История математики
3 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2026 года

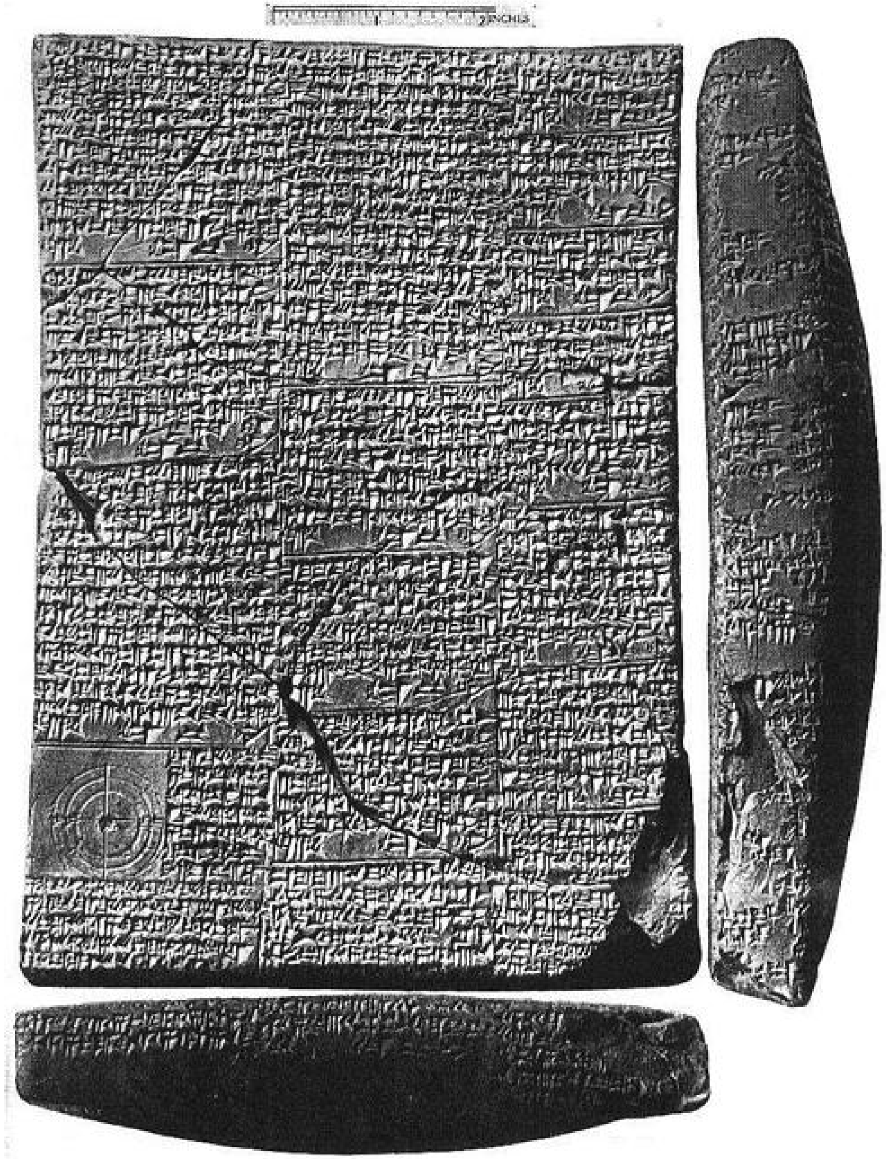
Математика в древнем Вавилоне

Периодизация

- 3000 до н.э. Шумерские города-государства (Аккад, Лагаш, Ларса) Клинопись, шестидесятеричная система
- XXIII в. до н. э. Объединение государств Двуречья
- XIX - XVIII в. до н. э. возвышение нового царства, со столицей в Вавилоне. Таблицы для деления и умножения. Расцвет алгебры и геометрии.
- 747 до н.э. Начало астрономической «эры Набонассара». Регулярные астрономические наблюдения
- 336 до н.э. захват Двуречья Александром Македонским. После его смерти – эпоха Селевкидов. Расширенные счетные таблицы. Таблицы движений Луны и планет.

