Лекция 3

Чиненова Вера Николаевна

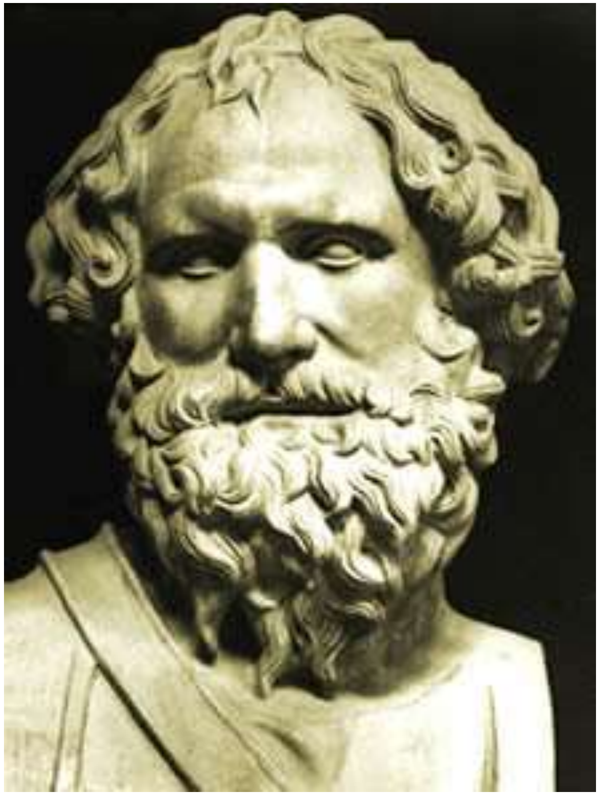
v.chinenova@yandex.ru

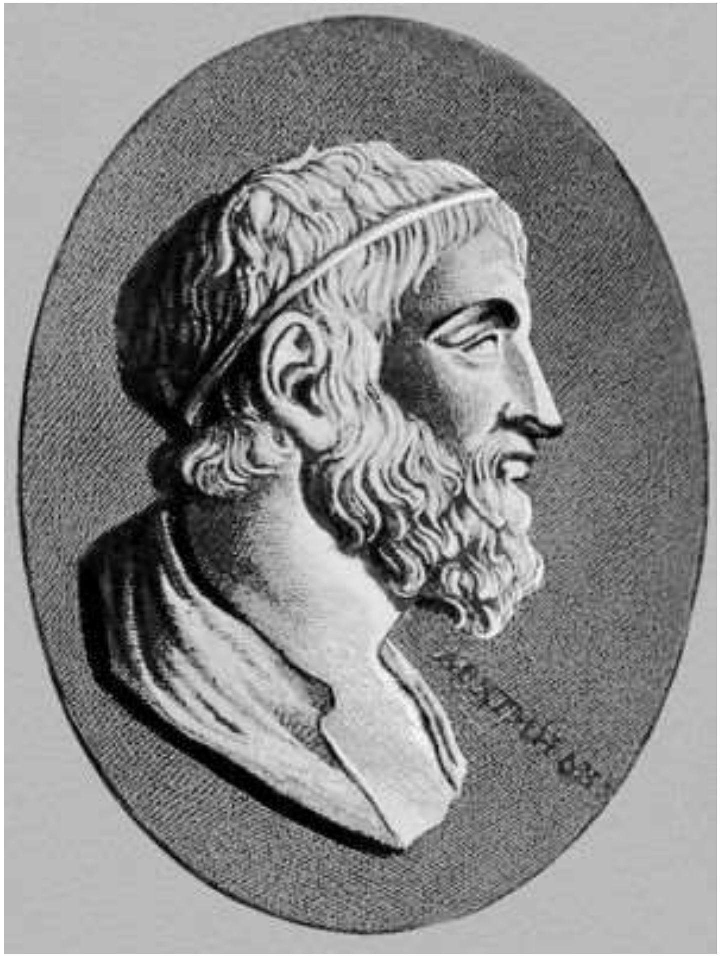
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НАПРАВЛЕНИЕ УЧЕНИЯ О РАВНОВЕСИИ

ТРУДЫ АРХИМЕДА ПО МЕХАНИКЕ

Направление геометрической статики в трудах последователей Архимеда

Архимед (287-212 гг. до н.э.)






