История и методология механики

Лекция № 3

Евгений Алексеевич Зайцев
e_zaitsev@mail.ru

Лекция 3

- Развитие геометрической статики. Труды Архимеда по механике
- Проблемы расчета равновесия неизменяемых конструкций: колонн, опертых балок, мостов, плит.

Ж.-Л. Лагранж о трех подходах к проблеме равновесия. Три принципа, из которых могут быть выведены законы равновесия

«Статика – это наука о равновесии сил. …

Равновесие получается в результате уничтожения нескольких сил, которые *борются* и взаимно сводят на нет действие, производимое ими друг на друга; статика имеет своей целью дать законы, согласно которым происходит это уничтожение.

Эти законы основаны на общих принципах, которые можно свести к трем:

I. Принцип рычага,

II. Принцип сложения сил и

III. Принцип виртуальных скоростей».

Ж.-Л. Лагранж, «Аналитическая механика» (1788)

Отдел первый. О различных принципах статики (исторический обзор)

Три варианта построения статики, реализованные в истории механики (по Лагранжу)

- Классический вариант статики на основе принципа рычага построил Архимед.

- Наиболее полный вариант статики на основе принципа сложения сил построил П. Вариньон (1725)

- На основе принципа виртуальных скоростей – сам Лагранж (1788).

Принцип рычага (по Лагранжу)

«Принцип рычага, как его знают все механики, заключается в следующем. Если прямолинейный рычаг нагрузить с обеих сторон от точки опоры какими-либо двумя грузами таким образом, чтобы расстояния этих грузов от точки опоры были обратно пропорциональны самим грузам, то рычаг останется в равновесии, а нагрузка на точку его опоры будет равна сумме обоих грузов.

Для случая, когда грузы равны и находятся на равном расстоянии от точки опоры, Архимед принимает этот принцип в качестве очевидной аксиомы механики или, по меньшей мере, в качестве опытного закона. К этому простому и первичному случаю он сводит случаи, когда на рычаге помещены неравные грузы».

Архимед (287—212 до н. э.) – крупнейший математик и механик Античности

Родился и бо́льшую часть жизни прожил в городе Сиракузы на Сицилии. Учился в Александрии – основном научном центре эллинистической эпохи.

Сведения о жизни Архимеда дошли, благодаря авторам, жившим значительно позднее. Их достоверность обычно ставится под сомнение.

В связи с механикой, отметим сведения о том, что Архимед был, помимо блестящего математика, также выдающимся механиком-практиком .

Трактаты Архимеда, относящиеся к механике (из тех, что сохранились)

- «О равновесии плоских фигур» (статика)
- «О плавающих телах» (гидростатика)
- «Послание к Эратосфену о механическом методе» или «Эфод».

Некоторые отрывки произведений Архимеда по механике сохранились в «Механике» Герона и 8 книге «Математического собрания» Паппа Александрийского.

Архимед . «О равновесии плоских фигур или о центрах тяжести плоских фигур»

«Трактат «О равновесии плоских фигур» занимает особое место в творчестве Архимеда. Если в его математических трудах все построения базируются на фундаменте, заложенном задолго до их написания, в этом трактате он занимается изучением самих оснований выстраиваемой теории. Кроме того, он покидает сферу чистой математики, чтобы перейти к исследованию вопросов естествознания, которые трактует с точки зрения математики.

Архимед формулирует постулаты, на основе которых строит теорию равновесия; он тем самым становится первым, кто устанавливает тесную связь между математикой и механикой. Это достижение Архимеда имело далеко идущие последствия как для физики, так и для математики».

E.J. Dijksterhuis, “Archimedes” (1956, p. 286)

Архимед . «О равновесии плоских фигур или о центрах тяжести плоских фигур»

Трактат состоит из двух книг.

Кн. 1 посвящена нахождению центра тяжести плоских фигур (параллелограмма, треугольника, трапеции).

Кн. 2 посвящена определению центра тяжести параболического сегмента.

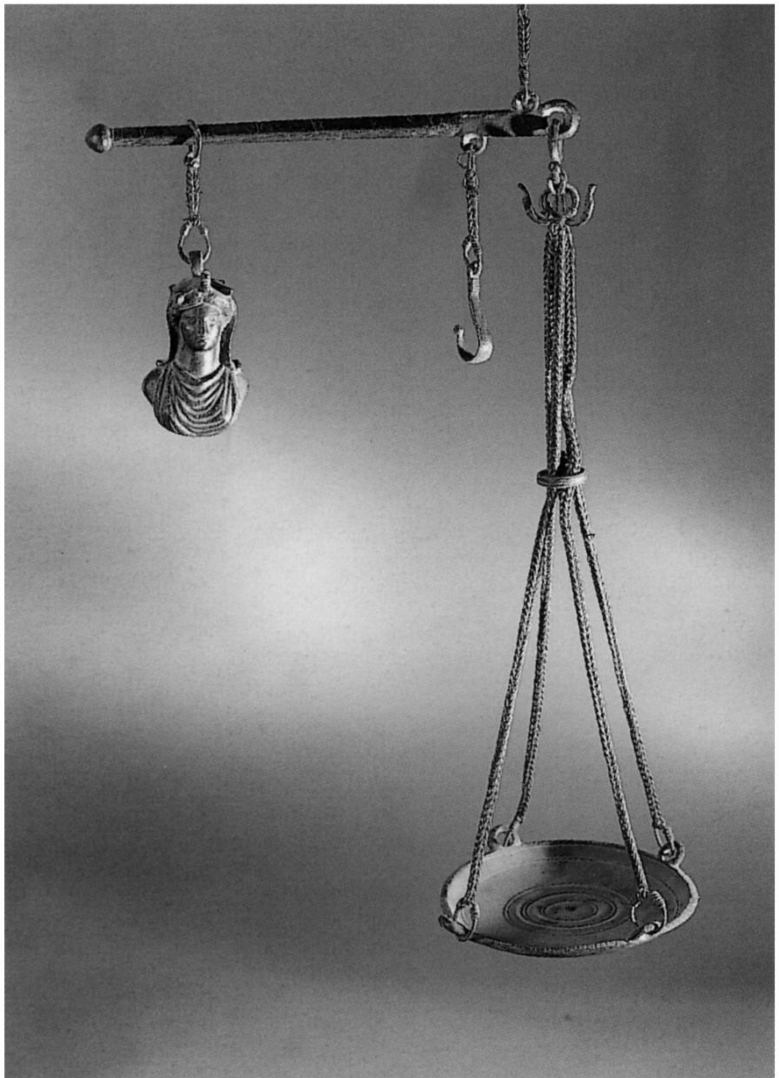
Трактат предполагает знакомство с понятием центра тяжести тела (определение центра тяжести в нем самом отсутствует). Отрывки их «Механики» Герона и «Математического собрания» Паппа позволяют его реконструировать:

Центром тяжести тела называется расположенная внутри него точка, обладающая тем свойством, что если за нее мысленно подвесить тяжелое тело, то оно останется в покое и сохраняет первоначальное положение.

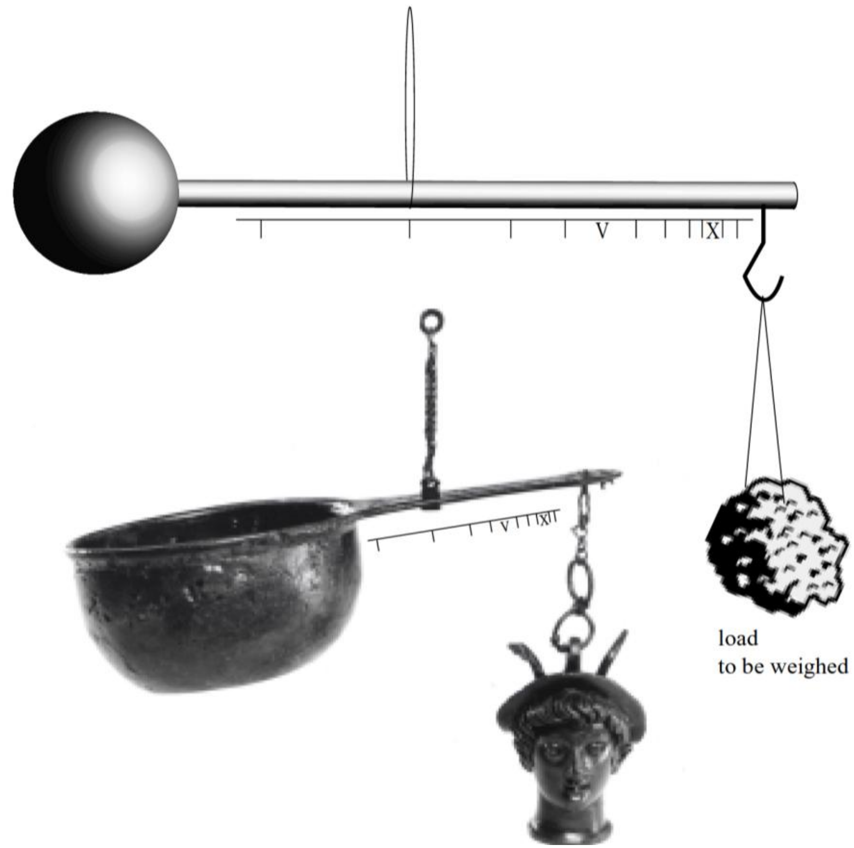
Подробнее о понятии центра тяжести по Архимеду, о доказательстве его существования и единственности, а также доступное изложение способа нахождения центра тяжести параболического сегмента см. И.Н. Веселовский «Очерки по истории теоретической механики» (М., 1974, с. 27-29).

