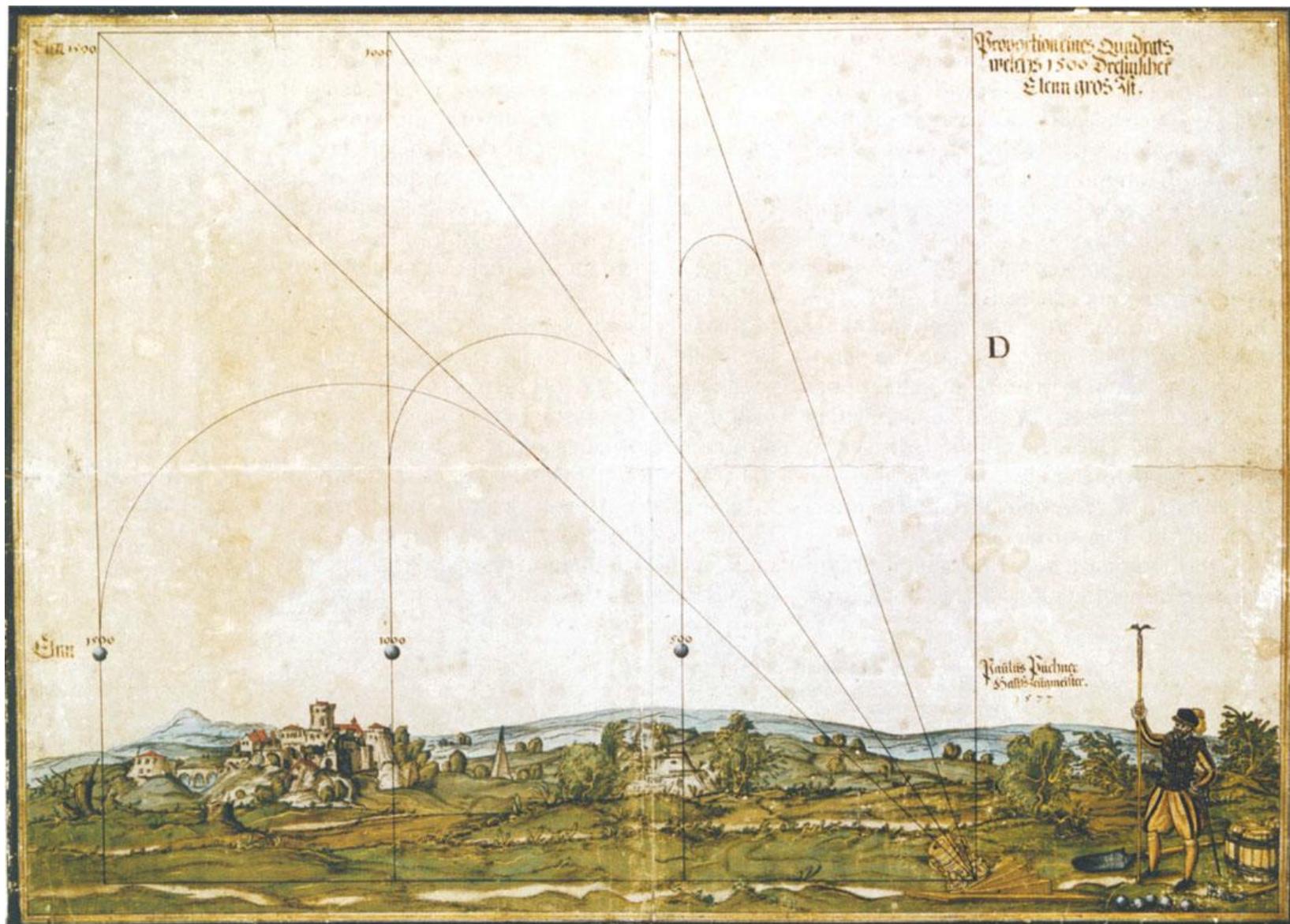


Daniel Ufano, *Artillerie, ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances*.  
Berthelin, 1628.

