

**История математического анализа в XVII – XX вв.
Избранные главы
Из истории теории дифференциальных
уравнений с частными производными**

Спецкурс С.С. Демидова и С.С. Петровой

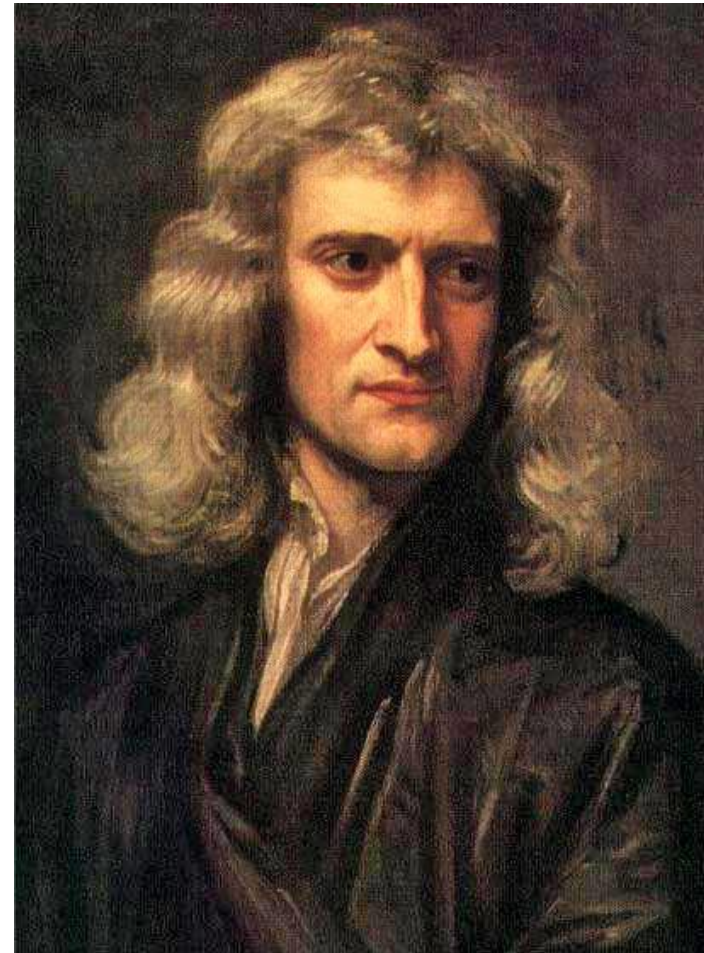
Осенний семестр 2021 года

Задачи и методы их решения, которые можно числить по ведомству математического анализа, встречаются уже в глубокой древности. Квадратуры фигур, ограниченных кривыми линиями, кубатуры тел, с криволинейными поверхностями, методы проведения касательных к замысловатым кривым относятся к числу наиболее ярких достижений величайшего математика древности – Архимеда. И когда в эпоху Возрождения европейский гений обратил своё внимание на математику, он в первую очередь обнаружил в ней инфинитезимальные методы древних. Их интеграционные методы, приёмы проведения касательных к заданным кривым в заданной точке стали не только объектами тщательного изучения, но и отправными точками их исследований. В этих исследованиях начали обозначаться некоторые характерные черты анализа. Так, читая работу Паскаля «Трактат о синусах четверти круга» 1658 года, Лейбниц вдохновился идеей «характеристического треугольника», получившей у него замечательное развитие. Математическая культура того времени была обременена «новым анализом» и лишь ожидала того, кто окажется способным дать ему жизнь. И таких оказалось двое – кембриджский профессор Исаак Ньютон и посланник Майнцкого курфюрста Готфрид Вильгельм Лейбниц.

Newton Isaac (1643 – 1727)

Ньютон И.

- 1643 – родился в 75 км. от
Кембриджа деревне
Вулсторп семье фермера
- 1661 – поступил в Тринити
колледж Кембриджского
университета
- 1665 – окончил университет со
степенью бакалавра
- 1665 – 1667 – «чумные годы»
 - бином Ньютона
 - метод флюксий,
 - основные идеи
механики Ньютона
 - дисперсия света



- 1668 – магистр
 - построил первый рефлектор
- 1669 – занял кафедру в Тринити колледже
 - «Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов»
- 1672 – избрание в Лондонское Королевское общество
- 1676 – вступил в переписку с Лейбницем (через Ольденбурга)
- 1687 – «Philosophiae naturalis principia mathematica»
- 1696 – хранитель Лондонского монетного двора
- 1699 – директор Лондонского монетного двора
- 1703 – президент Лондонского Королевского общества
- 1704 – «Оптика»
- 1705 – возведён в рыцарское достоинство
- 1707 – «Универсальная арифметика»
- 1708 – начало приоритетного спора с Лейбницем
- 1713 – исправленное и дополненное издание Principia
- 1727 – скончался близ Лондона – в Кенгсингтоне

Метод флюксий

В методе флюксий основные понятия анализа выступают в квазимеханической форме. Анализ – учение о движении. Его предмет – изучение текущих величин, флюент (от fluere – течь), в их взаимосвязи со скоростями течения (fluxio – течение). Все флюенты – функции одной переменной, времени. Если флюенту обозначить u , то символами первой, второй и т.д. флюксий у Ньютона будут \dot{u} , \ddot{u} , \dddot{u} и т.д. Для вычисления мгновенных скоростей (флюксий) потребовались бесконечно малые изменения флюент, которые Ньютон назвал моментами. Символ момента – o . Тогда момент флюенты – $o\dot{u}$, то есть произведение мгновенной скорости на момент времени. С нашей точки зрения момент флюенты – это её дифференциал.