Два типа неравноплечных весов Античности

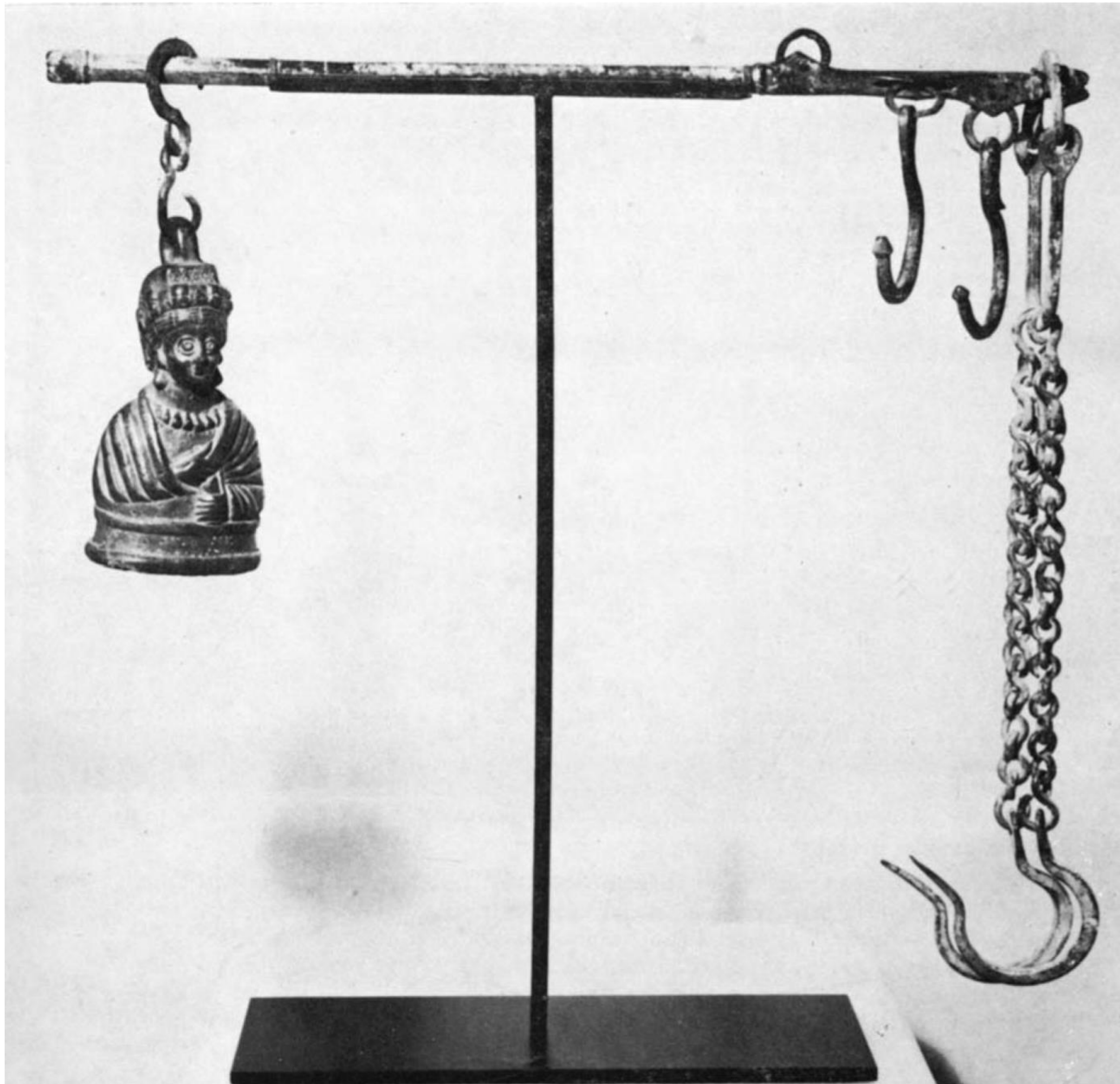
Римский безмен. Подвижная гиря постоянного веса. Линейная шкала



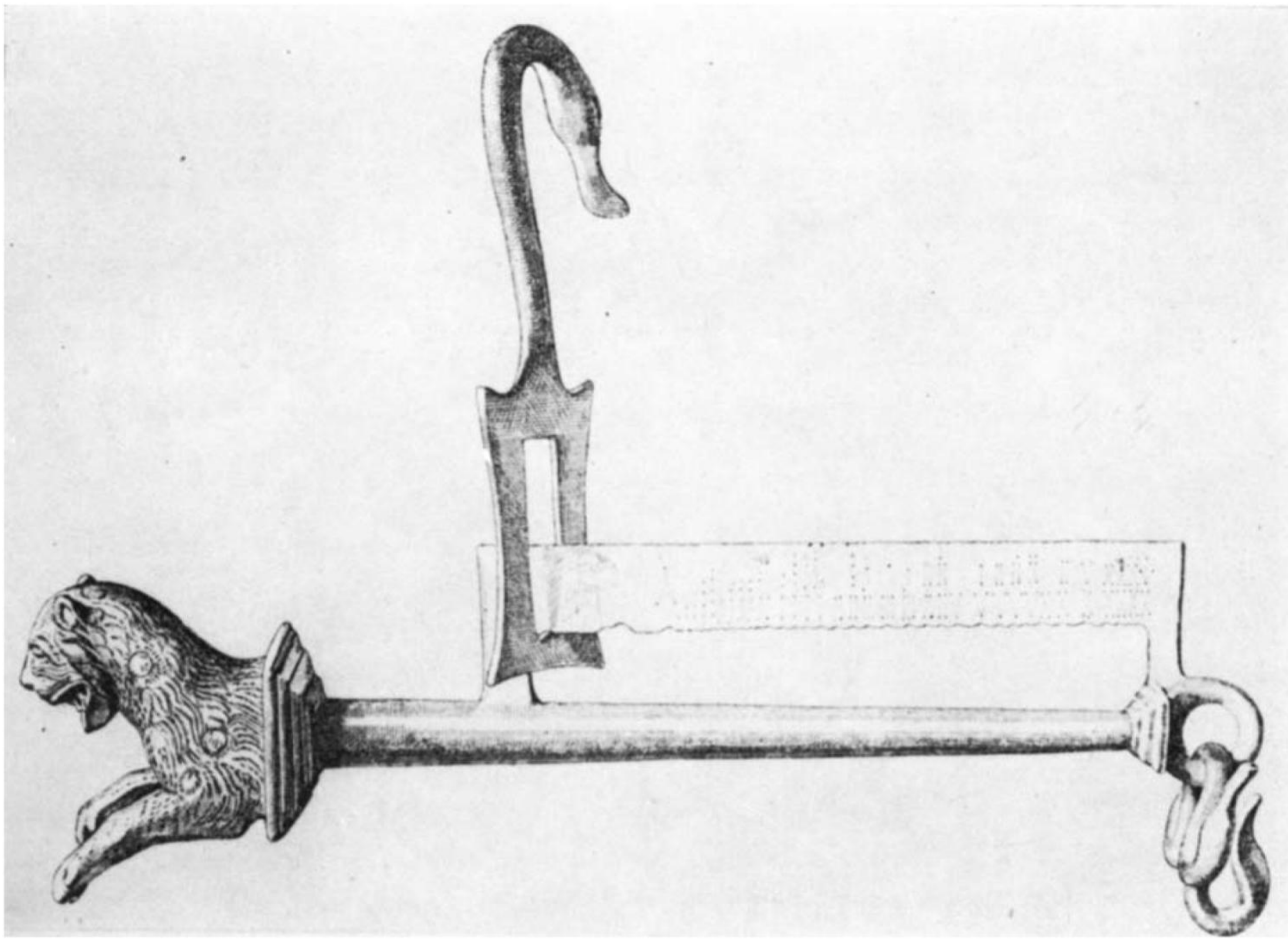
Датский безмен (bismar). Подвижная точка подвеса.



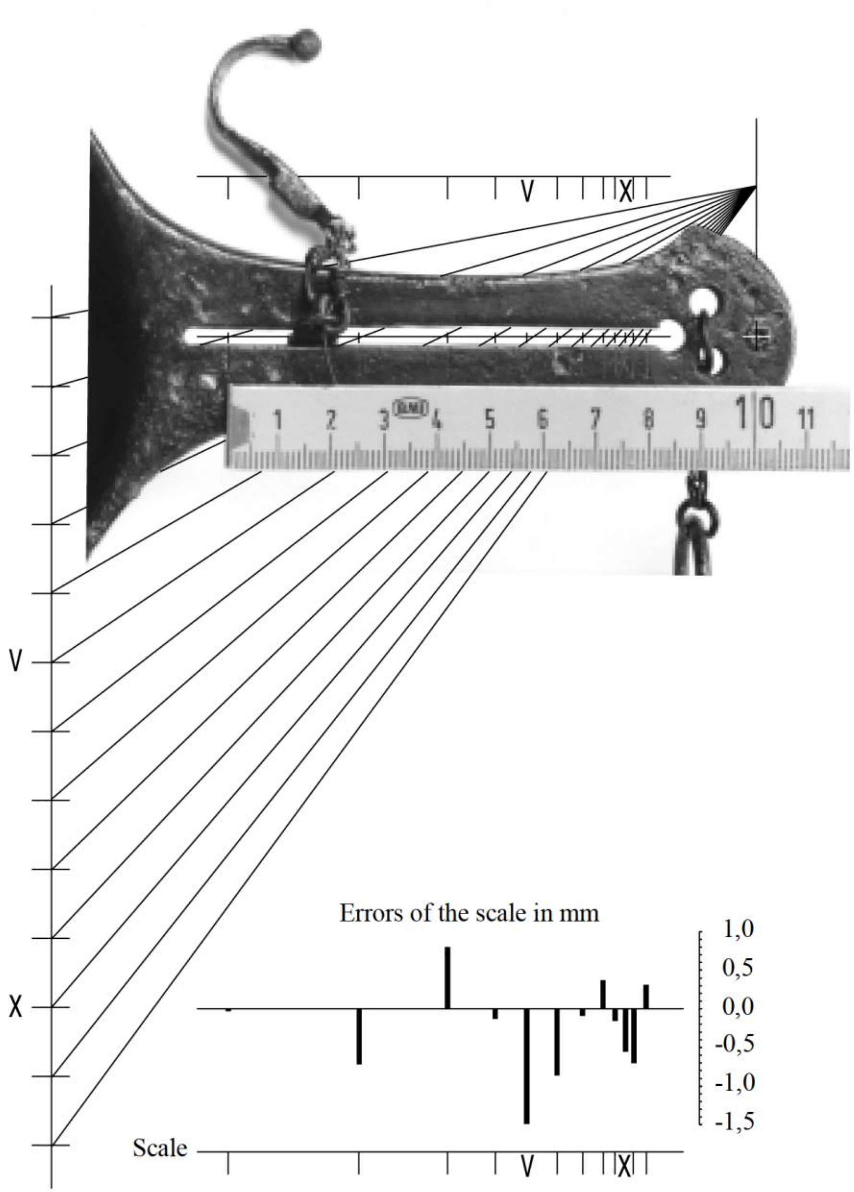
Римский безмен



Bismar



Датский безмен (bismar).
Сложная (нелинейная шкала градуировки).



«О равновесии плоских фигур».
Постулаты статики

«Сделаем следующие допущения:

1. *Равные тяжести на равных длинах уравновешиваются, на неравных же длинах не уравновешиваются, но перевешивают тяжести на большей длине.*

2. *Если при равновесии тяжестей на каких-нибудь длинах к одной из тяжестей будет что-нибудь прибавлено, то они не будут уравновешиваться, но перевесит та тяжесть, к которой было прибавлено.*

3. *Точно так же если от одной из тяжестей будет отнято что-нибудь, то они не будут уравновешиваться, но перевесит та тяжесть, от которой не было отнято».*

Постулаты статики Архимеда (продолжение)

4. *При совмещении друг с другом равных и подобных плоских фигур совместятся друг с другом и их центры тяжести.*

5. *У неравных же, но подобных фигур центры тяжести будут подобно же расположены.*

Под подобным расположением точек в подобных фигурах мы подразумеваем такое, в котором прямые, проведенные из этих точек к вершинам равных углов, образуют равные углы с соответственными сторонами.