КОРСИКА
Рим
САРДИНИЯ
СИЦИЛИЯ
Карфаген
Сиракузы
АФРИКА

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

- До нашего времени дошли следующие сочинения Архимеда по механике:

«О равновесии плоских фигур, или о центрах тяжести плоских фигур‘»,

«Послание к Эрастосфену о механических теоремах"

«О плавающих телах»

Эллинистический период

- Александрийская школа:

1. Герон «Механика»,

2. Паппус «Математическое собрание»

В 7-й книге – результат, выражающий объем тела вращения через длину окружности, описываемой центром тяжести вращающейся фигуры.

(Теорема Гульдена)

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

- **«Книга опор»** посвящена кругу вопросов о равновесии тяжелых стержней и пластин подпертых в одной или нескольких точках.

- **«О весах»** - имеет своей задачей расчет весов как прибора для уравновешивания одного груза другим, данным.
- Архимед занимается здесь более общим вопросом о равновесии подвешенного тяжелого тела.
- Представители Александрийской школы: Герон, Паппус.
- Эти работы Архимеда не сохранились.

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

Всякое тяжелое тело, подвешенное за какую-нибудь свою точку, остается неподвижным в таком положении, когда <u>точка подвеса и центр тяжести находятся на одной отвесной линии.</u>

(*Симпликий*)

*Архимед определят **центр тяжести** тела как точки пересечения прочерченных в самом теле через различные точки подвеса отвесных линий, проведенных в соответствующих положениях равновесия.*

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

Центром тяжести некоторого тела является некоторая расположенная внутри него точка, обладающая тем свойством, что если за нее мысленно подвесить тяжелое тело, то оно остается в покое и сохраняет первоначальное положение .

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

Всякое тяжелое тело, подвешенное за какую-нибудь свою точку, остается неподвижным в таком положении, когда **точка подвеса и центр тяжести находятся на одной отвесной линии**

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

«О равновесии…»

- «**1.** Равные тяжести, подвешенные на равных длинах, уравновешиваются.
- **2**. Две равные тяжести, подвешенные на различных длинах, не находятся в равновесии, и та, которая подвешена на большей длине, падает вниз.
- **3.** Если две тяжести, подвешенные на данных длинах, находятся в равновесии, то, если прибавить нечто к одной из них, они уже не будут в равновесии, но та, к которой нечто прибавлено, упадет вниз.
- **4.** Аналогично, если отнять нечто от одной из таких тяжестей, то они не будут в равновесии, но та, от которой ничего не отнималось, упадет вниз.
- **6**. Если некоторые тяжести на некоторых расстояниях уравновешиваются, то другие равные им тяжести на таких же расстояниях так же уравновешиваются»

Архимед (287-212 гг. до н.э.)
«О равновесии плоских фигур…»

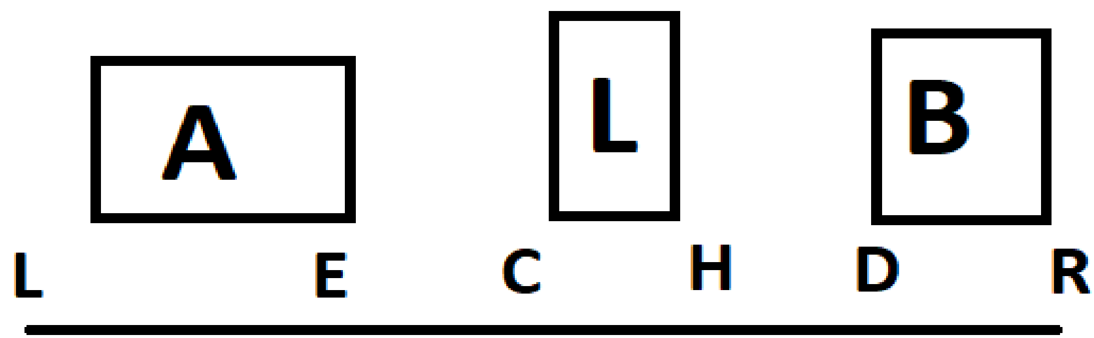
- **Постулаты 5 и 7** - о расположении ц.т. для плоской модели, не имеющей толщины пластины, имеющей одну и ту же плотность во всех своих частях. Этот поверхностный удельный вес считается для всех рассматриваемых фигур одинаковым, вследствие чего, вес плоской фигуры пропорционален ее площади, причем коэффициент пропорциональности считается одинаковым для всех рассматриваемых фигур.
- В постулатах 5 и 7 говорится о том, что равные и совмещающиеся при наложении фигуры имеют центры тяжести, также совмещающиеся при наложении фигур, что для подобных фигур центры тяжести расположены подобным образом и что, для *выпуклой фигуры* центр тяжести расположен *внутри нее.*