В теории флюксий выделяются две задачи – 1) определить соотношение между флюксиями по заданному соотношению между флюентами, 2) определить соотношение между флюентами по заданному соотношению между флюксиями.

Leibniz G.W. (1646 – 1716)

Лейбниц Г.В.

1646 – родился в Лейпциге в семье профессора философии морали Лейпцигского университета

1661 – 1666 – изучал философию и право в университетах Лейпцига и Йены

1666 – защита юридической диссертации на степень доктора в Нюрнбергском университете



- 1668 – поступает на службу к Майнцкому курфюрсту
- 1672 – приезд в Париж, где прожил несколько лет – сблизился с учёными, группировавшимися вокруг Академии наук, с её президентом Х. Гюйгенсом
- 1673 – поездка в Лондон
 - избрание в Лондонское королевское общество
- 1675 – открытие дифференциального и интегрального исчисления
- 1676 – вступил в переписку с И. Ньютоном (через Ольденбурга)
- 1677 – 1716 – служба у герцога Ганновера
- 1682 – в Лейпциге начинается издание Acta Eruditorum
- 1684 – первая публикация по новому исчислению
- 1697 – первая встреча с Петром Великим
- 1699 – избрание в Парижскую Академию наук
- 1700 – открытие Берлинского научного общества
- 1710 – начинается выход Miscellanea Berolinensia
- 1711 – 1716 – встречи с Петром Великим
- 1716 – смерть Лейбница в Ганновере

1675 – Лейбниц вступил в область исчисления бесконечно малых – ввёл основные понятия, операции и символы (\int для интеграла, d для дифференциала)

1684 – «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которых не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления» Acta Eruditorum – первая публикация по новому исчислению.

Я. Бернулли (1654 – 1705), И. Бернулли (1667 – 1748)



де Лопиталь (1661 – 1704)

«Анализ бесконечно малых для исследования кривых линий» 1696

Euler L. (1707 – 1783)

Эйлер Л.

1707 – родился в Базеле
в семье пастора

1724 – окончил Базельский ун-т
ученик И. Бернулли

1727 – 1741

работает в Петербургской АН

1741 – 1766

работает в Берлинской АН

1766 – 1783

работает в Петербургской АН

1783 – скончался в Петербурге



Введение в анализ бесконечных. Т.1 – 2.
Лозанна. 1748

Дифференциальное исчисление. Берлин.
1755

Интегральное исчисление. Т. 1 – 3.
Петербург. 1768 – 1770

Cauchy A.L. (1789 – 1857)

Коши О.

- 1789 – родился в Париже в семье чиновника
- 1807 – окончил Политехническую школу
- 1810 – окончил Школу мостов и дорог
- 1810 – 13 – инженер в Шербуре
- 1816 – профессор Политехнической школы – член Парижской АН
- 1821 – «Алгебраический анализ»
- 1830 – 38 – эмиграция
- 1857 – умер в Париже



Bolzano B. (1781 – 1848)

Больцано Б.

- 1781 – родился в Праге
- 1796 – поступил в Карлов ун-т,
изучал философию и теологию
- 1804 – принял сан священника
- 1805 – 20 – профессор ун-та
- 1820 – изгнан из ун-та и удалился
в деревню, где занимался
математикой и логикой
- 1848 – умер в Праге
- 1851 – выход в свет «Парадоксов
бесконечного»



Weierstrass K.T.W. (1815 – 1897)

Вейерштрасс К.

1815 – в Остенфельде в семье чиновника

1834 – окончил гимназию в Падерборне

1841 – сдал экзамены на звание учителя

1842 – 55 – преподавал математику в
средней школе

1856 – член Берлинской АН

– экстраорд. (с 1865 орд.) проф.
Берлинского ун-та

1857 – начало чтения двухгодичных
циклов лекций, каждый из которых
составлен из четырёх семестров.
курсов – 1) теория анал. функ.,
2) теор. эллипт. функ., 3) применен.
эллипт. функ. в геом. и механ.,
4) теория абелевых функций

Курс читался до 1887 г. (15 раз !)



Weierstrass

К. Вейерштрасс воспитал многочисленных учеников, среди которых С.В. Ковалевская, М.Г. Миттаг-Леффлер, И.Л. Фукс, К. Шварц, Г. Кантор, Ф. Фробениус, В. Киллинг, К. Рунге, А. Шёнфлис.

1897 – умер в Берлине

Если взглянуть на современный курс calculus'a (а все они, за исключением всякого рода экзотики, выстроены в развитие идей Коши – Вейерштрасса), то сразу в глаза бросается историческая нелинейность изложения – все эти курсы начинаются с того или иного варианта теории действительного числа, в то время как до необходимости теоретического оформления понятия действительного числа математическая мысль дошла лишь в XIX веке. Первым это понял, наверное, Больцано – см. его сочинение «Парадоксы бесконечного», опубликованное уже после его смерти – в 1851. А своё реальное воплощение эта идея получила лишь в 1872 году, когда свет увидели три различные варианты теории – К. Вейерштрасса, Г. Кантора и Р. Дедекинда. Мысль о возможности построения исчисления на базе теории пределов с полной определённой высказал лишь Даламбер, а само такое построение начал реализовывать О. Коши. До этого исчисление строилось, как правило, с использованием актуальных бесконечно малых – роль которых исполняли дифференциалы, понимание сущности которых основывалось исключительно на интуиции. Ясность в понимании основных понятий и сама логика построения исчисления достигалась в ходе постепенного их постижения при решении конкретных задач, зачастую возникающих на просторах большого анализа – например, задач типа проблемы колебания струны. Одной из таких теорий, к изучению истории которой мы приступаем, стала теория дифференциальных уравнений с частными производными.