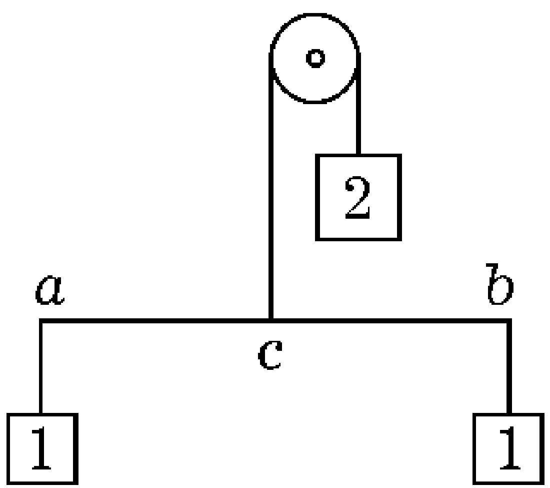
6. *Если величины уравновешиваются на каких-нибудь длинах, то на тех же самых длинах будут уравновешиваться и равные им.*

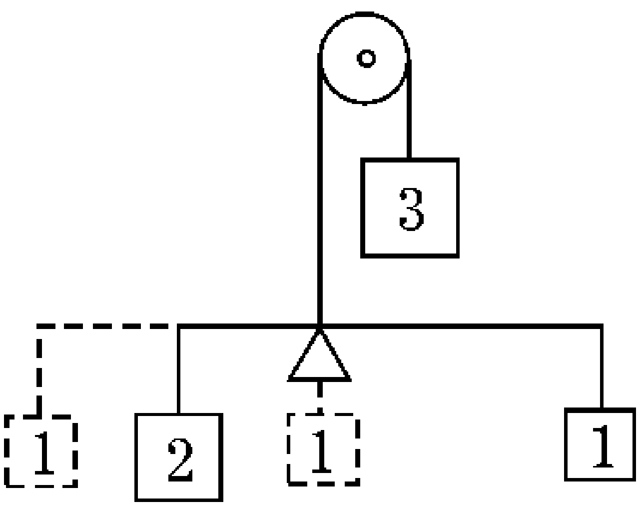
7. *Во всякой фигуре, периметр которой везде выпукл в одну и ту же сторону, центр тяжести должен находиться внутри фигуры».*

Предложение 6 (закон рычага).

«*Соизмеримые величины (A и B) уравновешиваются на длинах, которые будит обратно пропорциональны тяжестям».*

Идея доказательства для случая $A : B = 2 : 1$ (реконструкция Э. Маха).



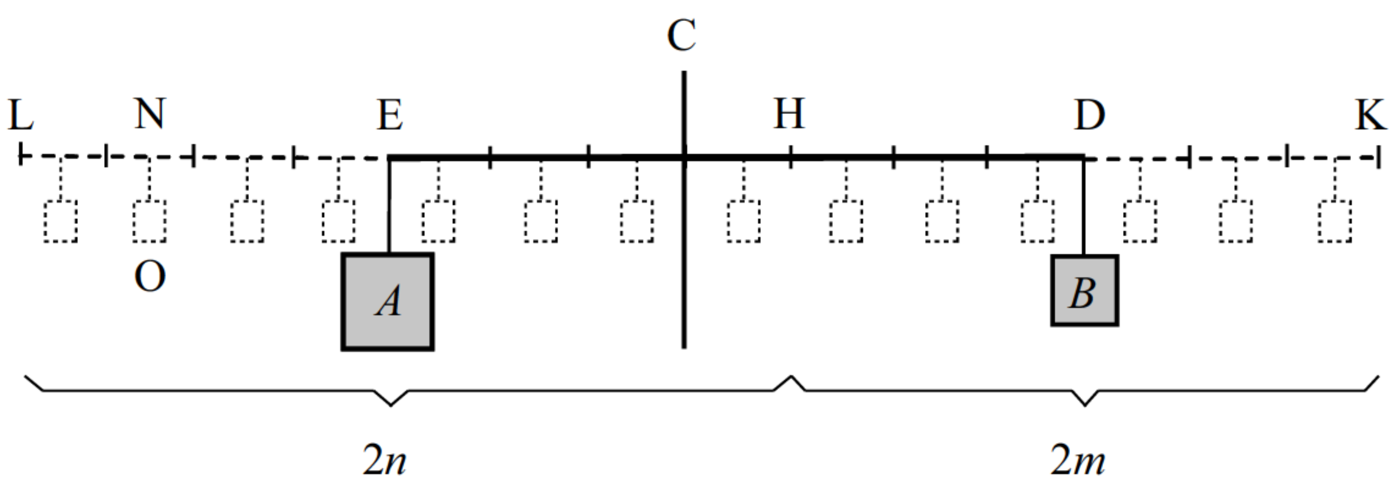


Предложение 6. *Соизмеримые величины (A и B) уравновешиваются на длинах, которые будит обратно пропорциональны тяжестям.*

Доказательство (для случая *A* : *B* = 4 : 3).

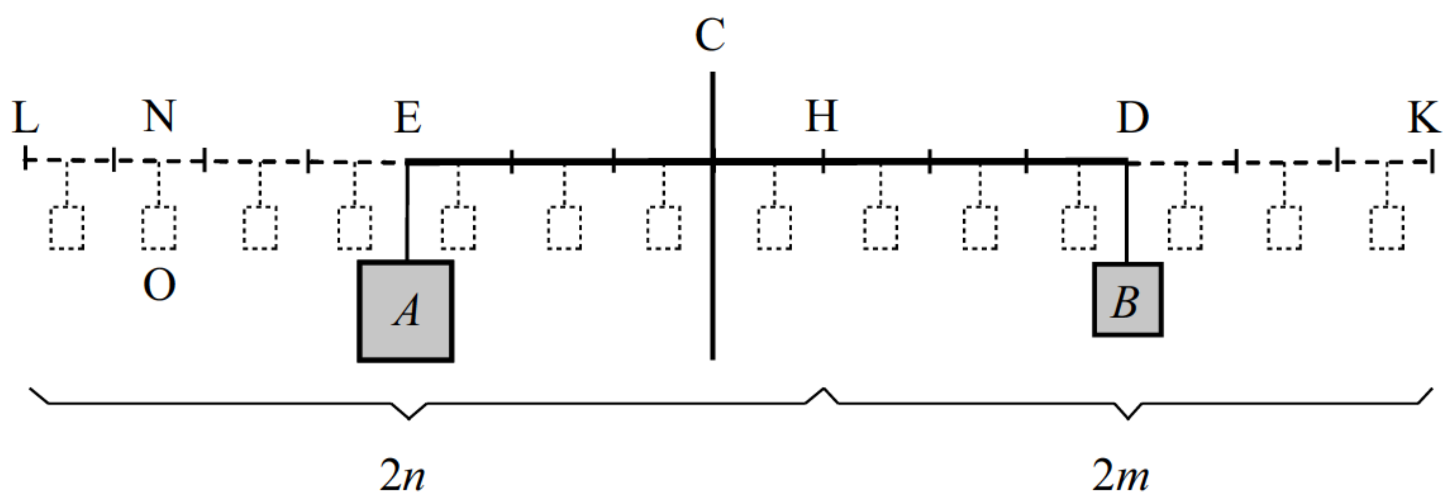
Дано плечо ED, на концах которого подвешены грузы *A* = 4 и *B* = 3. Разделим плечо ED на 7 равных отрезков N (назовем их «единичными») и найдем на нем точку C, отстоящую от точки подвеса *A* на 3 таких отрезка.

Докажем, что точка C будет центром тяжести системы грузов *A* и *B*.



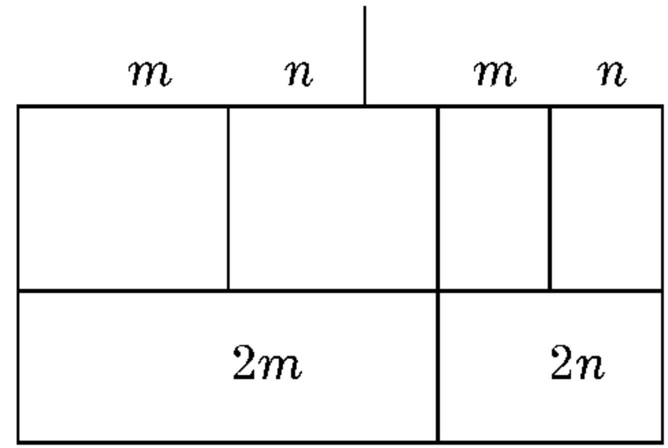
Доказательство (продолжение).

Увеличим плечо ED слева от груза *A* на 4 единичных отрезка (LE), а справа от *B* – на три (DK). Получим плечо, длина которого равна 14 единичным отрезкам. Разделим груз *A* на 8 равных частей O, а *B* – на 6. Распределим все 14 весовых частей O равномерно по длине плеча LK (подвесив их в центрах единичных отрезков N). Из соображений симметрии очевидно, что центр тяжести системы будет находиться в середине плеча LK, т.е. в точке, совпадающей с точкой C (Архимед строго доказывает этот факт, опираясь на постулаты и вспомогательные предложения). Объединив 8 единичных весовых частей O в эквивалентный груз *A*, и 6 таких же частей – в эквивалентный груз *B*, делаем вывод, что равновесие наступит, если подвесить систему в точке C.



Видоизмененный вариант доказательства (Стевин, 1586; Галилей, ок. 1593)

Рассмотрим горизонтальную однородную и тяжелую призму и стержень такой же длины, к концам которого подвешена призма. Стержень повешен в середине. Очевидно, что система находится в равновесии. Пусть длина призмы равна $2(m + n)$. Разрежем ее так, чтобы длина одной части была *2m,* а второй – $2n$. Если прикрепить концы обеих частей у самого разреза нитями к стержню, то равновесие не нарушится. Подвесим обе призмы за середины к стержню и удалим все нити. Так как длина стержня равна $2(m + n)$, то каждая половина равна $m + n$. Расстояние точки подвеса правой призмы от точки подвеса стержня равна m, а левой – n. Таким образом, равновесие существует, когда груз $2m$ подвешен на одной стороне на расстоянии n от точки подвеса стержня*,* а груз $2n$ – на другой стороне на расстоянии m.



Э. Мах, «Механика. Историко-критический опыт ее развития» (2000), с. 20

Еще один видоизмененный вариант доказательства (Лагранж, 1788)

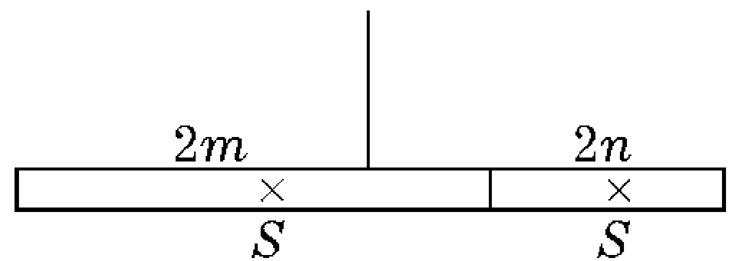
Рассмотрим однородную горизонтальную призму, подвешенную посредине. Пусть эта призма разделена на две части, длиной $2m$ и $2n$. Система будет находиться в равновесии.

Обозначим через S центры тяжестей этих частей. Очевидно, что точки S находятся на расстояниях n и m от точки подвеса.