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

«О равновесии плоских фигур…»

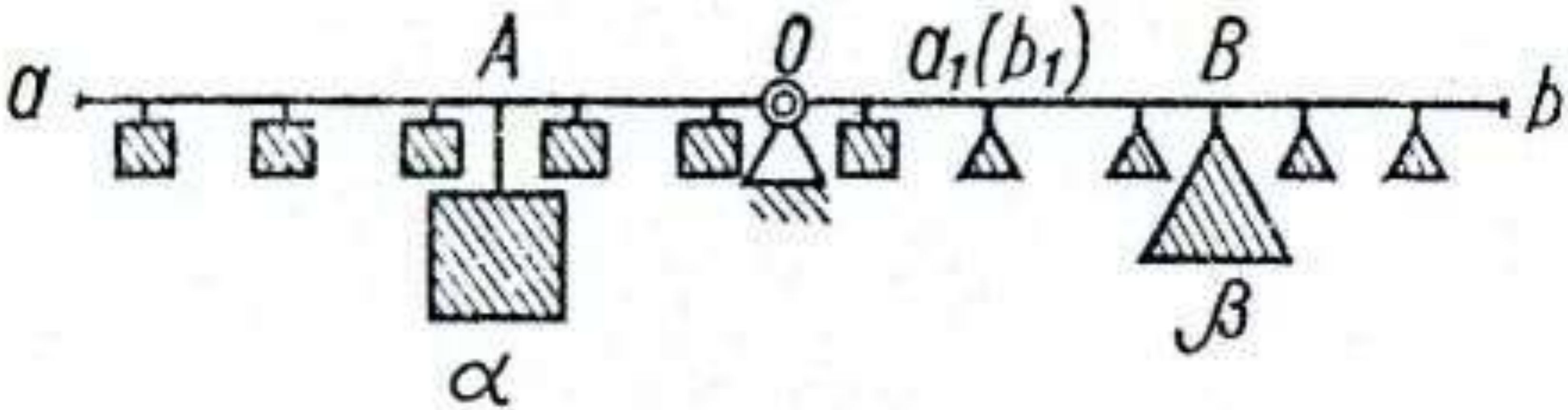
- Теоремы 4 и 5 устанавливают возможности совершать над грузами, подвешенными к рычагу, операции сосредоточения и рассредоточения этих грузов, **не меняющие расположения общего центра тяжести**, и, следовательно, не нарушающие равновесия, если это имело место до этой операции, ибо **основным критерием равновесия считается признак расположения центра тяжести подвешенного тела на вертикали, проведенной через точку подвеса**.

Теорема 6



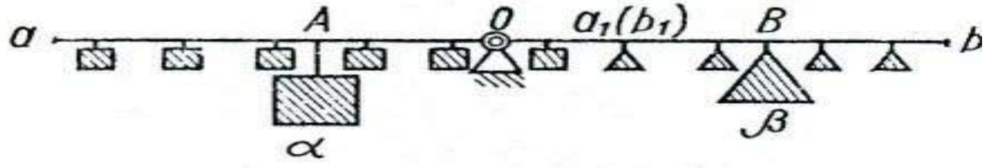
Архимед. «О равновесии…»

Теорема 6

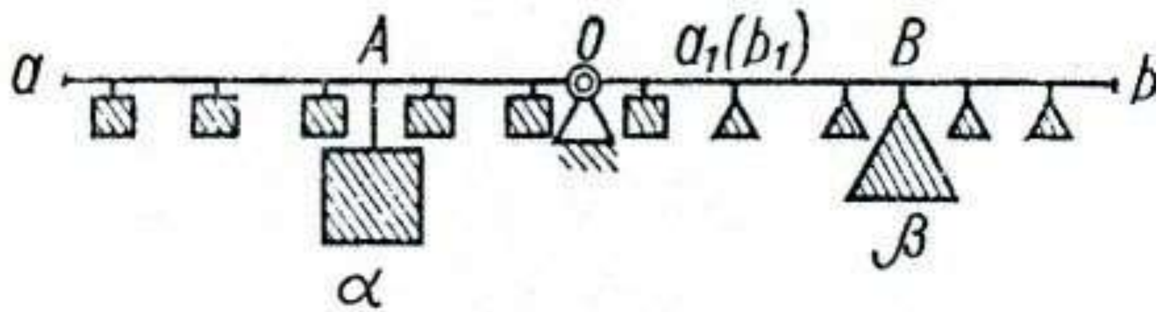


«соизмеримые величины уравновешиваются на длинах, которые будут обратно пропорциональны тяжестям»

