

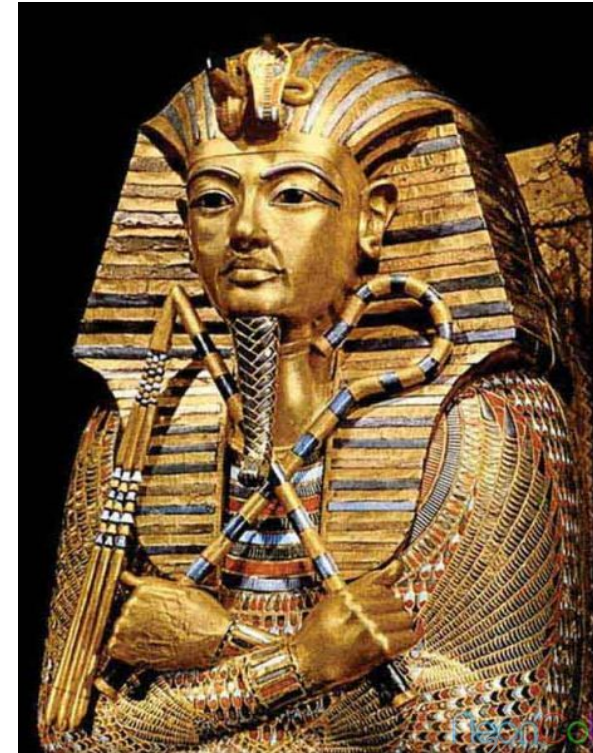
История математики

2 лекция

Лектор – М.А. Подколзина

Осенний семестр 2026 года

Математика в Древнем Египте





Литература

1. О.Нейгебауэр «Лекции по истории античных математических наук. Догреческая математика», гл.4.
2. А.П.Юшкевич «История математики с древнейших времен до начала Нового времени», т.1, гл.2.
3. Б. Л. Ван-дер-Варден. Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции.
4. www.egyptology.ru, в разделе «Библиография. Наука и техника».

Периодизация

Раннее царство

3000 до н.э.

(Тиса, объединение Верхнего и Нижнего Египта)



Древнее Царство

2700-2200 до н.э.

(Мемфис, Хеопс, эпоха пирамид, **иероглифическое письмо**)



Среднее Царство

2000-1700 до н.э.

(Фивы, **иератическое письмо**, ПР и МП)



Новое Царство

1500-1100 до н.э.

(Фивы, Тутмос, Рамзес, **демотическое письмо**)



332г до н.э. – Египет захвачен Александром Македонским.

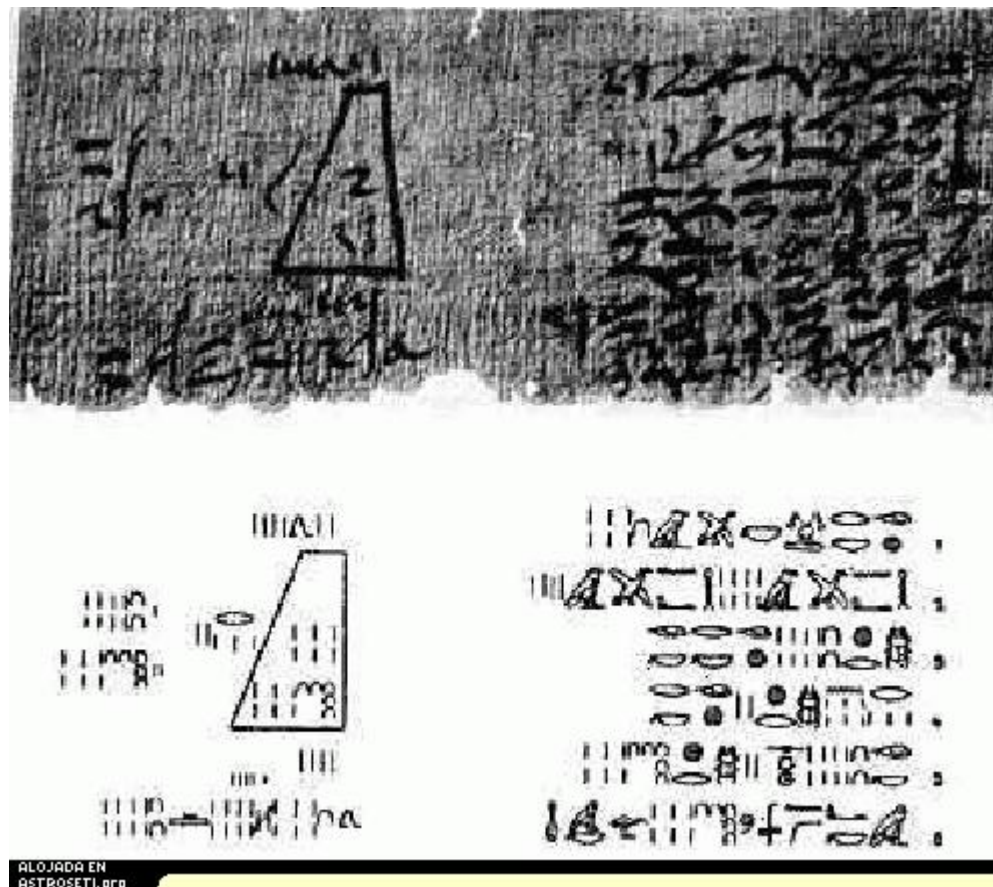
(Александрия – столица государства Птолемеев)