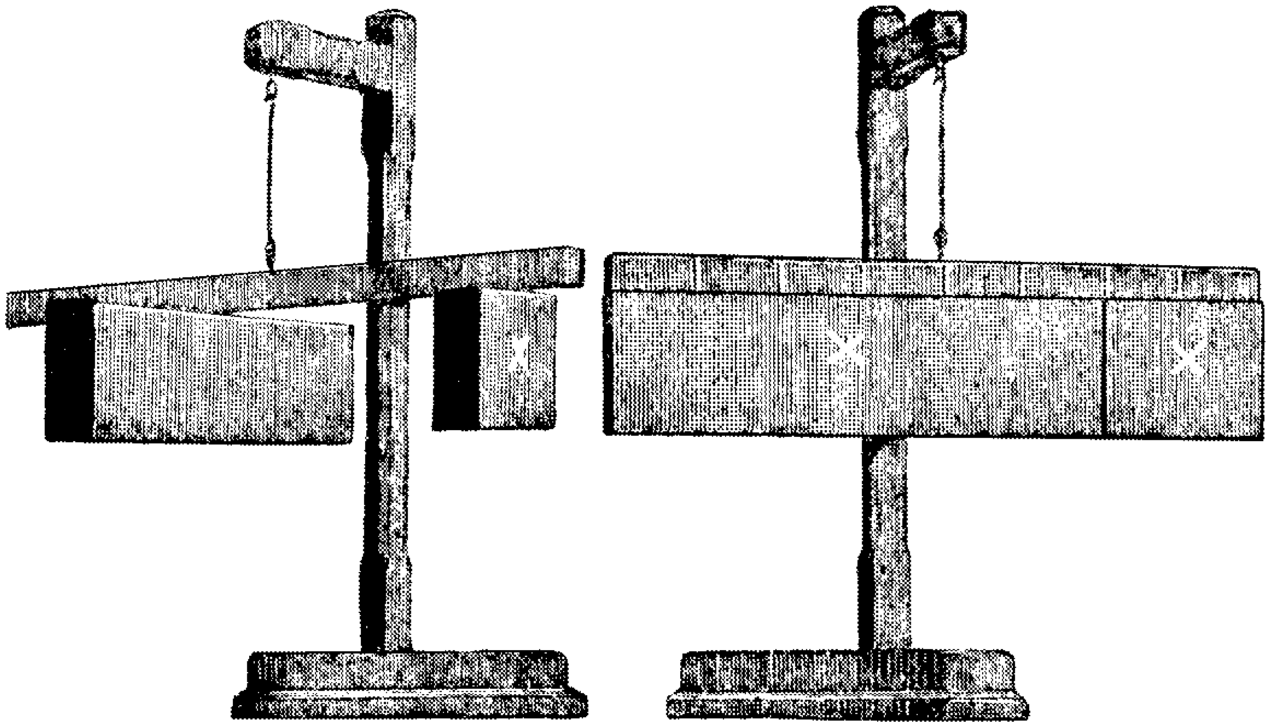
Если подвесить к точкам S грузы, пропорциональные $2m$ и $2n$, то система останется в равновесии. Правило рычага доказано.

«Такой краткий вывод возможен только для ума, привычного к математическому воззрению».

Э. Мах, «Механика. Историко-критический опыт ее развития» (2000), с. 21



И еще один вариант доказательства (Гюйгенс, 1693)



Э. Мах, «Механика. Историко-критический опыт ее развития» (2000), с. 22–24.

Центр тяжести треугольника

Предложение 13.

У всякого треугольника центр тяжести будет на прямой, которая проведена из угла к середине основания.

Предложение 14.

У всякого треугольника центром тяжести будет точка, в которой встречаются прямые, проведенные из углов к серединам сторон.

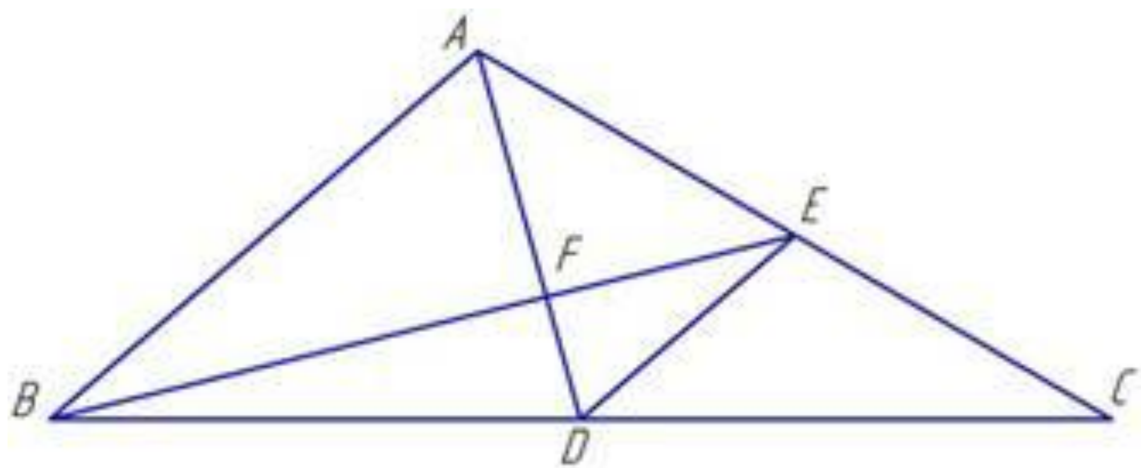
Центр тяжести треугольника

Доказательство

Пусть дан треугольник *ABC* . Разделим линию *BC* пополам в точке *D* и соединим *A* и *D*. Если опереть треугольник на линию *AD*, он не будет иметь момента ни в ту, ни в другую сторону, так как треугольники *ABD* и *ADC* равны.

Точно так же если разделить линию *AC* в точке *E* и соединить точки *B* и *E*, то, если опереть треугольник на линию *BE*, он также не наклонится ни в ту, ни в другую сторону.

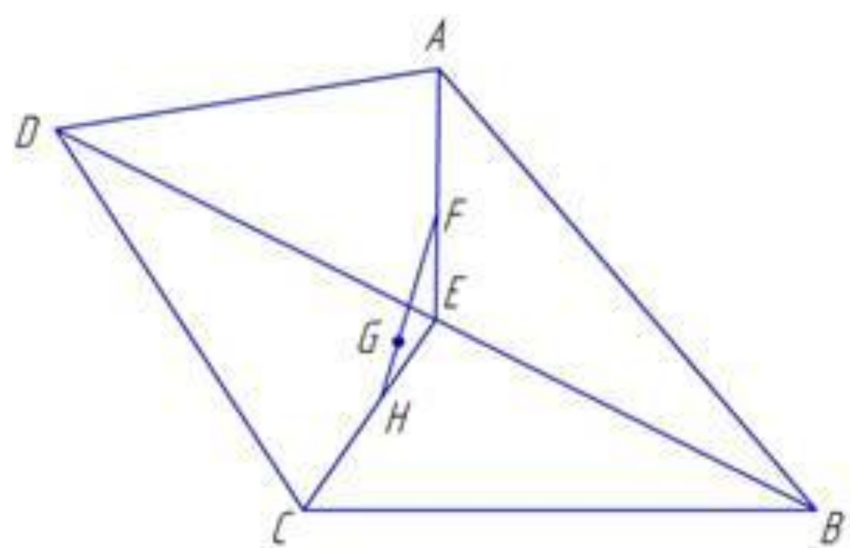
Так как треугольник, будучи оперт на каждую из линий *AD* и *BE*, находится в равновесии своих частей и не наклоняется ни в ту, ни в другую сторону, то общая точка *F*, в которой эти две линии пересекаются, является центром тяжести.



Центр тяжести четырехугольника (И.Н. Веселовский)

Пусть дан четырехугольник *ABCD*. Соединим точки *B* и *D* и разделим *BD* пополам в точке *E*; соединим также *A* и *E*, *E* и *C* и разделим линии *AE* и *EC* в точках *F* и *H* таким образом, чтобы *AE* была равна удвоенной величине *FE*, а *CH* – удвоенной *HE*. Тогда центр тяжести треугольника *ABD* – точка *F*, а центр треугольника *BDC* – точка *H*.

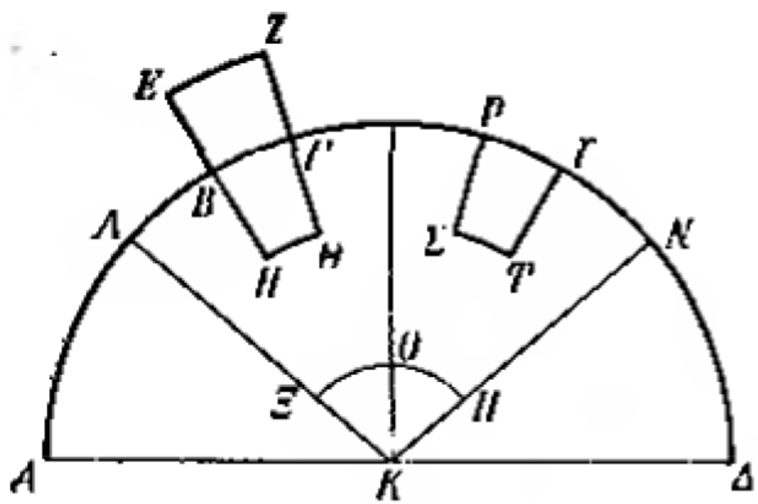
Представим треугольник *ABD* сосредоточенным в точке *F*, а треугольник *BCD* – в точке *H*. Тогда линия *FH* становится коромыслом, на концах которого находятся эти величины. Поэтому если разделить линию *FH* в точке *G* таким образом, чтобы *GH* относилось к *FG* как вес *F*, т. е. вес треугольника *ABD* к весу *H* – к весу треугольника *BDC*, то точка *G*, в которой оба веса уравновешиваются, является центром тяжести этого четырехугольника.



Архимед «О телах, плавающих в воде» (в двух книгах)

Кн. I. Предложение 5 (закон гидростатики Архимеда)

«Тело, более легкое, чем жидкость, будучи опущено в эту жидкость, погружается настолько. чтобы объем жидкости, соответствующий погруженной {части тела}, имел вес, равный весу всего тела».



В трактате «О равновесии плоских фигур» доказательства основываются на постулате «плоской Земли». Линии действия силы тяжести параллельны между собой и перпендикулярны поверхности (плоской) Земли.

В трактате «О плавающих телах» при доказательстве предложений существенным образом используется сферичность Земли

«Послание к Эратосфену о механическом методе» или «Эфод».

В «Эфоде» описан механический метод вычисления квадратур (площадей) и кубатур (объемов). В отличие от метода исчерпывания, являющегося косвенным доказательством (методом от противного), который убеждает в правильности результата, механический метод позволяет этот результат находить. «Эфод» - единственное античное произведение, посвященное методу открытия, при помощи которого можно получать неизвестные ранее результаты. Трактат был обнаружен в нач. XX века.