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{OB}{OA}$$



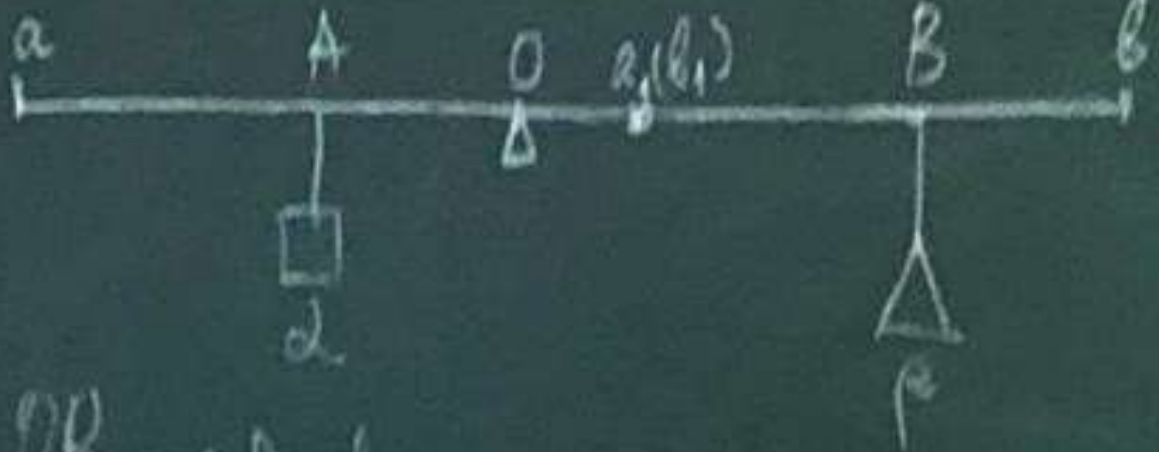
- *AO = Bb = Bb*, в обе стороны от *B* *(от точки B – конца большого плеча)*
- *BO = Aa = Aa*, в обе стороны от *A* *(от точки A – конца малого плеча)*
- *Так получается равноплечный рычаг **ab**, с опорой в середине.*
- *Пользуясь (1), Архимед рассредотачивает грузы, подвешивая **по половине единицы веса на единицу отрезка aa, (груз α),** а также и груз β «распыляет» по половине единицы веса на единицу длины отрезка bb, .*



Полученный однородный стержень эквивалентен исходному неравноплечному рычагу *AB,* т.к. по *Теореме 4* операции рассредоточения грузов α и β не могли нарушить состояния равновесия исходного рычага, то исходный рычаг ***AB*** также находится **в равновесии**.

Следовательно, исходный рычаг AB также должен пребывать в состоянии равновесия.

T. 6



$$OB = aA = Aa_1 \qquad ab = 2AB$$

$$OA = Bb = Bb_1$$

Архимед (287-212 гг. до н.э.)

Остальные теоремы трактата «О равновесии плоских фигур, или о центрах тяжести плоских фигур» посвящены вопросам расположения центра тяжести различных плоских фигур с однородным распределением веса:

- параллелограмма, треугольника,
- трапеции,
- параболического сегмента и пр.

Архимед «О плавающих телах»

- В 1-й книге – теоремы относительно гидростатического давления.
- Два принципа:
- **1**) *каждая часть жидкости, испытывающая меньшее давление, выталкивается соседней частью жидкости, испытывающей большее давление, и каждая часть жидкости сжимается расположенной над нею жидкостью в отвестном направлении*

Архимед «О плавающих телах»

- **2**) *тело, погруженное в жидкость*, *выталкивается жидкостью в отвесном направлении вдоль линии, проходящей через центр тяжести тела*
- Архимед доказывает, что **поверхность жидкости**, все части которой тяготеют к центру Земли, **при равновесии имеет сферическую форму** (представление о Земле, как о сфере и направлении силы тяжести в каждой точке поверхности Земли к ее центру).