Источники



**Папирус Ринда (Rhind), Британский музей.
Содержит 84 задачи, 5,25 м*33 см)**

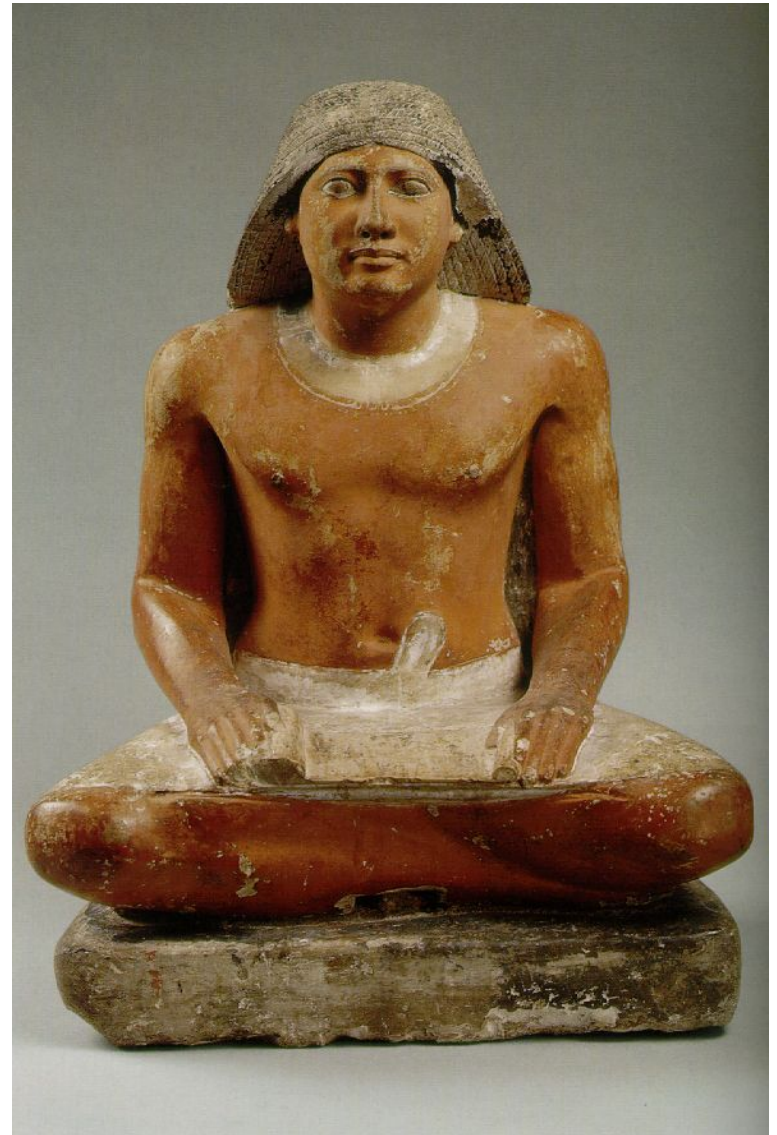


Московский папирус, музей Пушкина.