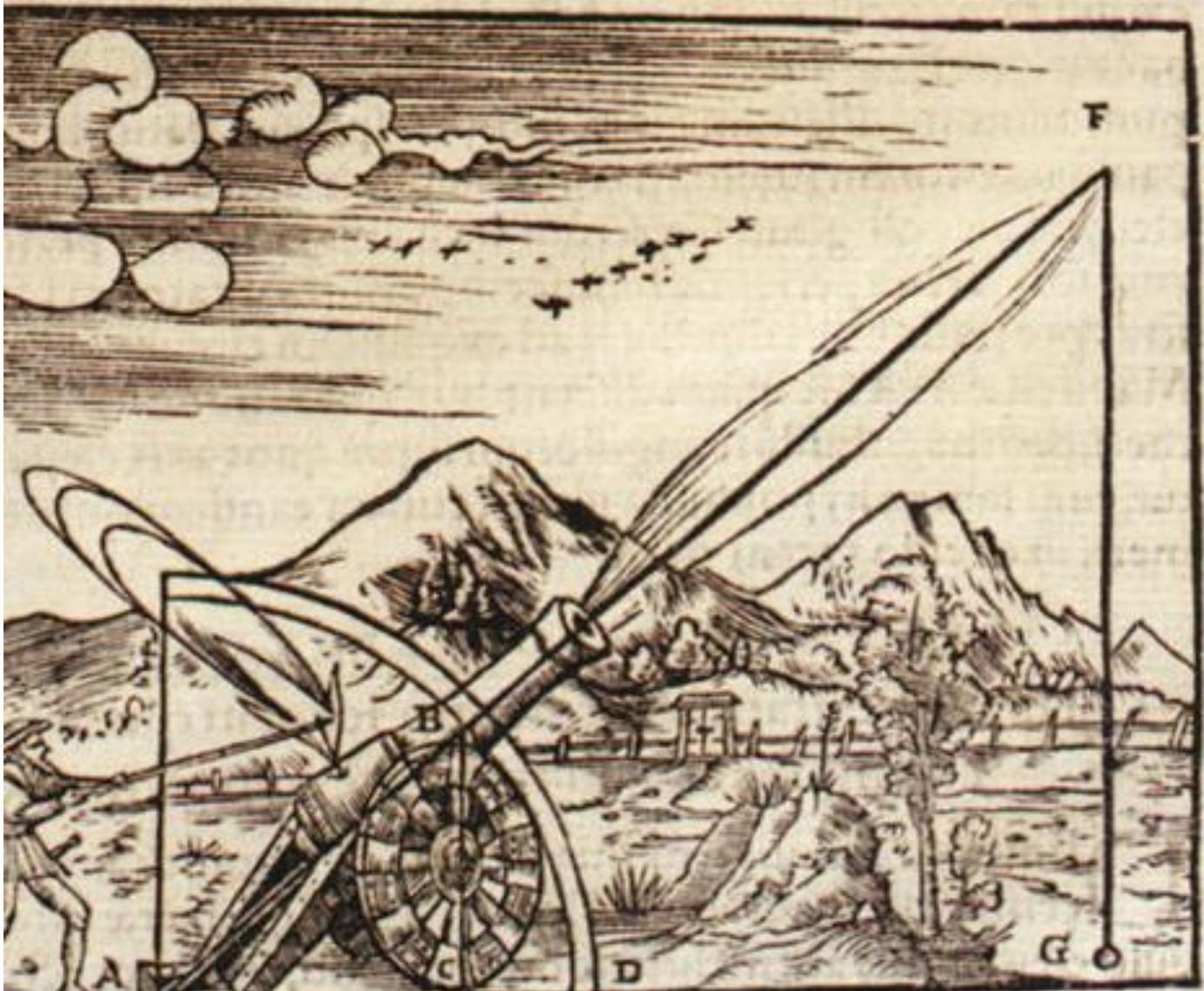


Траектории полета снарядов  
Paulus Puchner (вторая пол. XVI в.)

Mathematisch-Physikalischer Salon, Staatliche Kunstsammlungen Dresden



Упрощенный вариант баллистической траектории  
Daniel Santbech, *Problematum astronomicorum et geometricorum sectiones septem*.  
Basel, 1561.