Источники
(зарегистрировано около 500 000)

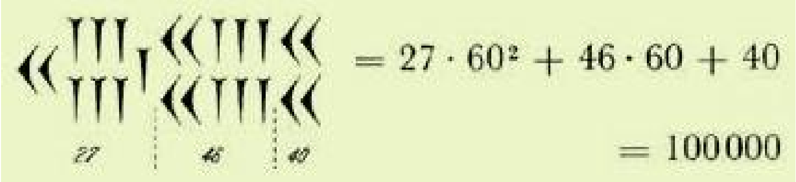
Древневавилонский клинописный текст BM 85194. Изображенная сторона содержит 16 задач с решениями. Задачи относятся к плотинам, валам, колодцам, водяным часам и земляным работам.

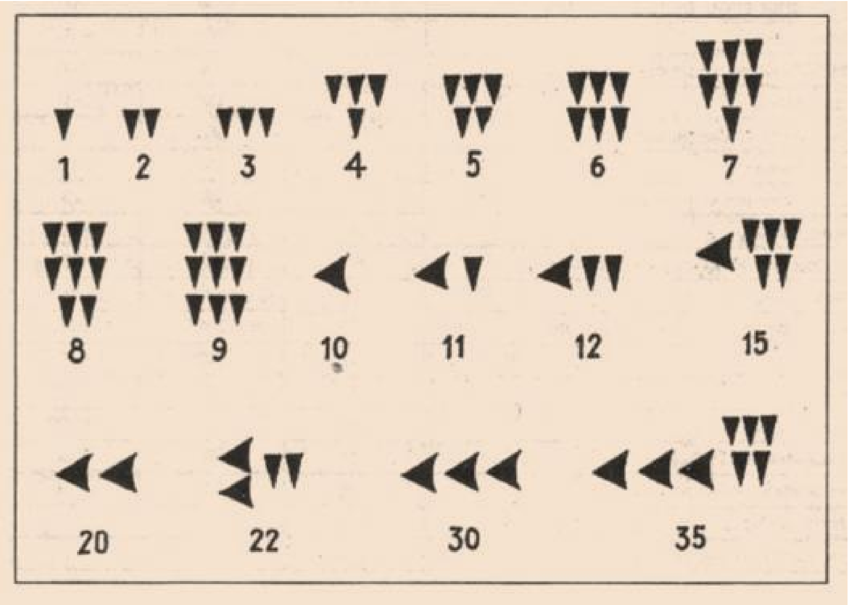


BM 85194 Obv.

Вавилонская система счисления

- Позиционная шестидесятеричная система счисления





Вычислительная техника

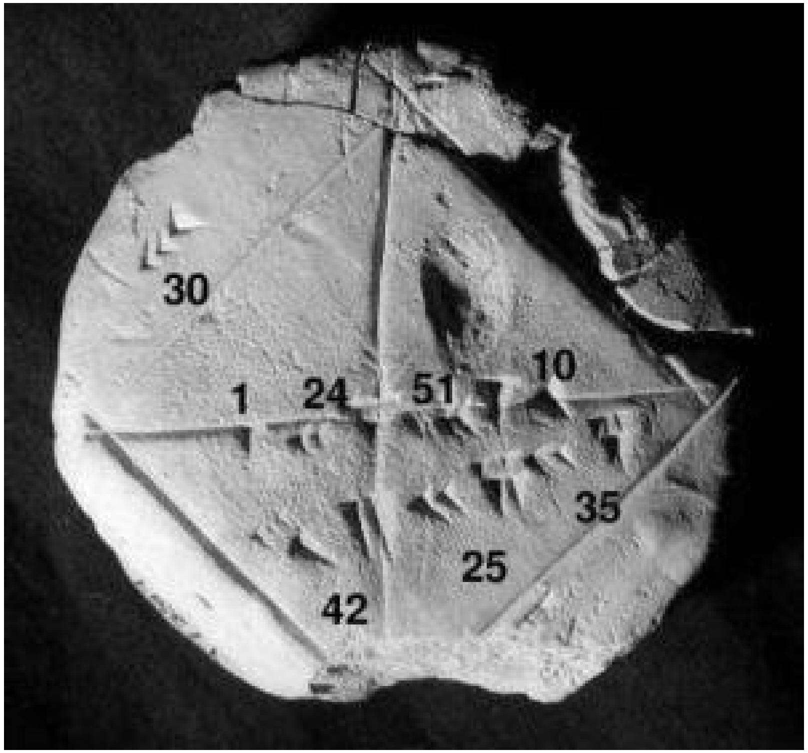
- Сложение и вычитание производилось так же, как в десятичной позиционной системе целых чисел и дробей.
- При умножении возникало затруднение, связанное с большим основанием системы. Это затруднение преодолевалось с помощью специальных таблиц.
- Деление производилось с помощью таблиц обратных величин