Содержит 25 задач, 5,44 м*8 см)

Практические задачи:

- Государственная организация орошения земель
- Расчеты при земледельческих работах
- Сбор налогов
- Ведение отчетности
- Содержание армии, военные сооружения
- Строительство, архитектура



Системы счисления:

- по основанию (2, 10, 12, 20, 60,...)
- по типу цифр (символьные, иероглифические, алфавитные...)
- по зависимости значения символа от его положения (позиционные, непозиционные, смешанные)

Системы счисления

- непозиционные
 - египетская
 - все алфавитные (кириллица, глаголица, греческая)
 - римская (смешанная)
- позиционные
 - современная (индийская, 10)
 - вавилонская (60)
 - мая (20)
- Смешанные
 - Фиббоначчиевая
 - факториальная

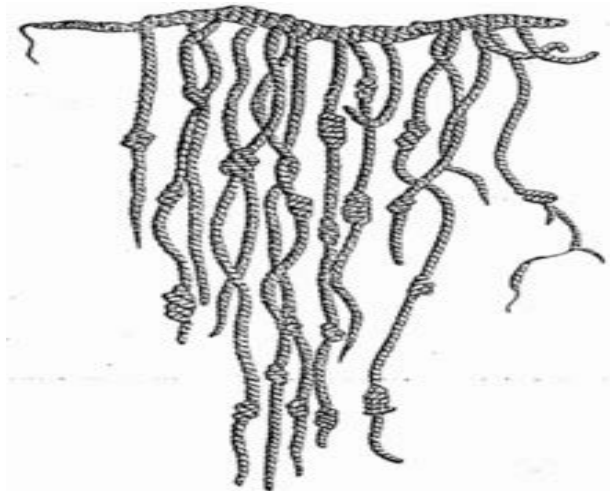
Непозиционные системы

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IIII	𐌂	𐌃	𐌄	𐌅	𐌆
10	100	1000	10000	50	500	5000		
Δ	H	X	M	𐌸	𐌹	𐌺		

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	β	γ	δ	ε	ζ	η	θ	ι
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ς
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϑ

Позиционные системы

- 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,...



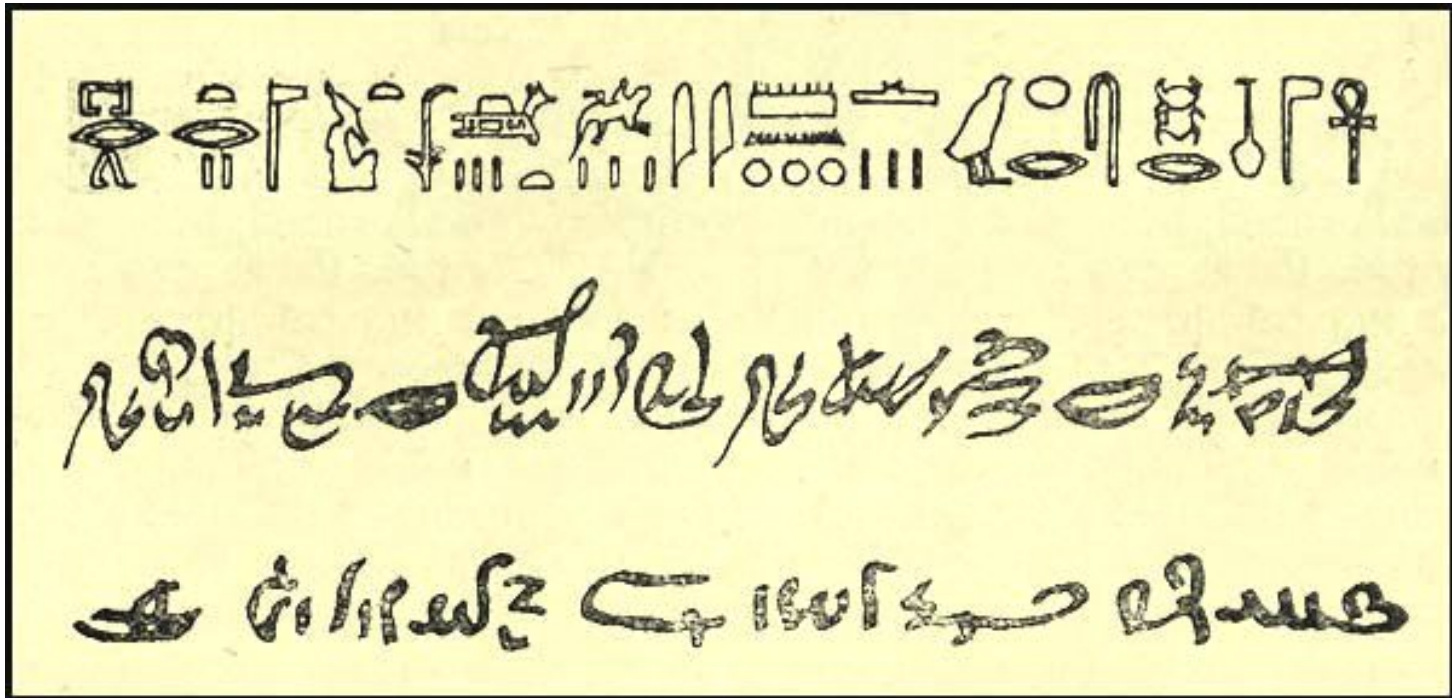
▼	- 1	◄	- 10
▼▼	- 2	◄▼	- 11
▼▼▼	- 3	◄▼▼	- 12
▼▼▼▼	- 4	◄◄	- 20
▼▼▼▼▼	- 5	◄◄◄	- 50