Архимед «О плавающих телах»

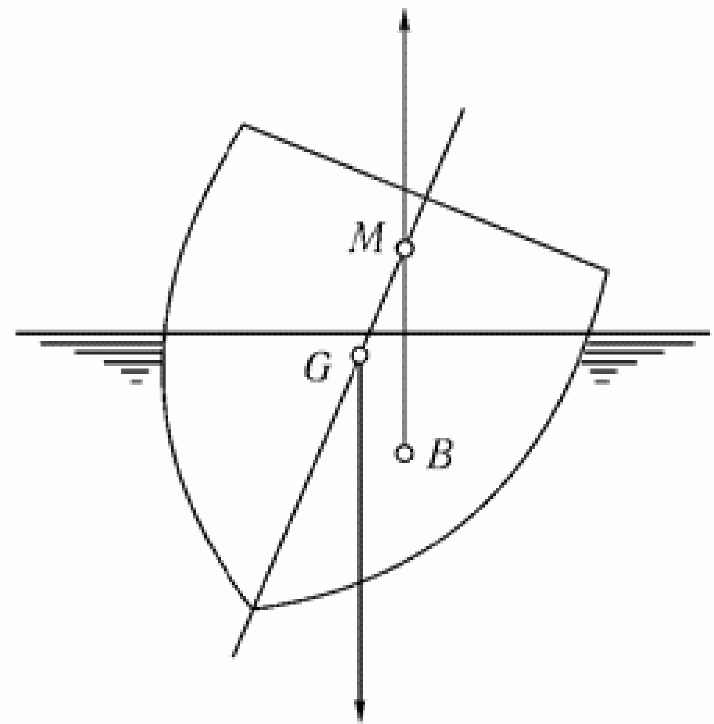
- Тело , более <u>легкое</u> чем равная по объему жидкость, будучи погружено в эту жидкость, выталкивается вверх с силой, равной <u>превышению веса вытесненной жидкости над весом погруженного тела.</u>

- Тела, более <u>тяжелые</u>, чем жидкость, в том же объеме <u>теряют в ней часть своего веса, равную весу вытесненной жидкости</u> (*архимедов закон гидростатического давления*).

Архимед «О плавающих телах»

- Во 2-й книге Архимед полагает, что <u>силы тяжести во всех точках Земли параллельны друг другу</u>, т.к. понятие центра тяжести имеет место только при таком предположении.
- Он формулирует <u>критерий равновесия</u> плавающего корабля. **Корабль не опрокинется, если три точки – центр тяжести всего тела, центр тяжести подводной части тела и центр тяжести надводной части тела корабля – лежат на одной отвесной прямой (***сила тяжести тела и сила гидростатического давления действуя в разные стороны могут взаимно уравновеситься***)**

(*критерий устойчивого равновесия)*


M
G
B

Труды последователей Архимеда в XVI-XVII веках

Труды последователей Архимеда в XVI-XVII веках

Последователи Архимеда XVIв. объявили учение о равновесии, связанное с рассмотрением перемещений в статике, лишенным научного значения.

- Глава архимедовой школы в Италии в XVI в. **Гвидо Убальди (маркиз Дель Монте**) считал, что в вопросе о равновесии и устойчивости весов Иордан Неморарий «нагромоздил развалины».

- **Симон Стевин** также резко критиковал методику оперирования перемещениями грузов при изучении равновесия:

Симон Стевин (1548-1620)

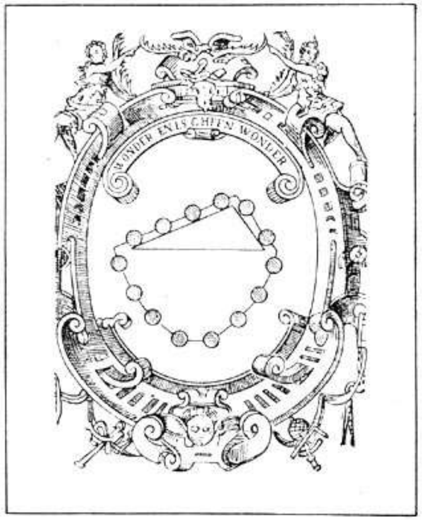
Симон Стевин (1548-1620)

- Принимая за основу законы гидростатики Архимеда (его постулаты), Стевин формулирует в качестве основного постулата еще один:
- **«Давление на поверхность частичного объема жидкости не зависит от того, чем заполнен этот частичный объем, его можно мыслить твердым»** («поверхностный сосуд»).