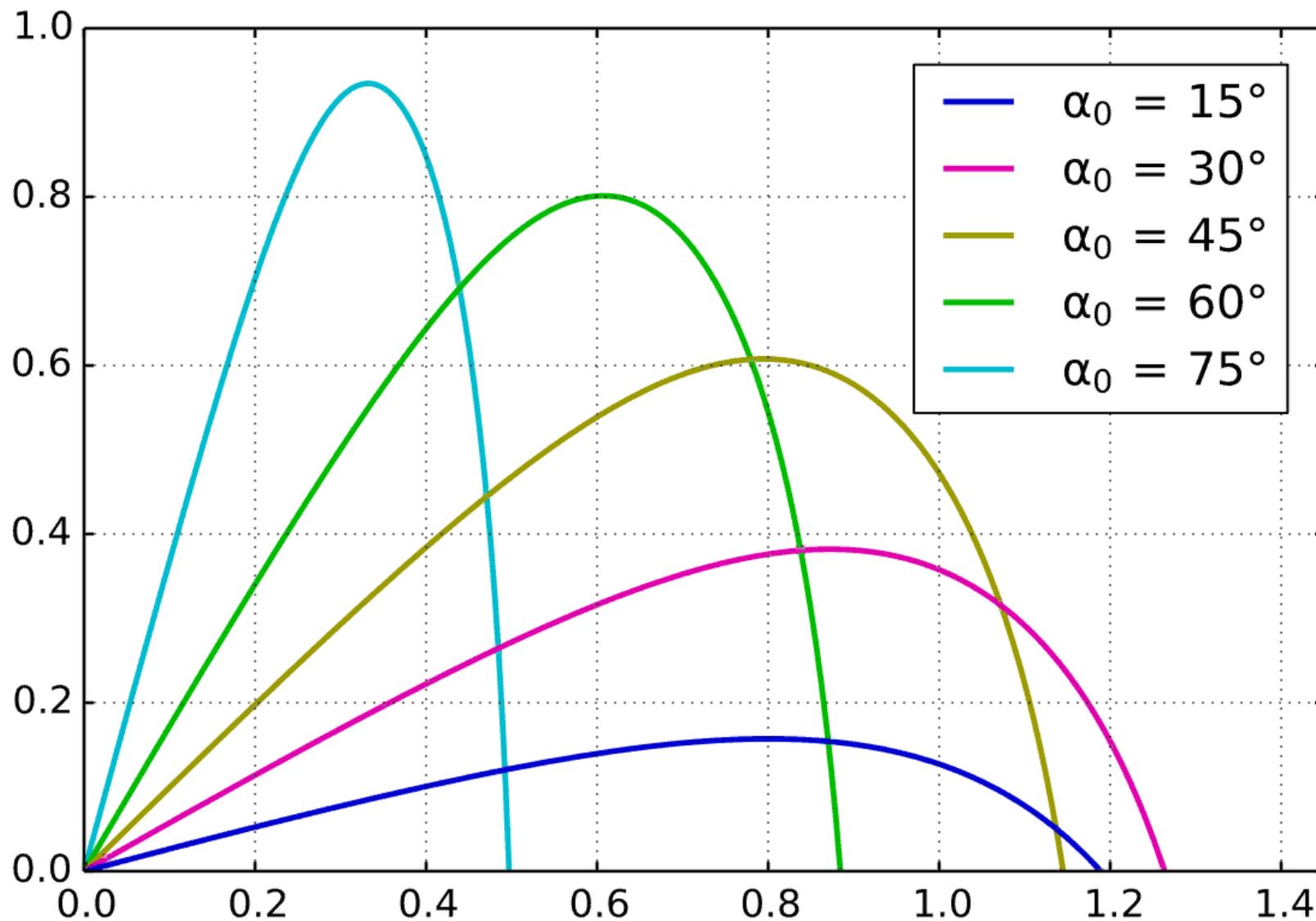
## Теория полета снаряда по Д. Сантбеку

1. Траектория состоит из двух частей – наклонной прямой, которая представляет вынужденное движение под действием силы порохового взрыва (импетуса), и вертикальной прямой, по которой происходит *естественное* падение под действием тяжести.
2. Траектория не является гладкой кривой.
3. Из текста трактата следует, что Сантбек сознательно упростил форму траектории, исходя из практических соображений. Он прекрасно понимал, что часть траектории, соответствующая насильственному движению, не может быть полностью прямолинейной. В конце этого этапа она должна искривляться в силу исчерпания импульса.
4. Практическое достоинство модели Сантбека состояло в том, что в ней для нахождения высоты полета и дальности стрельбы было достаточно знания элементарной геометрии.
5. Согласно Сантбеку, длина начального отрезка траектории постоянна и не зависит от угла возвышения. Отсюда следует (неверный) вывод, что максимальная дальность полета снаряда достигается при горизонтальной стрельбе.