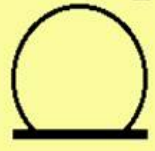
1 =	•
2 =	• •
3 =	• • •
4 =	• • • •
5 =	—
6 =	• —
7 =	• • —
8 =	• • • —
9 =	• • • • —
10 =	==

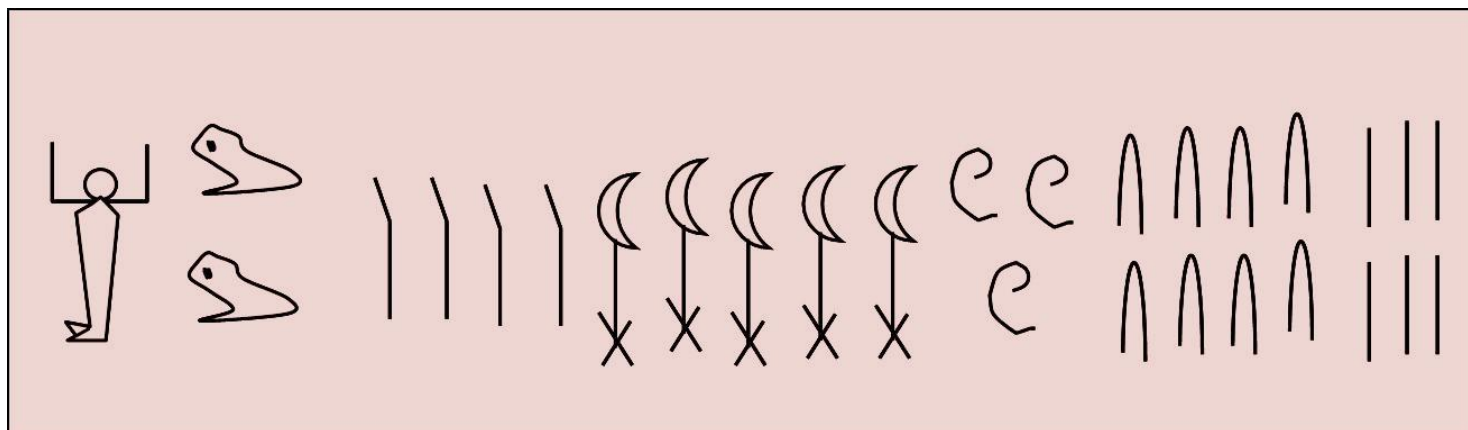
11 =	• ==
12 =	• • ==
13 =	• • • ==
14 =	• • • • ==
15 =	• ==
16 =	• • ==
17 =	• • • ==
18 =	• • • • ==
19 =	• • • • ==

Система нумерации

- Иероглифическое письмо
- Иератическое письмо
- Демотическое письмо



	- 1		- 10		- 1000
	- 2		- 15		
	- 3		- 50		-10000
	- 4				-100000
	- 5		- 100		
			1000000		10000000



Умножение целых чисел

Задача: умножить 213 на 37.