Симон Стевин (1548-1620)

- Из этих постулатов Стевин выводит ряд свойств уравновешенной жидкости и, в частности, **способ определения гидростатического давления на боковые стенки сосуда, важный для расчетов плотин.**

Симон Стевин (1548-1620)

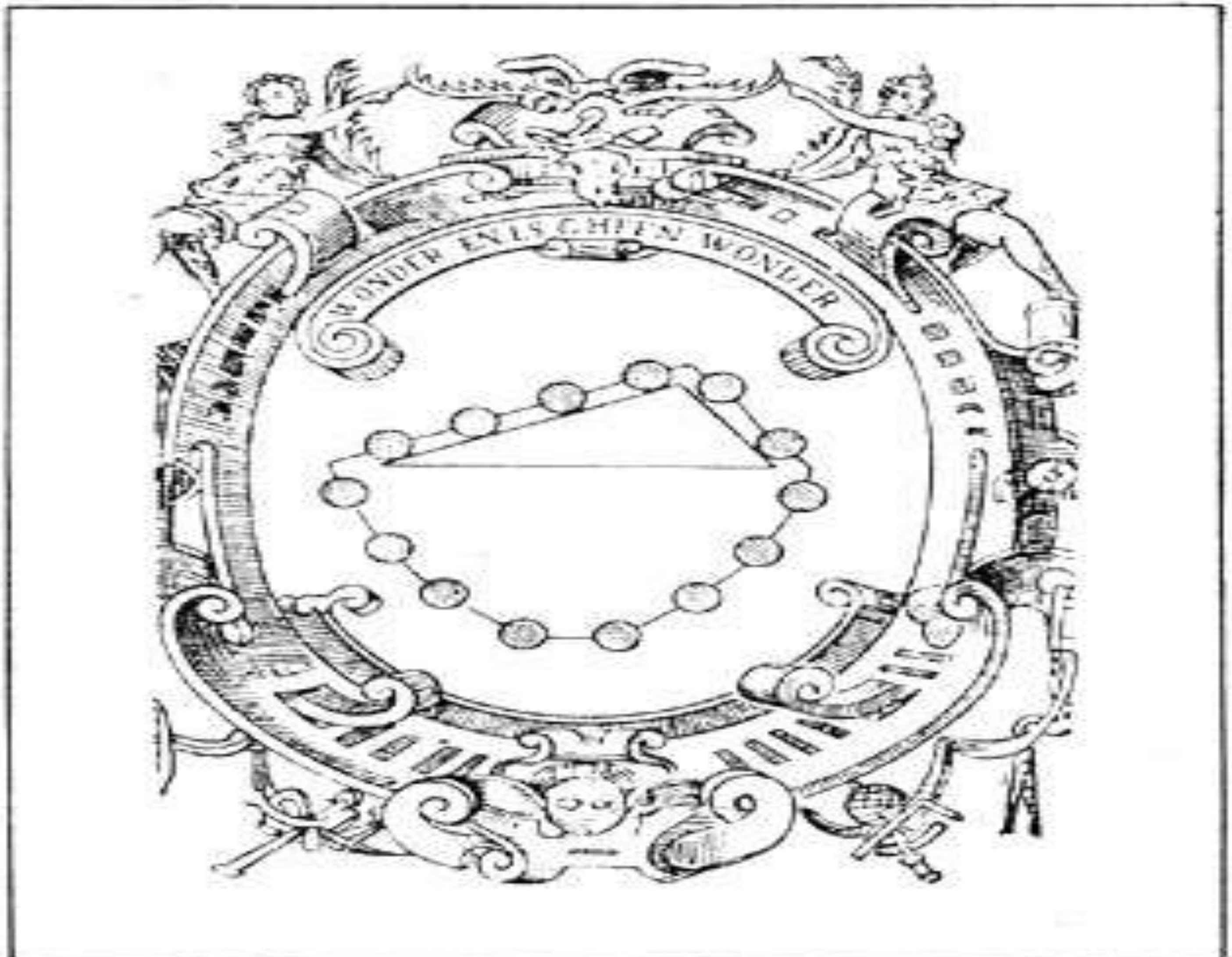


Труды последователей Архимеда в XVI-XVII веках

- С. Стевин «Начала статики» (1586).

