

Лекция 23

Чиненова Вера Николаевна

v.chinenova@yandex.ru

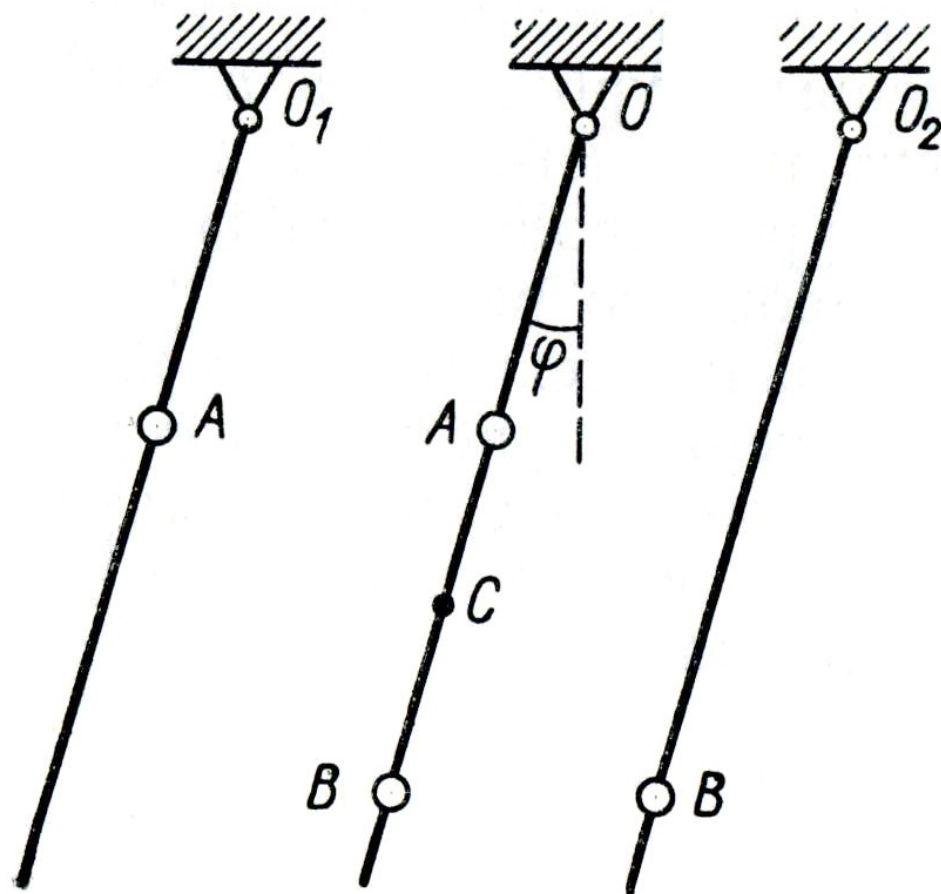
Принцип Даламбера

и его предпосылки

Я. Бернулли (1654-1705)



Задача Я.Бернулли (найти длину составного маятника OAB)



Задача Я.Бернулли

В составном маятнике наблюдается своеобразная передача количеств движений: груз A , более близкий к точке подвеса ускоряет колебание более далекого груза B , этот же последний замедляет колебание верхнего груза A .

Следовательно, между A и B должна существовать такая точка стержня C , которая не теряет и не приобретает количества движения по сравнению со свободным движением.

Задача Я.Бернулли

- Передача движений от точки A к точке B происходит по закону рычага, т. е. по закону статики.
- Я. Бернулли называл **свободными побуждениями** к движению активные силы, приводящие в движение маятник.
- Для всех трех точек A , B и C надо знать ускорения (в проекциях на касательные к траектории).

Задача Я.Бернулли

- **Истинные побуждения** к движению - произведение массы грузика на его тангенциальное ускорение в составном маятнике.
- **Потерянные (приобретенные) побуждения** к движению получаются вычитанием свободных и истинных побуждений к движению.

Задача Я.Бернулли

- Для точки A потерянное побуждение к движению равно

$$m_A g \sin \varphi (1 - OA / OC)$$

Для т. B приобретенное побуждение к движению равно

$$m_B g \sin \varphi (OB / OC - 1)$$

здесь φ - угол отклонения стержня от вертикали,

g – ускорение силы тяжести,

m_A и m_B - массы точечных грузов.