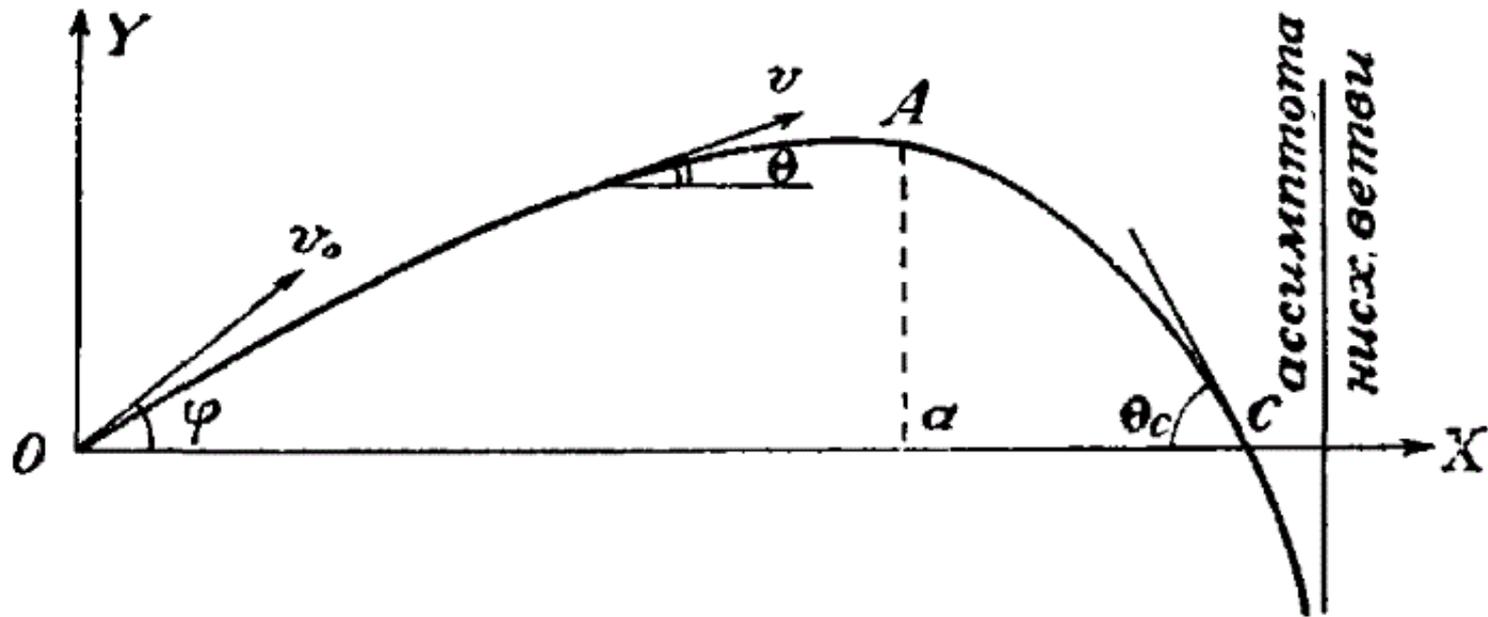
Проблема интерпретации. Разные принципы стрельбы:  
пушки – стрельба в упор (по прямой линии, не требует расчета траектории)  
мортиры и гаубицы – навесная стрельба (требует расчета траектории)



Современная баллистика. Траектории при различных углах возвышения  
Сходство с историческими аналогами XVI-XVII вв.



Современная баллистика.  
Траектория не симметрична;  
ее наивысшая точка смещена в направлении выстрела



Фиг. 2. Траектория снаряда в воздухе:  $OA$ —восходящая ветвь траектории,  $AC$ —нисходящая ветвь траектории,  $A$ —вершина траектории.

## Траектория полета снаряда в работах теоретиков движения (XVI в.)

### 1. Джироламо Кардано (1501-1576):

«Брошенное тело следует по пути, форма которого определяется тремя видами движений: в начале – *вынужденное* движение, в конце – совершенно *естественное*, в середине – их смешение». «Когда ядро, двигаясь по прямой линии, достигает вершины (пути), оно не сразу возвращается вниз по кругу или прямой линии, но сначала следует по линии, которая *очень близка к параболе* .... Заканчивается же движение вертикальным падением, свойственным тяжелой вещи».