Решение:

$$\begin{array}{r} / 1 \quad 213 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 426 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} / 4 \quad 852 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 1704 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \quad 3408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} / 32 \quad 6816 \end{array}$$

$$37 = 32 + 4 + 1$$

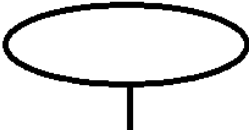
$$7881 = 6816 + 852 + 213$$

Ответ: 7881

Алиquotные дроби $\frac{1}{n} = \overline{n}$

- Специальные дроби:

- $\frac{1}{2}$ 

- $\frac{1}{3}$ 

- $\frac{2}{3}$ 

$\frac{1}{4}$ **x**

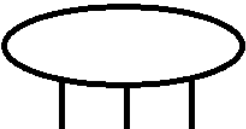
$\frac{3}{4}$  , позже  **x**

Таблица деления $2:k$, k нечетное

k	$2\bar{k}$					k	$2\bar{k}$				
3	$\bar{2}$	$\bar{6}$				53	$\bar{30}$	$\bar{318}$	$\bar{795}$		
5	$\bar{3}$	$\bar{15}$				55	$\bar{30}$	$\bar{330}$			
7	$\bar{4}$	$\bar{28}$				57	$\bar{38}$	$\bar{114}$			
9	$\bar{6}$	$\bar{18}$				59	$\bar{36}$	$\bar{236}$	$\bar{531}$		
11	$\bar{6}$	$\bar{66}$				61	$\bar{40}$	$\bar{244}$	$\bar{488}$	$\bar{610}$	
13	$\bar{8}$	$\bar{52}$	$\bar{104}$			63	$\bar{42}$	$\bar{126}$			
15	$\bar{10}$	$\bar{30}$				65	$\bar{39}$	$\bar{195}$			
17	$\bar{12}$	$\bar{51}$	$\bar{68}$			67	$\bar{40}$	$\bar{335}$	$\bar{736}$		
19	$\bar{12}$	$\bar{76}$	$\bar{114}$			69	$\bar{46}$	$\bar{138}$			
21	$\bar{14}$	$\bar{42}$				71	$\bar{40}$	$\bar{568}$	$\bar{710}$		
23	$\bar{12}$	$\bar{276}$				73	$\bar{60}$	$\bar{219}$	$\bar{292}$	$\bar{365}$	
25	$\bar{15}$	$\bar{75}$				75	$\bar{50}$	$\bar{150}$			
27	$\bar{18}$	$\bar{54}$				77	$\bar{44}$	$\bar{308}$			
29	$\bar{24}$	$\bar{58}$	$\bar{174}$	$\bar{232}$		79	$\bar{60}$	$\bar{237}$	$\bar{316}$	$\bar{790}$	
31	$\bar{20}$	$\bar{124}$	$\bar{155}$			81	$\bar{54}$	$\bar{162}$			
33	$\bar{22}$	$\bar{66}$				83	$\bar{60}$	$\bar{332}$	$\bar{415}$	$\bar{498}$	
35	$\bar{30}$	$\bar{42}$				85	$\bar{51}$	$\bar{255}$			
37	$\bar{24}$	$\bar{111}$	$\bar{296}$			87	$\bar{58}$	$\bar{174}$			
39	$\bar{26}$	$\bar{78}$				89	$\bar{60}$	$\bar{356}$	$\bar{534}$	$\bar{890}$	
41	$\bar{24}$	$\bar{246}$	$\bar{828}$			91	$\bar{70}$	$\bar{130}$			
43	$\bar{42}$	$\bar{86}$	$\bar{129}$	$\bar{301}$		93	$\bar{62}$	$\bar{186}$			
45	$\bar{30}$	$\bar{90}$				95	$\bar{60}$	$\bar{380}$	$\bar{570}$		
47	$\bar{30}$	$\bar{141}$	$\bar{470}$			97	$\bar{56}$	$\bar{679}$	$\bar{776}$		
49	$\bar{28}$	$\bar{196}$				99	$\bar{66}$	$\bar{198}$			
51	$\bar{34}$	$\bar{102}$				101	$\bar{101}$	$\bar{202}$	$\bar{303}$	$\bar{606}$	