Архимед о своем методе

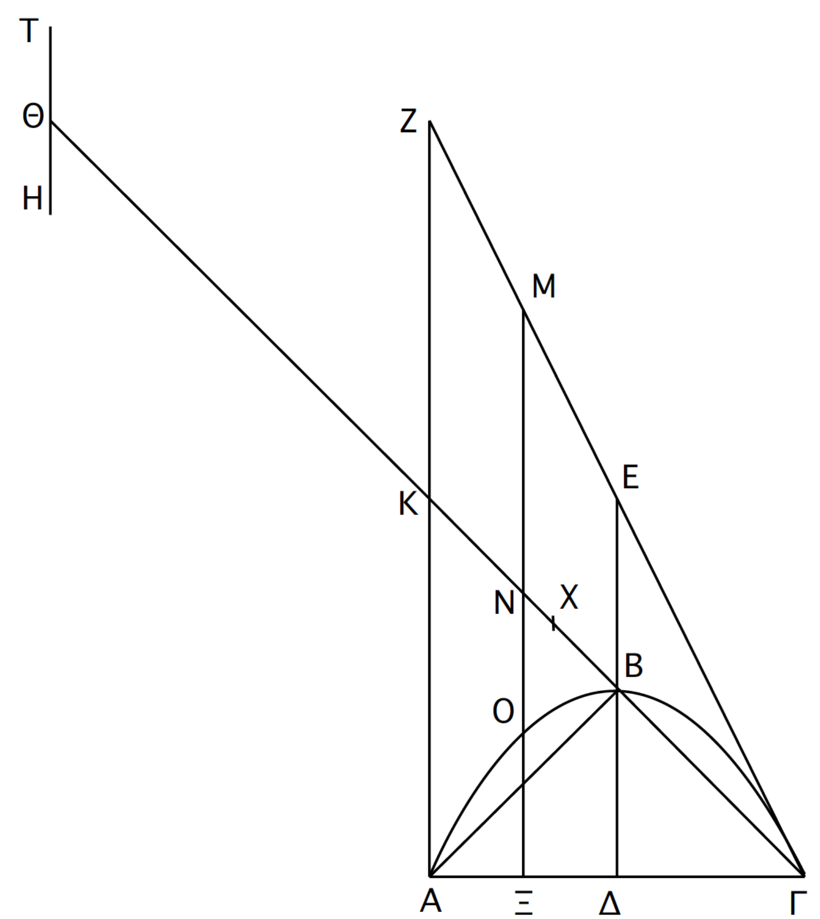
«В этой книге я посылаю тебе запись доказательства двух теорем. Зная, что ты являешься … ученым человеком и по праву занимаешь выдающееся место в философии, … я счел нужным … изложить некоторый особый метод, при помощи которого ты получишь возможность мри помощи механики находить некоторые математические теоремы. Я уверен, что этот метод будет тебе ничуть не менее полезен и для доказательства самих теорем. Действительно, кое-что из того, что ранее было мною усмотрено при помощи механики, позднее было также доказано и геометрически, так как рассмотрение при помощи этого метода еще не является доказательством; однако получить при помощи этого метода некоторое предварительное представление об исследуемом, а затем найти и само доказательство, гораздо удобнее, чем производить изыскания ничего не зная».

«Послание к Эратосфену о механическом методе» или «Эфод».

Предложение 1

Пусть АВГ будет сегмент, заключающийся между прямой АГ и параболой АВГ; разделим АГ пополам в Δ, параллельно диаметру проведем ΔВЕ и соединяющие прямые АВ и ВГ

Я утверждаю, что сегмент АВГ составляет четыре трети треугольника АВГ.



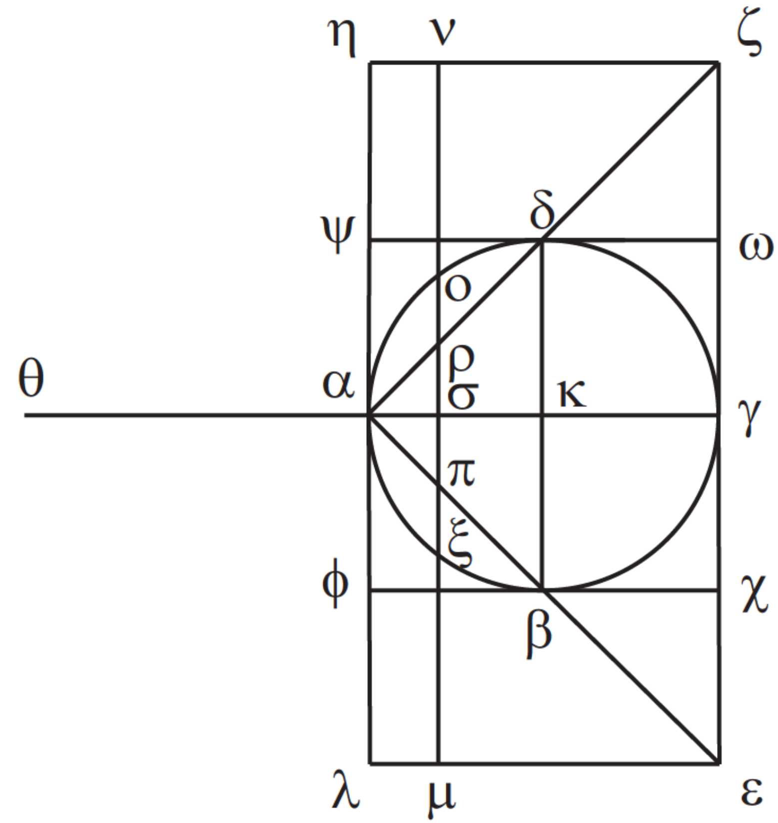
Метод доказательства

Из точек А и Г проведем АZ, параллельную ΔВЕ, и ГZ, касательную к параболе; продолжим ГВ до К и отложим КΘ, равную ГК.

Вообразим равноплечий рычаг ГΘ с серединой К и какую-нибудь прямую МΞ, параллельную ЕΔ.

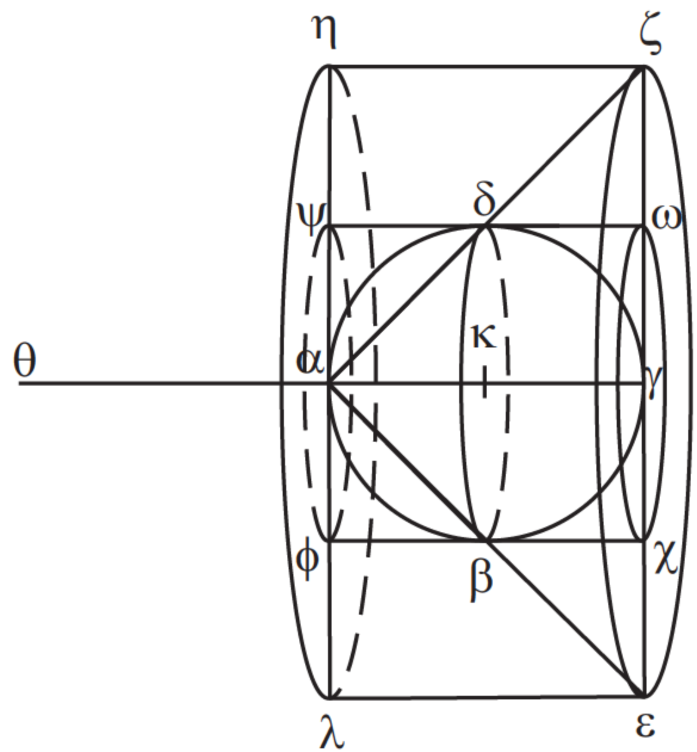
Предложение 2. Соотношение между объемами конуса, шара и цилиндра

При помощи того же метода можно найти, что всякий шар будет в четыре раза больше конуса с основанием, равным большому кругу шара, и с высотой, равной радиусу шара, а также, что всякий, цилиндр с основанием, равным большому кругу шара, и высотой, равной диаметру шара, будет в полтора раза больше шара.



Предложение 2. Соотношение между объемами конуса, шара и цилиндра

При помощи того же метода можно найти, что всякий шар будет в четыре раза больше конуса с основанием, равным большому кругу шара, и с высотой, равной радиусу шара, а также, что всякий, цилиндр с основанием, равным большому кругу шара, и высотой, равной диаметру шара, будет в полтора раза больше шара



Проблемы расчета равновесия и нагрузки неизменяемых конструкций: колонн, опертых балок, мостов, плит.

Основные фрагменты по этой теме содержится
в «Механике» Герона Александрийского (сохранилась только в арабском переводе)
Книга I, VI, 25-33

Опубликованы : Carra de Vaux, Journal Asiatique (1893), p. 77-90) = Opera quae supersunt, 1900, Bd. 2. (ed. L. Nix), S. 70-88.

Специалисты сходятся во мнении, что содержание этих фрагментов восходит к несохранившимся работам Архимеда.

На следующих слайдах приведены иллюстрации некоторых задач на расчет нагрузки на колонны и балки из «Механики»

Содержание самих задач опубликую в этой презентации в ближайшее время.

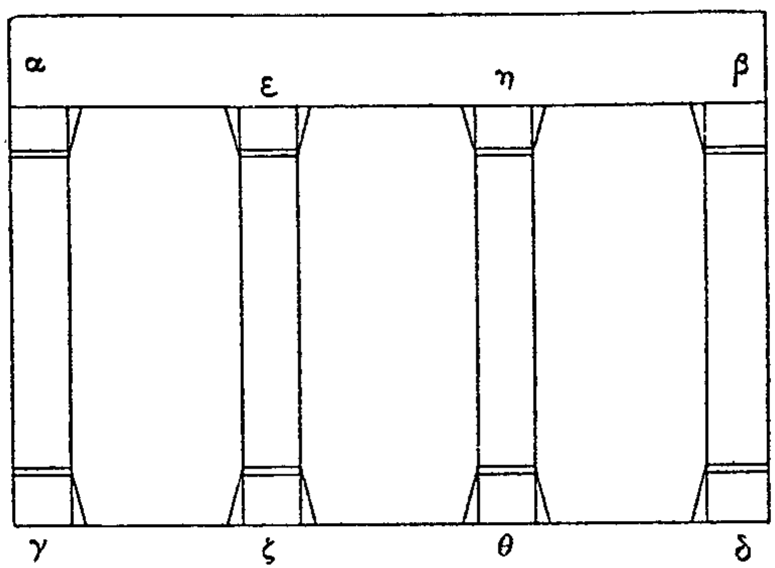


Fig. 13.

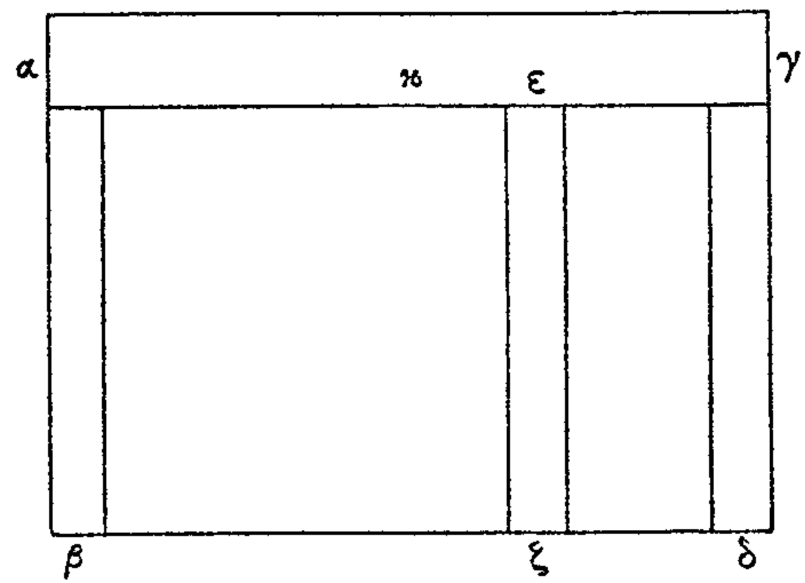


Fig. 16.