Пример таблицы обратных величин

1 : 2 = 30	16	3,45	45	1,20
3 = 20	18	3,20	48	1,15
4 = 15	20	3	50	1,12
5 = 12	24	2,30	54	1,6,40
6 = 10	25	2,24	1	1
8 = 7,30	27	2,13,20	1,4	56,15
9 = 6,40	30	2	1,12	50
10 = 6	32	1,52,30	1,15	48
12 = 5	36	1,40	1,20	45
15 = 4	40	1,30	1,20	44,26,40

Вычисление корня из двух

Изображен квадрат с диагоналями. Сторона равна 30 . На диагонали надписано число, выражающее отношение диагонали к стороне 1, 24, 51, 10. Под диагональю стоит ее длина – 42, 25, 35



Получаем приближение:
$\sqrt{2}$ = 1; 24, 51, 10.

Вавилонская алгебра

Пример 1. (Текст АО 8862, эпоха Гаммурапи)

«Длина, ширина. Длину и ширину я перемножил и площадь получил. Затем избыток длины над шириной я прибавил к площади; 3, 3 получилось у меня. Затем я длину и ширину сложил: 27. Спрашивается длина, ширина и площадь.

(Даны) 27 и 3,3 суммы

(Результат) $\left.\begin{matrix} 15 \text{ длина} \\ 12 \text{ ширина} \end{matrix}\right\}$ 3,0 – площадь

Ты делаешь так: 27 +3,3 = 3,30

2 +27 = 29

Возьми половину от 29 (это дает 14;30)

14;30 × 14;30 = 3,30;15

3,30;15 – 3,30 = 0,15.

0; 15 имеет 0;30 квадратный корень.

14;30 + 0;30 = 15 длина

14;30 – 0; 30 = 14 ширина

Отними 2, которые ты прибавил к 27, от ширины 14; 12 истинная ширина. 15 длину, 12 ширину я перемножил:

15 × 12 = 3,0 площадь

15 – 12 = 3

3,0 +3 = 3,3»

Формулы сокращенного умножения

- Пример 2 (BM 85194)

Задача требует построить профиль насыпи в виде равнобедренной трапеции, для которой дается основание a, наклон $\beta = \frac{a-b}{2h}$ и площадь $S = \frac{a+b}{2}h$. Если умножить 2β на 2S:

$$4\beta S = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2,$$

то можно найти $b^2 = a^2 - 4\beta S$. Все это было бы непонятным, если допустить, что формула $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ была вавилонянам неизвестна.

Также вавилоняне знали формулы:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Пример 3 (BM 13901)

- «Площади двух моих квадратов я сложил: 25,25. (Сторона) второго квадрата равна ⅔ стороны первого и еще 5.»
- Таким образом, $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25{,}25 \\ y = \frac{2}{3}x + 5 \end{cases}$

Чтобы подставить *y* из второго уравнения в первое, необходимо воспользоваться формулой $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$(0;40x+5)^2 = 0;40x^2 + 2\cdot 0;40x\cdot 5 + 5^2.$$

После этого для *x* получалось квадратное уравнение $ax^2 + 2bx = c$.

В тексте сначала вычисляются коэффициенты a, b, c и затем решается квадратное уравнение по правильной формуле:

$$x = a^{-1}\left(\sqrt{ac+b^2} - b\right),$$

А затем определяется *y*.