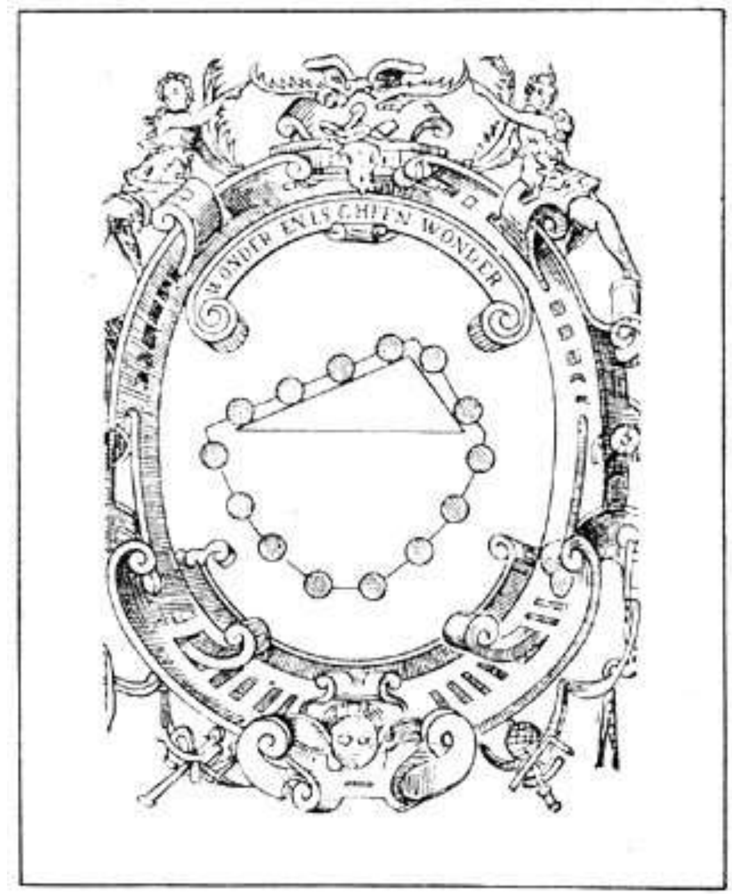
В основу исследования равновесия тел он полагал совокупность основных постулатов Архимеда

\+ **принцип невозможности вечного движения.**


WONDER EN IS GHEEN WONDER

Симон Стевин (1548-1620)

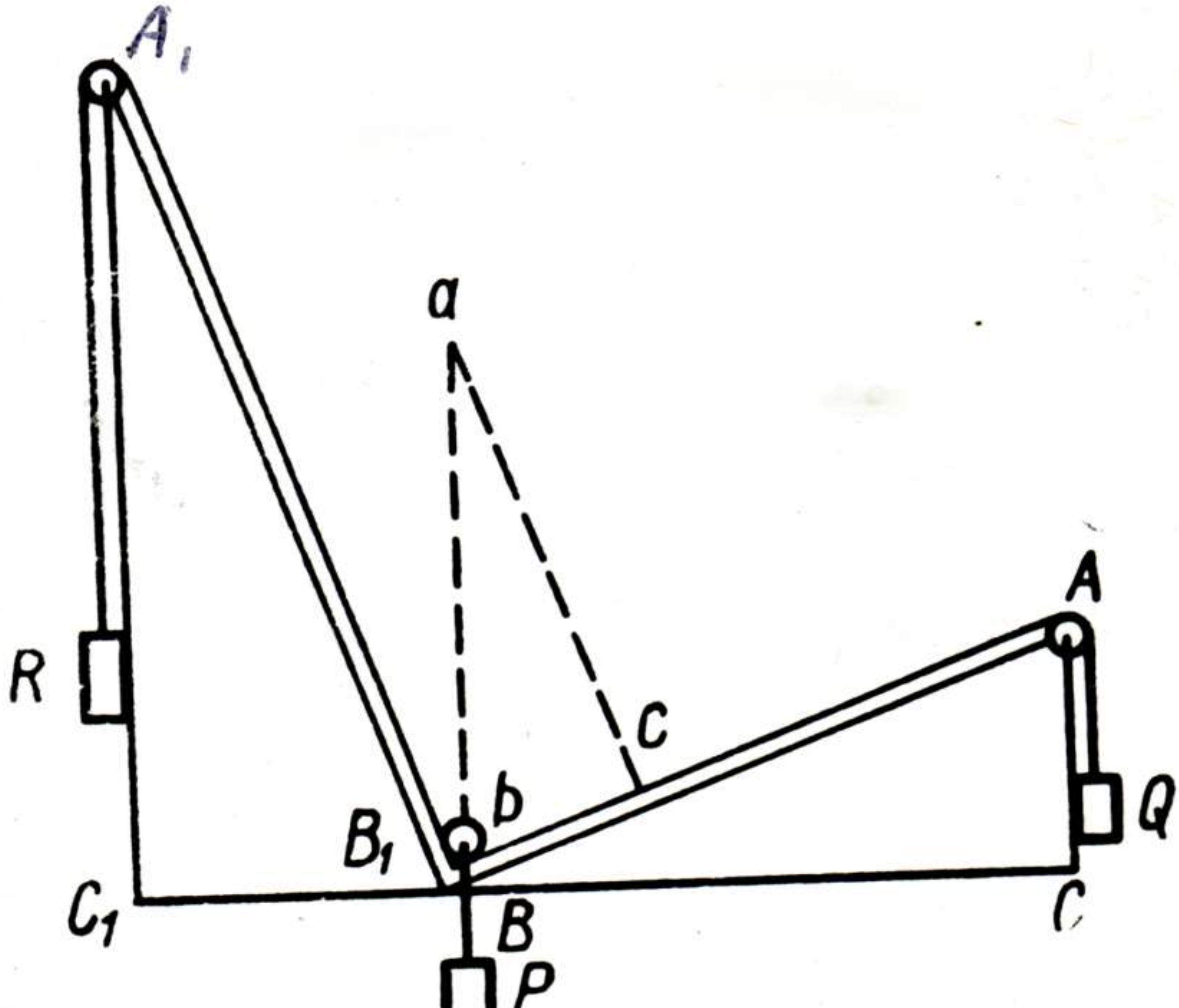
- **Правило равновесия грузов на двух наклонных плоскостях**.(«Чудо не есть чудо»)
- Изображен треугольник , расположенный в вертикальной плоскости: одна его сторона – горизонтальная, две другие наклонны и правая – вдвое меньше левой. Стевин мысленно располагает на этой трехгранной призме цепь из 14 равномерно нанизанных шаров так, что 4 шара – на более длинной стороне, а 2 – на более короткой, а остальные 8 свободно и симметрично свисают.