Задача Я.Бернулли

Считая уравновешенными потерянные и приобретенные побуждения к движению грузов A и B , Бернулли применяет к ним закон рычага (второго рода):

$$m_A OA(1 - OA / OC) = m_B OB(OB / OC - 1)$$

Задача Я.Бернулли

Получалась длина OC такого **математического маятника**, который имел бы колебания, изохронные тем, какие имелись бы в **составном маятнике** OAB :

$$OC = \frac{m_A OA^2 + m_B OB^2}{m_A OA + m_B OB}$$

Ж.Даламбер (1717-1783)



Ж.Даламбер (1717-1783)

- 1735- окончил Коллеж Мазарини
- 1743 -«Трактат динамики...»
- 1744 – «Трактат о равновесии и движении жидкостей»
- 1775-1777- опыты по опред. сопротивл. тел, движущихся в каналах и в безграничной жидкости (Н.Кондорсе, Ш. Боссю)
- 1751-1757 – «Энциклопедия наук, искусств и ремесел» (с Д.Дидро)

Ж.Даламбер (1717-1783)

- 1754 - член Французской АН (адъюнкт с 1741)
- 1765 – член Парижской королевской АН (ест.)
- 1764 – ин. член Петербургской АН
- 1746 – ин. член Берлинской АН

Ж. Даламбер «Динамика» (1743)

- Цель этого принципа – «...показать, каким образом все задачи динамики можно решать одним и при том весьма простым и прямым методом»

Даламбер «Динамика...»

- 2-я часть *«Общий принцип для нахождения движения многих тел, произвольным образом действующих друг на друга, а также некоторые применения этого принципа»*
- Этот новый пр-п необходим для решения некоторых задач, например,
 - дв-я тел, соударяющихся произвольным образом;
 - дв-я тел, которые тянут друг друга при помощи нитей или стержней и др.

Ж. Даламбер «Динамика» (1743)

- Пусть дана система тел $A, B, C, \dots$ и т.д. и пусть телам сообщены движения $a, b, d, c, \dots$ и т.д., которые из-за связности тел видоизменяются в движения $a_1, b_1, c_1, \dots$ тогда сообщенные движения $a, b, c, \dots$ можно представить как геометрические суммы:
$$a = a_1 + \alpha, \quad b = b_1 + \beta, \quad c = c_1 + \gamma$$
где α, β, γ - геометрические составляющие исходных движений

Ж. Даламбер «Динамика» (1743)

- «Другими словами, - говорит Даламбер, - если бы тела получили только эти движения α, β, γ и т.д., то эти движения взаимно уничтожились бы и тела оставались бы в покое»
(α, β, γ - их позже стали трактовать как потерянные силы).

Формы принципа Даламбера

- Аналогичный принцип в частных случаях применяли Я. Бернулли и его ученик Я. Герман (1678-1733)

Во второй части первой книги «**Форономии**»(1716) Герман занимается нахождением приведенной длины физического маятника, состоящего из двух точечных грузиков. Он постулирует эквивалентность всех тангенциальных сил в связанном движении грузиков.

Фактически это означает равенство нулю разности касательной составляющей силы тяжести каждого грузика и произведений их масс на тангенциальные ускорения.

Формы принципа Даламбера

- Эйлер утверждает эквивалентность системы приложенных сил совокупности сил, равных произведениям масс точек на их **тангенциальные ускорения**, рассуждая.
- Эйлер более ясно выражает связь этого метода с соотношениями статики :
- **« И так как эти подставленные силы (произведения масс точек на их тангенциальные ускорения.) должны быть эквивалентны силам, действующим на тело, то из статики ясно, что если вместо них взять силы, равные по величине, но прямо противоположные по направлению, то тело должно быть в равновесии... Таким образом, все исследование, касающееся колебательных движений тел, приводится к принципам статики».**

Формы принципа Даламбера

- В динамике машин в XIX в. было выработано **понятие сил инерции**. Изучение так называемого центробежного эффекта, возникающего в связи с большими скоростями вращающихся деталей машин (токарные, текстильные станки, центробежные регуляторы, турбины и пр.), привело к понятию **центробежной силы инерции, действующей на связи**.

Формы принципа Даламбера

- Французский ученый **Ш. Делоне** в «Трактате рациональной Механики» (1856) дал такую трактовку принципа Даламбера:

«в каждый момент времени имеет место динамическое равновесие приложенных к материальной точке, принадлежащей данной системе, активных сил, сил реакции внешних и внутренних связей и силы инерции точки. Последняя сила фиктивна и равна произведению массы точки на ее ускорение, взятое с минусом. Принцип Даламбера сводит задачу динамики системы к задаче о равновесии сил.

кинетостатика

- В **векторной** форме условие равновесия всех перечисленных сил в некоторой точке принимает следующий вид:

$$\mathbf{F} + \mathbf{R} + \mathbf{\Phi} = \mathbf{0},$$

где $\mathbf{F}$ - главный вектор активных сил, $\mathbf{R}$ - главный вектор

реакций связей, $\mathbf{\Phi} = -m\mathbf{w}$ - главный вектор сил инерции.

- Очевидно, записанное равенство эквивалентно принципу ускоряющих сил в сочетании с принципом освобожденности от связей, применимым к рассматриваемой точке:

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F} + \mathbf{R}.$$