Это первое упоминание параболы в связи с баллистической траекторией.

2. *Бернардино Бальди* (1553-1617)– переводчик на латинский язык и комментатор «Механических проблем» псевдо-Аристотеля. Придерживался аналогичной точки зрения.

## Траектория полета снаряда в работах теоретиков движения (XVI в.)

3. *Дж. Бенедетти* (1530-1590) – непосредственный предшественник Галилея.

Бенедетти:

«Чем быстрее движется ядро (мяч) насильственным движением, тем большей склонностью к движению по прямой линии оно обладает и поэтому тем меньше оно стремится к центру мира и от этого становится *легче*».

Этот тезис противоречит постулату классической механики, согласно которому силы, приложенные к телу, обладают независимым действием. Из тезиса Бенедетти следует, например, что свободно падающее тело упадет на землю раньше, нежели тело брошенное горизонтально с той же высоты.

Б. Бальди и Дж. Бенедетти при описании баллистической траектории – как и Леонардо – опирались на аналогию с вращением волчка.

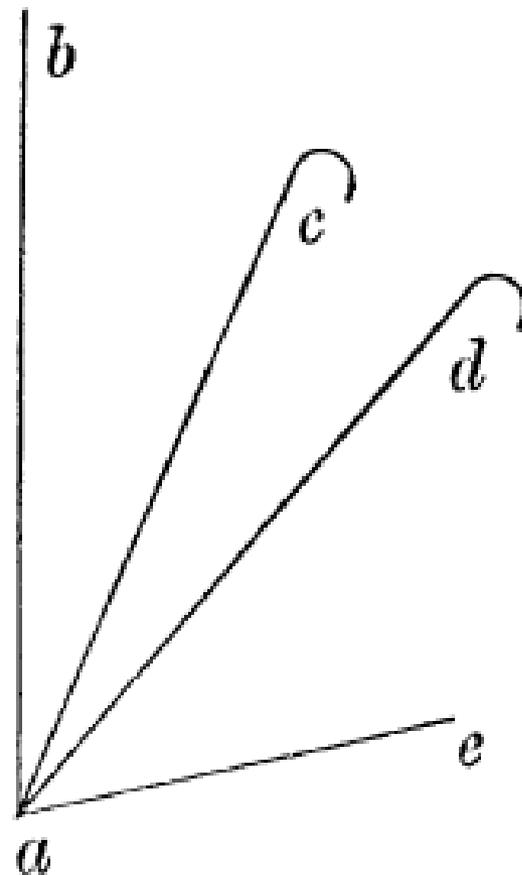
Баллистика XVI в. и раннее творчество Галилея  
Трактат «О движении» (De motu, ок. 1590)

Глава «Почему брошенные тела дольше движутся по прямой линии, чем те, что брошены с той же силой, но под более острым углом к горизонту».

Ответ Галилея (тезис восходит к Тарталье):

«Несмотря на то, что движущая сила артиллерийских орудий одна и та же, тем не менее, чем больше угол возвышения, тем большая часть этой силы запечатлевается в железных ядрах».

Следствие: величина начального прямолинейного отрезка траектории возрастает с увеличением угла возвышения (рисунок Галилея).



Томас Диггс (*Stratioticos*, 1579):

Представление средней ветви траектории в виде одного из конических сечений

Ставит вопросы :

- «Будет ли верхняя часть траектории, описываемой ядром, дугой окружности, как полагал Тарталья?»
- Или же она будет некоторым [другим] коническим сечением и [при этом] разным для разных углов возвышения?»
- Будет ли траектория параболической во всех ее частях для угла возвышения, при котором достигается максимальная дальность (т.е. при  $45^\circ$ )?»
- Будет ли дуга, которую Тарталья считал окружностью, эллипсом для углов возвышения, меньших угла максимальной дальности?»
- Будет ли эта кривая дуга гиперболой для углов возвышения, больших угла максимальной дальности?»

## Вопросы к лекции

1. Идея траектории – т.е. представление о том, что движению тела соответствует геометрическая линия, которая может быть подвергнута исследованию, рождается только в XVI веке. И только в отношении «земного» движения.

Что могло послужить ее источником?

2. В астрономии первые траектории планет появляются только в 1608 г. (Кеплер). Чуть раньше (сер. XVI в. начинают рисовать траектории комет).

Почему так поздно? И что послужило источником этой идеи?