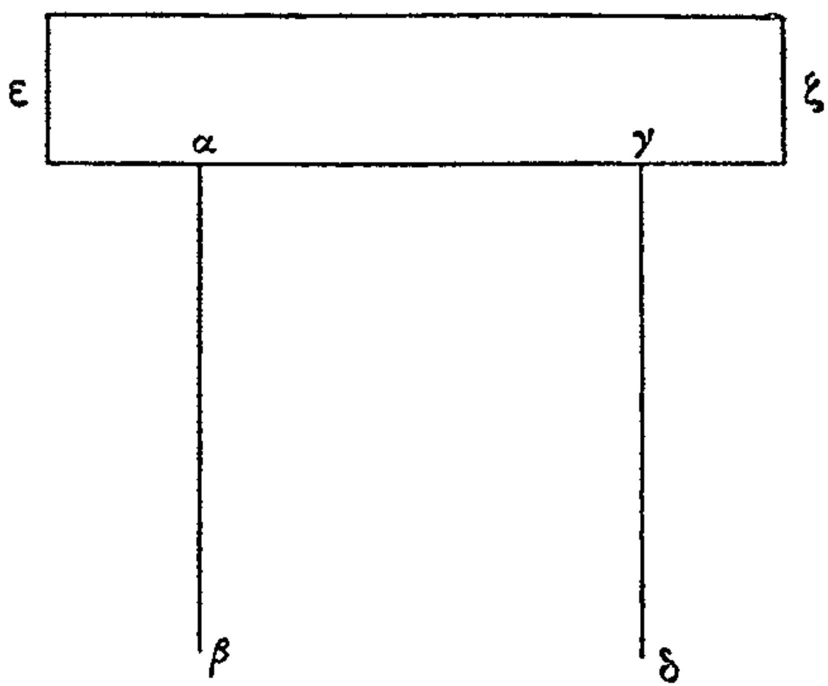


Fig. 17.

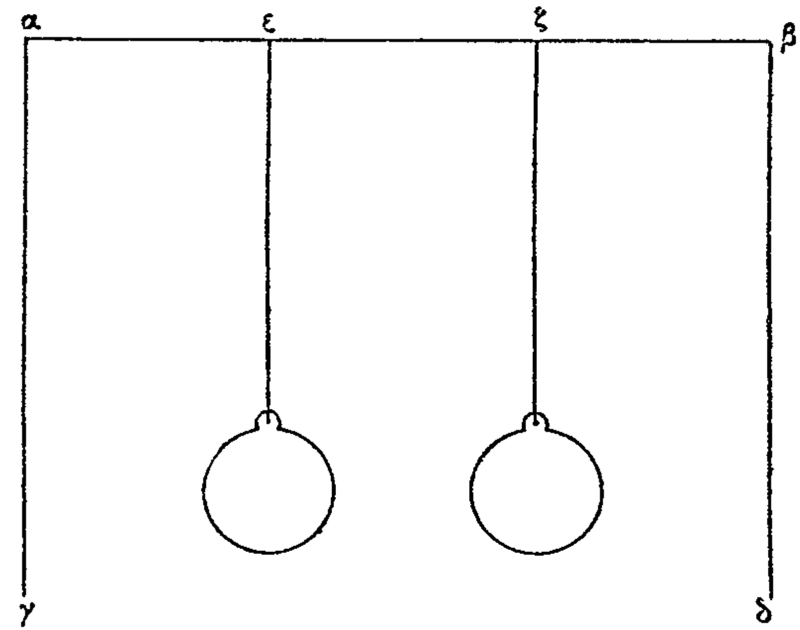


Fig. 18.

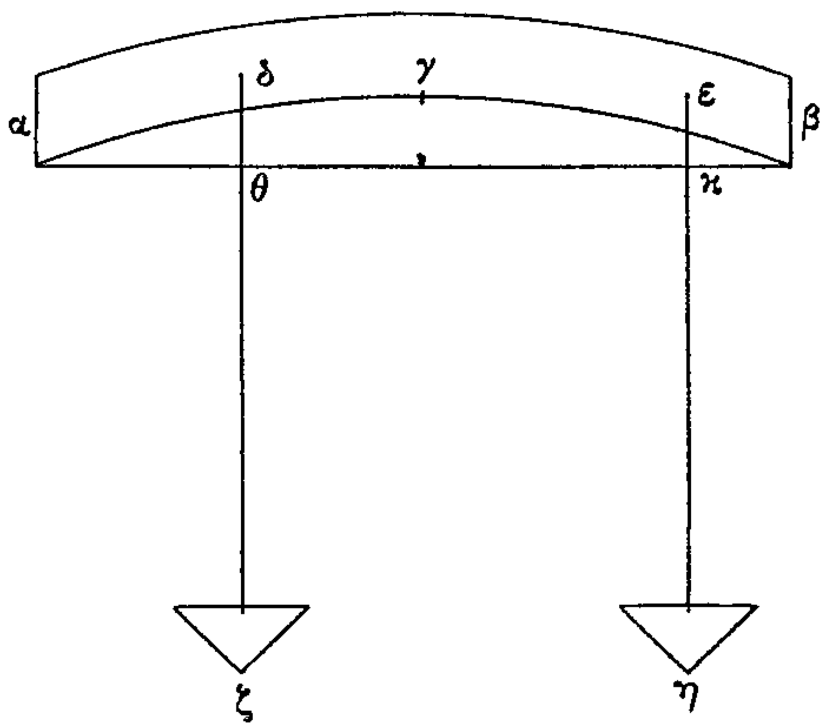


Fig. 19.

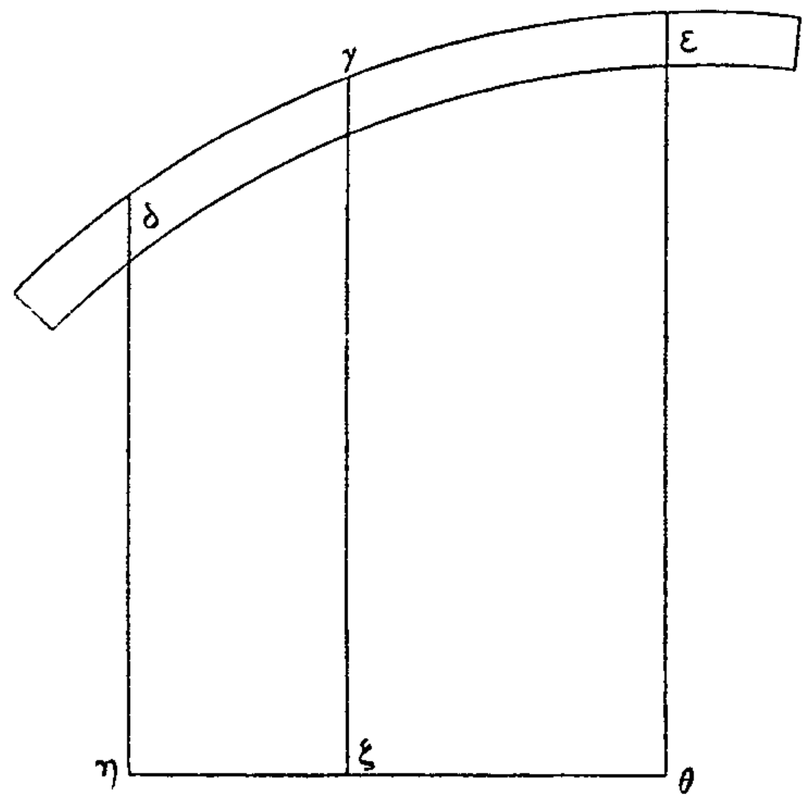


Fig. 20.

Дополнение. Геостатика. Основные задачи.

1. Задача о равновесии тяжелых тел в центре Земли

2. Задача о равновесии весов, размеры которых сравнимы с размерами Земли

Закон рычага и условия его выполнения

Условия корректности доказательства закона рычага по Архимеду:

1. Условие однородности: сила тяжести, приложенная к телам и их частям, прямо пропорциональна их объему.

2. Условие постоянства направления приложения силы тяжести: линии действия силы тяжести параллельно направлены. Гипотеза «плоской Земли».

Эти условия обеспечивают также корректность определения **центра тяжести** тела или системы тел.

Однако, на деле Земля не плоская, а сферическая. Отсюда проблема геостатики, занимавшая механиков сл времен Античности до сер. XVII в. Можно ли построить геостатику аналогично обычной статике?

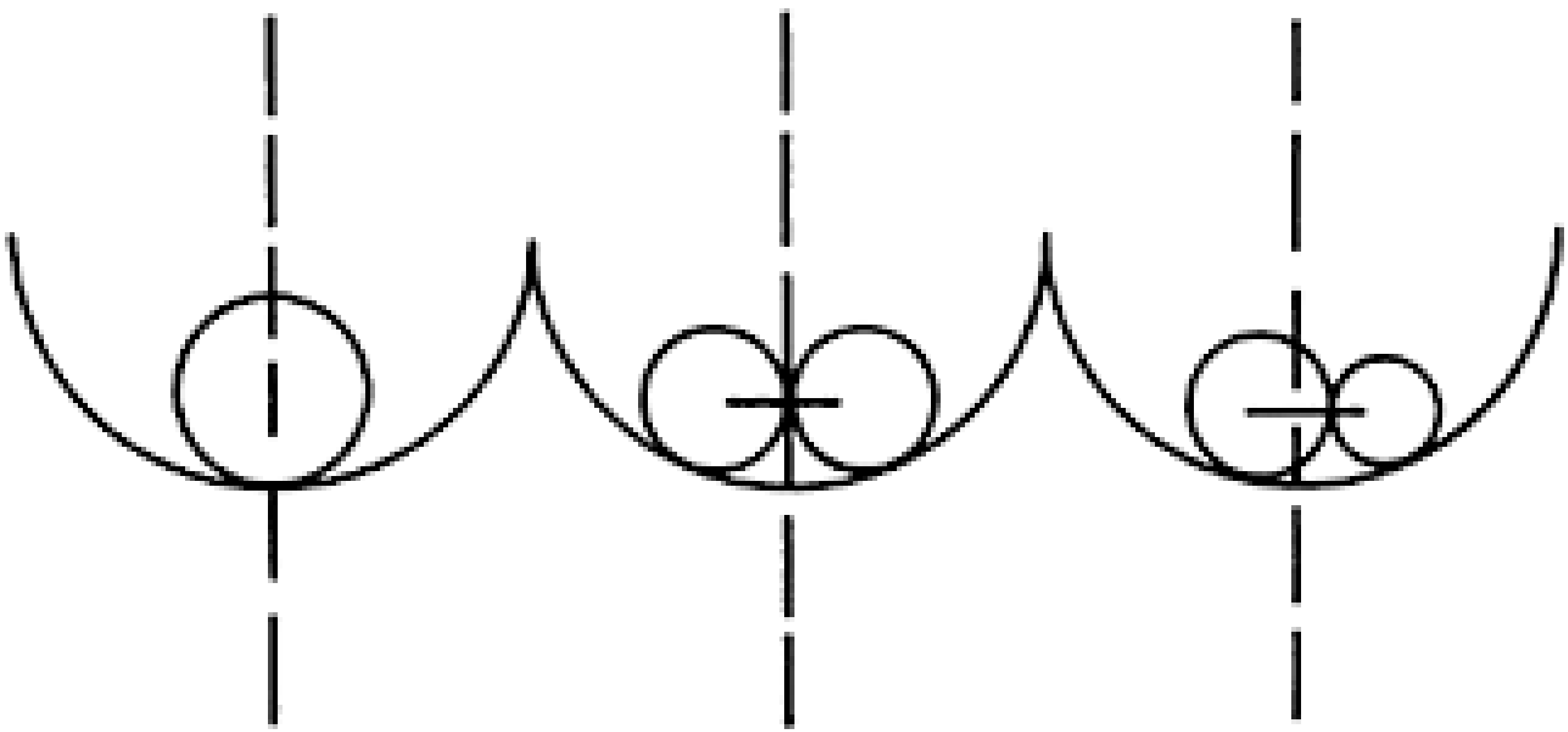
Первый пример геостатического равновесия
О равновесии гвоздя в центре Земли
Марсилий Ингенский (XIV в.), Комментарий к «Физике» Аристотеля