Заключение по алгебре и арифметике

- Уравнения с одним неизвестным

$ax = b$; $x^2 = a$; $x^2 + ax = b$; $x^2 - ax = b$; $x^3 = a$;

$$x^2(x+1) = a.$$

- Системы уравнений с двумя неизвестными:

$\begin{cases} x + y = a \\ xy = b \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = a \\ xy = b \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = a \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = a \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}$

- Были известны формулы:

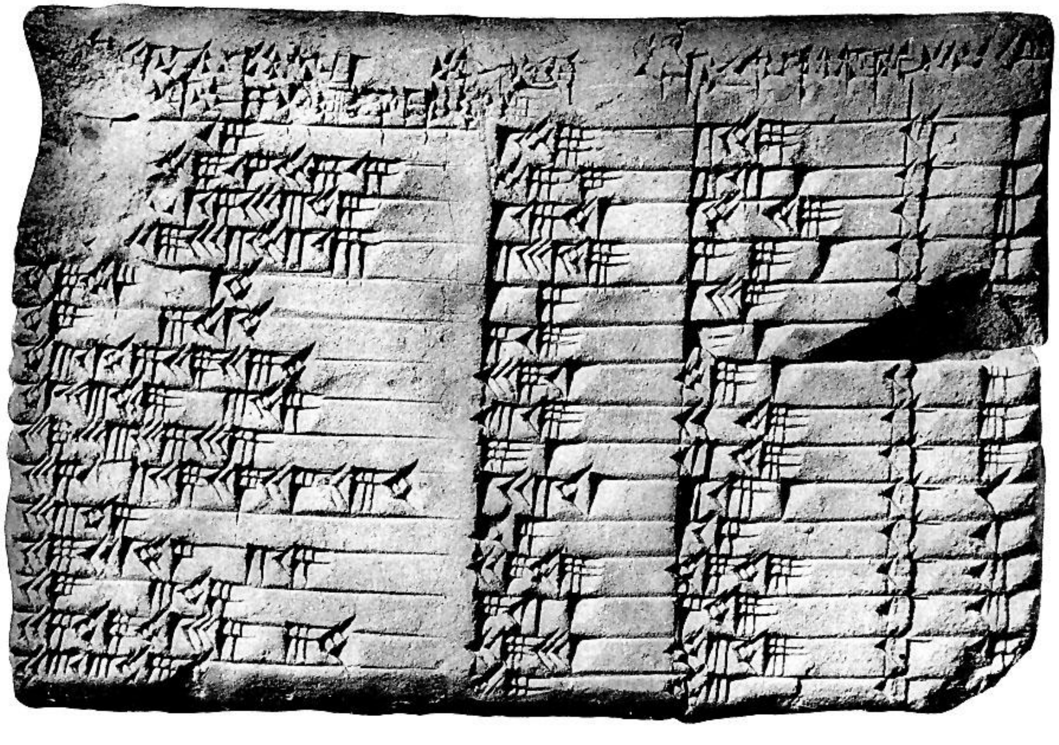
$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, а также

формула суммирования арифметических прогрессий

Прямоугольные треугольники с рациональными сторонами

Математический текст Plimpton 322 содержит перечень прямоугольных треугольников с рациональными сторонами



Теорема Пифагора

- В древневавилонском тексте ВМ 85196 имеется следующая задача:

«(Балка) длины 0;30 (прислонена к стене). Ее верхний конец опустился на 0;6. Как далеко отодвинется ее нижний конец?»

По геометрии в древнем Вавилоне знали:

- Пропорциональность для параллельных линий
- Теорема Пифагора
- Площади треугольника и трапеции
- Площадь круга $3r^2$, длина окружности $6r$
- Объем призмы и цилиндра
- Объем усеченного конуса (неправильно)
- Объем усеченной пирамиды с квадратным верхним и нижним основанием (неправильно)

Литература:

1. О.Нейгебауэр «Лекции по истории античных математических наук. Догреческая математика», гл.1, 5
2. А.П.Юшкевич «История математики с древнейших времен до начала Нового времени», т.1, гл.3.
3. Б.Л.Ван дер Варден «Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции», гл.3