Использование таблицы 2:k – деление целых чисел в общем случае.

$$a:b = (a_0 2^0 + a_1 2^1 + \dots + a_n 2^n):b,$$

где $a_i \in \{0,1\}$

$$2:b = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \quad \Rightarrow \quad 4:b = \frac{2}{l_1} + \frac{2}{l_2} + \frac{2}{l_3}$$

из таблицы *либо сокращаем,*
либо пользуемся
таблицей

Дополнение суммы дробей до единицы

Задача: дополнить до 1 правильную дробь
 $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{45}$

Решение: В качестве общего знаменателя выбирается 45.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{45}$
$11 \frac{1}{4}$	$5 \frac{1}{2} \frac{1}{8}$	$4 \frac{1}{2}$	$1 \frac{1}{2}$	1

Арифметическая прогрессия

Задача: разделить 10 мер ячменя между 10 людьми. Разница между каждым человеком и его соседом составляет $\frac{1}{8}$ меры ячменя.

Решение: Средняя доля есть 1 мера. Вычти 1 из 10. Остаток есть 9. Составь половину разницы. Это есть $\frac{1}{16}$. Возьми ее 9 раз. Это дает $\frac{1}{2} + \frac{1}{16}$. Приложи это к средней доле. Вычитай для каждого лица по $\frac{1}{8}$ меры, пока не достигнешь конца.

Геометрическая прогрессия

дом	7	Решение:	
кошка	49	1	2801
мышь	343	2	5602
ячмень	2401	4	11204
мера	16807	Вместе	19607

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 2801 * 7 = 2801(1+2+4)$$

1	1	7	49	343	2401	2801
2	2	14	98	686	4802	5602
4	4	28	196	1372	9604	11204
7	7	49	343	2401	16807	19607

Схема О.Нейгебауэра

Исчисление кучи (аха)

$mx + nx + kx = c$, причем коэффициенты м.б. дробными.

Пути решения:

- 1) Как линейное уравнение
- 2) Метод ложного положения

Особенности египетской алгебры

- аддитивность и удвоение
- аликвотные дроби
- использование таблицы $2/n$, где n – нечетное
- текстовые задачи (аха), метод ложного положения
- знание прогрессий

Геометрия Древнего Египта

- Площади треугольника, прямоугольника, трапеции.
- Приблизительная форма площади 4-угольника $S = \frac{a+c}{2} \frac{b+d}{2}$ и треугольника $S_{\triangle} = \frac{a+c}{2} b$
- Объемы параллелепипеда, призмы, пирамиды.
- Построение прямого угла
- Приближение площади круга, длины окружности.
- Объем усеченной пирамиды

Приближение π

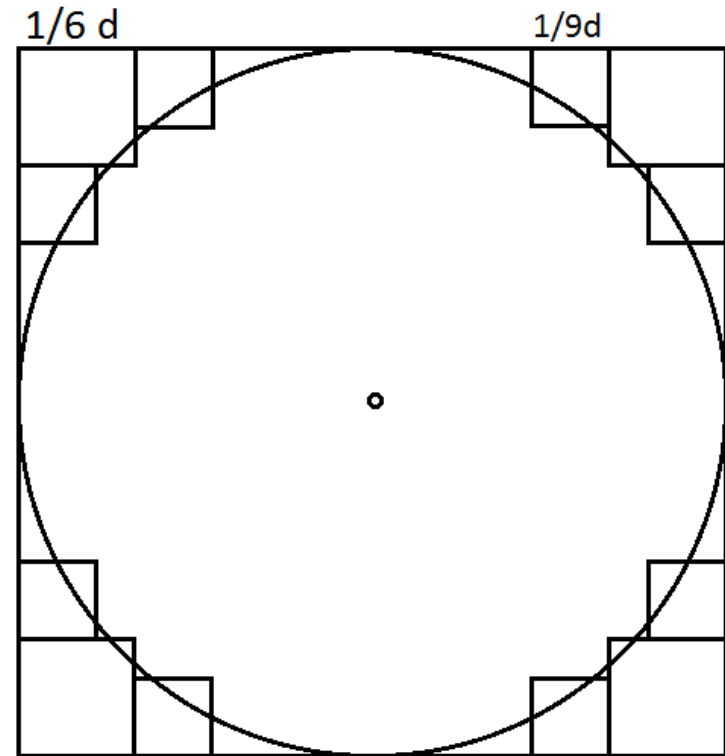
Первое приближение:

$$S_1 = d^2 - 4 \left(\frac{1}{6}\right)^2 d^2$$

Второе приближение:

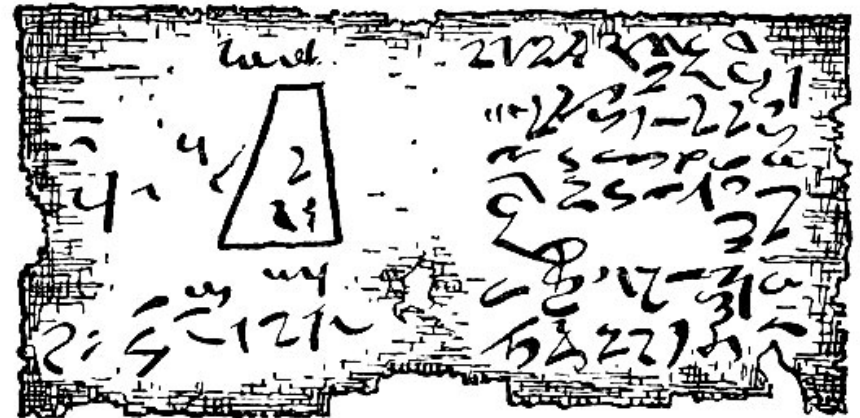
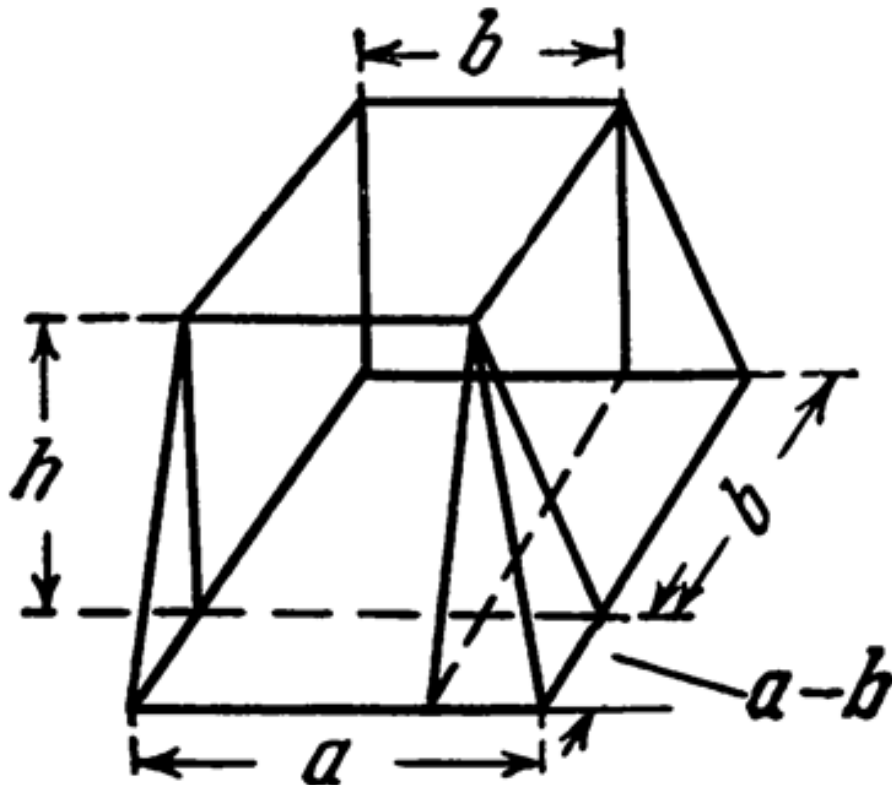
$$S = S_1 - 8 \left(\frac{1}{9}\right)^2 d^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

$$\pi \approx 3,1605$$



Объем усеченной пирамиды

Задача 14 Московского
папируса



$$V = \frac{h}{3} (a^2 + ab + b^2)$$