«Представим себе, например, что гвоздь находится в равновесии в центре Земли. [В этом случае] лишь малый отрезок гвоздя – та часть, которая находится вблизи шляпки – будет расположен с одной стороны от центра [Земли], ибо шляпка гораздо тяжелее, чем остальная часть гвоздя.»

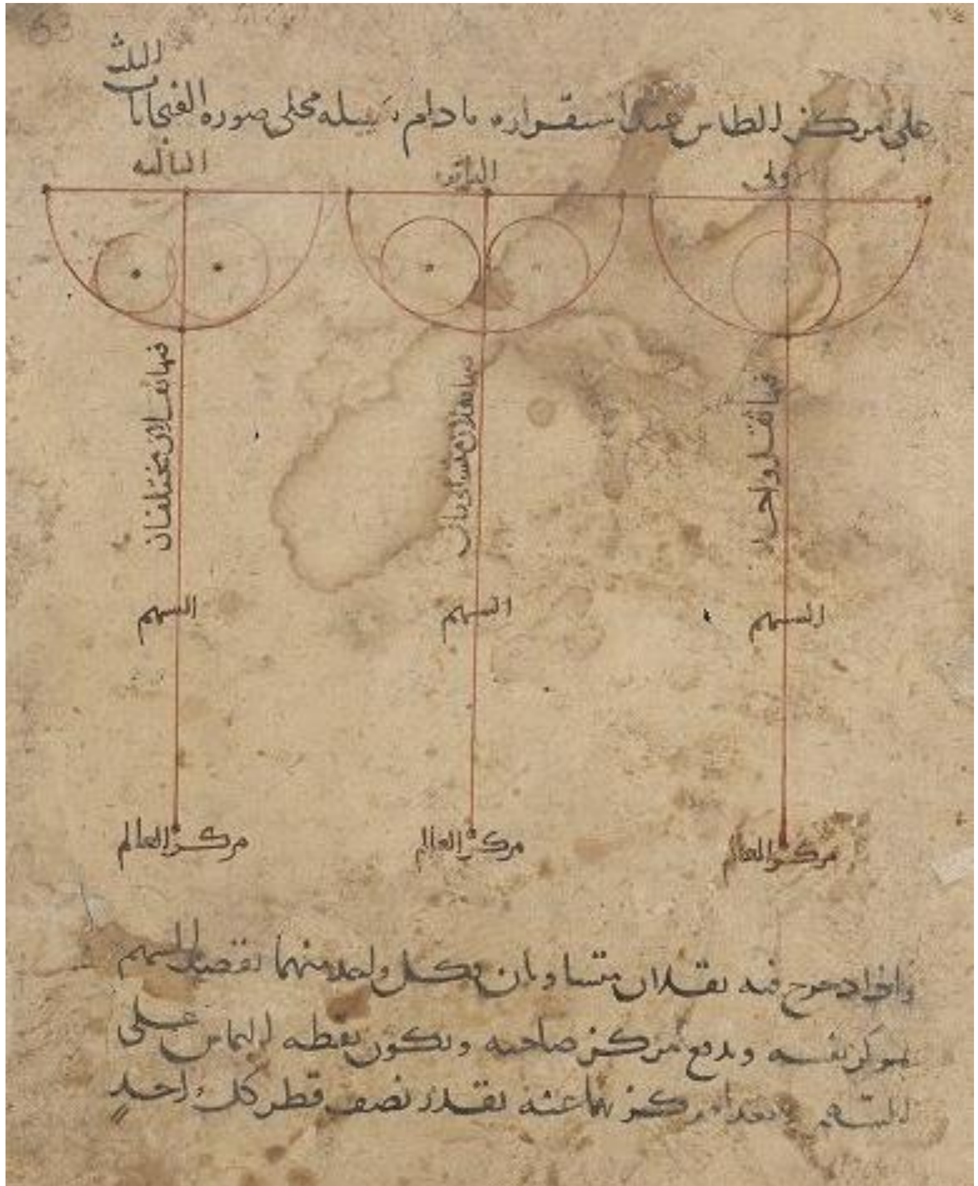
Questiones in libros physicorum (lib. IV, q. 5)

Если тело несимметрично (либо по геометрической форме, либо вследствие неравномерного распределения тяжести), то его центр тяжести, при совпадении с центром мира, будет смещен в сторону большей тяжести.

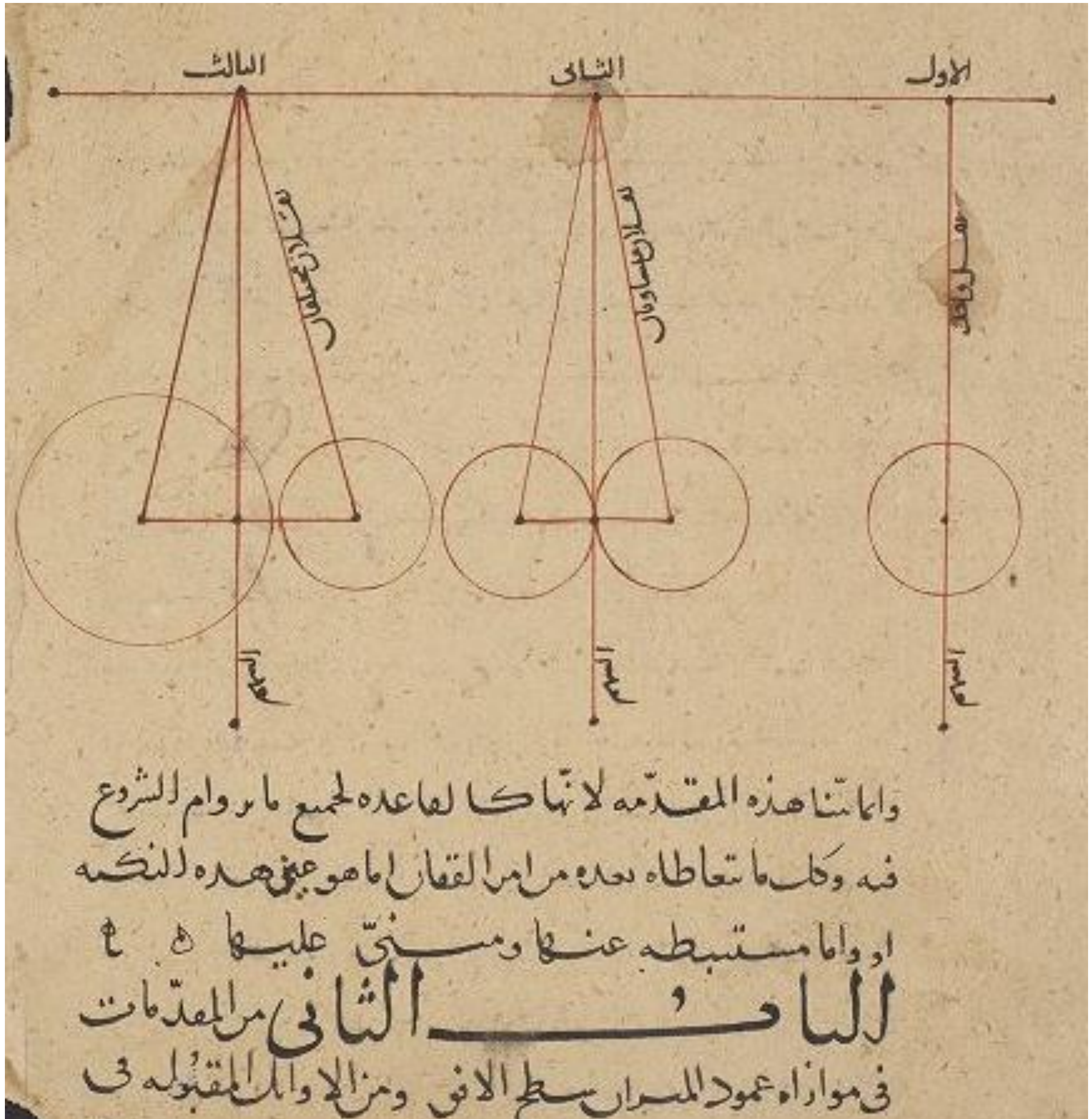
Модель геостатического равновесия (сферы внутри сферы).
Ал-Хазини «Книга весов мудрости» (XII в.)



Ал-Хазини, «Книга весов мудрости» (XII в.).



Другая модель геостатического равновесия (сферы на нитях)
Ал-Хазини, «Книга весов мудрости» (XII в.).



Геостатика в 30-х гг. XVII в.