Симон Стевин (1548-1620)

(«Чудо не есть чудо»)

- Шары не могут не находиться в равновесии, т.к. вечного движения не существует. Когда, наконец, они уравновесятся, то нижняя часть цепи сама себя уравновесит (из-за симметрии), а шары на обеих плоскостях уравновесятся в **прямо пропорциональном отношении длинам наклонных плоскостей.**



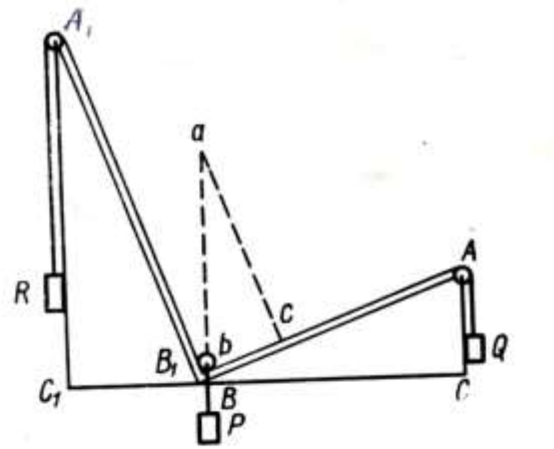
A₁
a
A
R
c
b
Q
B₁
C₁
B
C
P

Закон сложения и разложения сил у Стевина

Груз Р, уравновешенный на двух нитях, составляющих между собой прямой угол. Каковы должны быть величины грузов на других концах нитей (R и Q)?

Вместо нити ***А,В,*** можно ввести наклонную плоскость ***АВ*** **(она действует эквивалентно нити, перпендикулярной *АВ*).** Вместо правой нити ***АВ*** можно ввести другую наклонную плоскость ***А,В,.*** Рассмотрим груз ***Р,*** уравновешенный противовесом ***Q*** на наклонной плоскости ***АВ,*** запишем: ***Q/P=AC/AB.*** Аналогично для равновесия груза ***P*** : ***R/P=A,C,/A,B, .***

Далее Стевин откладывает на нитях отрезки, по длине равные ***P*** и ***Q,*** и строит прямоугольник с диагональю ***ab,*** доказывая, что ***ab = P***.



Запишем пропорциональность трех грузов, уравновешенных на нитях под прямым углом, получаем:

P : Q : R = ab : bc : ac

Ж.П.Роберваль (1602-1675)

Схема весов Роберваля