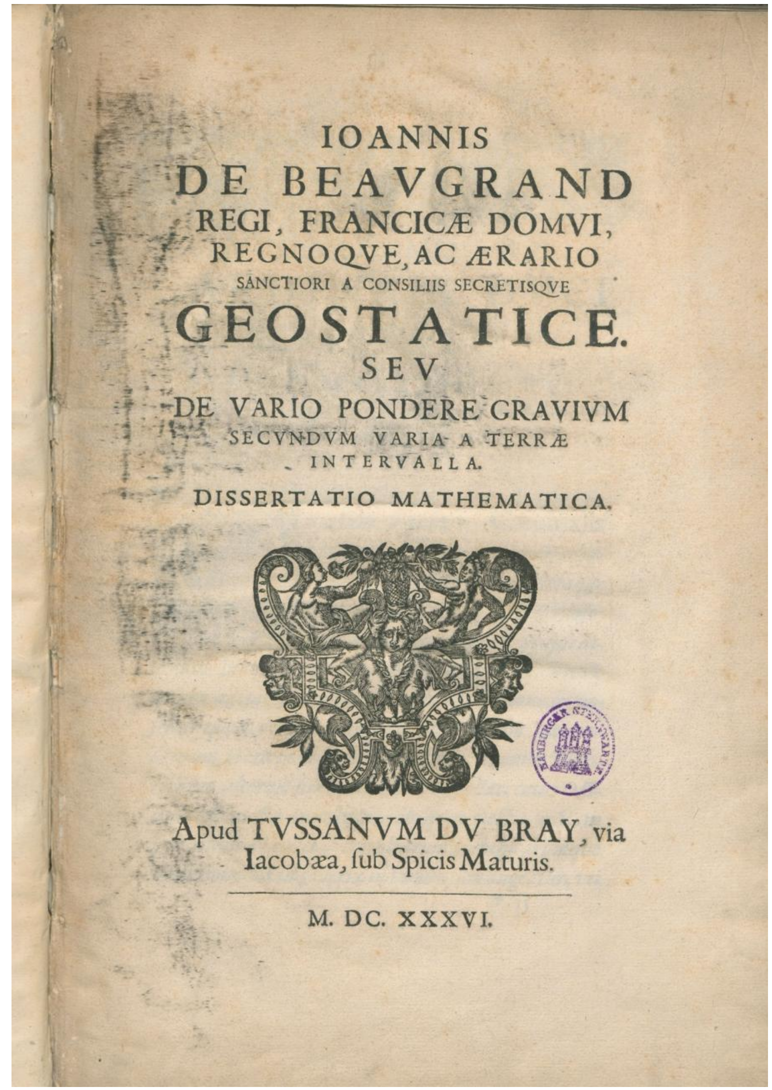
Попытки применения закона рычага для количественных оценок смещения центра тяжести

Ж. де Богран

«Геостатика

или о различии весов тяжелых тел в зависимости от расстояния до Земли»

Париж, 1636



IOANNIS
DE BEAVGRAND
REGI, FRANCICÆ DOMVI,
REGNOQVE, AC ÆRARIO
SANCTIORI A CONSILIIS SECRETISQVE
GEOSTATICE.
SEV
DE VARIO PONDERE GRAVIVM
SECVNDVM VARIA A TERRÆ
INTERVALLA.
DISSERTATIO MATHEMATICA.

Apud TVSSANVM DV BRAY, via
Iacobæa, ſub Spicis Maturis.

M. DC. XXXVI.

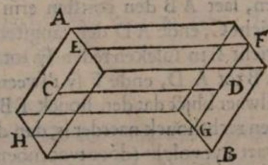
Симон Стевин, De Beghinselen der Weegh Const («Начала искусства взвешивания»)
Leiden, 1586 (лат. издание 1608; франц. 1634)

IIII. BEGHEERTE.

ENDE datmen by des pilaers beſchreuen plat t'welck hem door de langde des as deelt, verſtaen ſal den voorgheſtelden pilaer.

VERCLARING.

ALS weſende AB een pilaer diens as CD, ende de ſelue doorſneen met eenich plat als EFGH, datmen door t'beſcreuen plat EFGH, al de reſt achterghelaten, verſtaen ſal den ghegheuen pilaer.

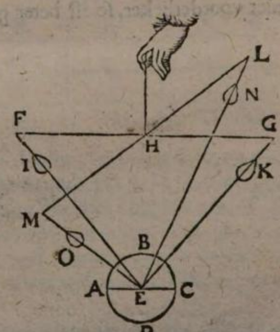


V. BEGHEERTE.

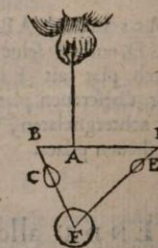
ENDE alle hanghende linien voor * evewydighe ghehouden te worden. *Parallelis.*

VERCLARING.

DE reden is deſe; Laet ABCD den eertſcloot ſijn, wiens middelpunt E, ende * ſichteinder AC, ende FG een balck, euewydich vanden ſichteinder AC, diens balcx even ermen HF, HG, ende euen ſwaerheden daer an I, K; alwaer het blyct, dat de hanghende linien FI, ende GK, gheen euewydighe en ſijn, maer onder naerder malcander dan bouen; Laet daer naer den balc FG ghekeert worden op t'vaſtpunt H, alſoo dat G comme daer nu L is, ende F daer M, ende K ſal commen daer nu N, ende I daer nu O is, ende den houck LME is naerder den rechthouck dan MLE, waer duer O (als in het volghende 22ᵉ voorſtel blijcken ſal) naer de gheſtalt ſwaerder is dan N. Vyt deſen volght oock dat onder alle lichamelicke formen die inde natuer beſtaen, ſo en iſſer gheen ander, * wiſconſtelick ſprekende, dan den cloot, an wiens ſwaerheydts middelpunt het lichaem door ons ghedacht hanghende, alle gheſtalt houdt diemen hem gheeft; Ofte door t'welck alle plat, t'lichaem deelt in eve- *Horizon.* *Mathematice.*



in eueſtalwichtighe deelen, maer om de oneindelicke verſcheyden gheſtalten, ſullender oneindelicke verſcheyden ſwaerheyts middelpunten in ſijn. Oock en ſoude (teghen t'volgende 1ᵉ voorſtel) de ſwaerſte ſwaerheyt niet ſulcken reden hebben tot de lichtſte, als den langſten erm tot den cortſten, maer d'eene ſoude naer de gheſtalt ſwaerder ſijn, om dat haer houck plomper ende den rechthouck naerder is dan des anders houck. Maer om t'ſelue by voorbeelt te verclaren, laet AB den cortſten erm ſijn, diens ghewicht C, ende AD den langſten erm, diens ghewicht E in ſulcken reden ſy tot tghewicht C, als AB tot AD, ende F ſy t'ſweerelts middelpunt; Alwaer blijct dat den houck FBA plomper ende den rechthouck naerder is, dan den houck ADF, waer uyt volght (door tvoornoemde 22ᵉ voorſtel) dat C naer de gheſtalt ſwaerder ſal ſijn dan E.



Alle deſe ongheuallen ſpruyten daer uyt, dat FE met GE in d'eerſte form, ofte BF met DF der tweede form, gheen evewydighe linien en ſijn: Maer ouermits dat verſchil in alle t'ghene de menſchen weghen, onbemerckelick is, want den balck ſoude al veel milen lanck moeten ſijn eer hem dat ſoude connen openbaren, ſoo begheeren wy datſe voor euewydighe ghehouden worden. Wel is waer dat wy die anſiende voor t'ghene ſy ſijn, volcommelick ſouden connen wercken na haerlieder ghedaente, maer want dat moeyelicker ſoude weſen, ende tot de ſaeck, dat is de WEEGDAET nochtans niet voorderlicker, ſo iſt beter ghelaten.

HET

Simon Stevin, De Beghinselen der Weegh Const (1586).

(De staticae elementis, «Начала искусства взвешивания»)

«Все эти несоответствия происходят из-за того, что *FB* и *FD* не являются параллельными (то же самое и для *FE* и *GE* в первой фигуре); однако, с точки зрения практики указанное различие столь мало, что можно с чистой совестью считать их параллельными, ибо, заметить столь малые различия в углах можно только, если длина балки *BD* составляет несколько лье; кроме того, столь мелочное и придирчивое выискивание ошибок не принесет никакой пользы для дела, т.е. для **практической** статики; и потому этим лучше не заниматься».

Галилей, Беседы и математические доказательства (1638)

День 4. Тема: О траектории горизонтально брошенного тела

«*Симпличио*. К этому затруднению я прибавлю и другие. Одно из них заключается в следующем: мы предположили, что горизонтальная плоскость, не имеющая ни наклона, ни подъема, представляет собой как бы прямую линию и что подобная линия во всех своих частях равноудалена от центра; это, однако, неправильно, ибо она идет от середины к концам, постоянно удаляясь от центра, и, следовательно, постоянно повышается. Отсюда как следствие вытекает, что движение не может быть постоянным, что равномерность его не сохраняется даже на коротком расстоянии и что оно постепенно замедляется.

Сальвиати. Я допускаю, далее, что выводы, сделанные абстрактным путем, видоизменяются в конкретных случаях и настолько искажаются, что ни поперечное движение не будет равномерным, ни ускоренное движение при падении не будет соответствовать выведенной пропорции, ни траектория брошенного тела не будет параболой и т. д.»

Галилей, «Беседы и математические доказательства»
(продолжение)

«С другой стороны, я прошу вас разрешить нашему Автору принимать то, что принималось некоторыми величайшими мужами, хотя и ***неправильно***. Авторитет одного Архимеда должен успокоить в этом отношении кого угодно. В своей «Механике» и в «Книге о квадратуре параболы» он принимает как правильный принцип, что коромысло весов является прямой линией, равноудаленной во всех своих точках от общего центра всех тяжелых тел, и что нити, к которым подвешены тяжелые тела, параллельны между собою. Подобные допущения всеми принимались, ибо **на практике** инструменты и величины, с которыми мы имеем дело, столь ничтожны по сравнению с огромным расстоянием, отделяющим нас от центра земного шара, что мы смело можем принять шестидесятую часть градуса соответствующей весьма большой окружности за прямую линию, а два перпендикуляра, опущенные из ее концов, — за параллельные линии. Если бы в наших **практических делах** нам следовало считаться с подобными ничтожными величинами, то, прежде всего, пришлось бы осудить архитекторов, которые берутся воздвигать при помощи отвеса высокие башни с параллельными стенами. В дополнение мы можем сказать, что как Архимед, так и другие ученые исходили в своих рассуждениях ***из предположения бесконечной удаленности*** от нас земного центра, а тогда их предпосылки совершенно справедливы и доказательства абсолютно строги».

Э.Торричелли. Тема: О траектории горизонтально брошенного тела

«Основное возражение, широко распространенное даже среди самых серьезных мужей, состоит в том, что Архимед … допустил параллельность нитей, подвешенных к весам, в то время как на деле они должны пересекаться в центре Земли. Я же … полагаю, что основание механики должно быть рассмотрено совершенно по другому (longe alia ratione). Я соглашаюсь с тем, что, если к весам подвешены *физические* величины, то материальные нити подвешивания пересекутся, ибо каждая их них направлена к центру Земли. Тем не менее, если те же весы, хотя и телесные, рассматривать не на поверхности Земли, а в отдаленнейших областях … выше орбиты Солнца, то тогда нити (хотя они все еще будут направлены к центру Земли), станут намного менее сходящимися , но почти параллельными.

Представим себе теперь, что те же механические весы перенесены за пределы звездных Весов небосвода на бесконечное расстояние; тогда легко понять, что линии подвеса не будут более пересекаться, но станут строго параллельными. Когда я рассматриваю весы, нагруженные геометрическими фигурами, я представляю их не как находящиеся на страницах книг, на которых они нарисованы, и не считаю, что точка, к которой устремлены эти величины, находится в центре Земли; но представляю эти весы бесконечно удаленными от той точки, к которой устремлены тяжелые тела».

Opera geometrica, De Dimensione Parabolae, Florentiae, 1644, proemium, p. 9.