История и методология математики.

Курс для магистров 2 года обучения
механико-математического факультета
МГУ им. М.В. Ломоносова

Лектор – Смирнова Галина Сергеевна.

Материалы к курсу доступны по ссылке:

https://math.msu.ru/node/1421

ЛИТЕРАТУРА https://math.msu.ru/node/1247

1. **Первоисточники.**
2. **Учебная**:

- ***Рыбников К.А.*** **История математики**. Изд-во МГУ. 1994 (или 1974).
- *Стройк Д.Я*. Краткий очерк истории математики. М., 1990.
- *Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж*. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., 1987.
- Очерки по истории математики. Под ред. Б.В. Гнеденко. Изд-во МГУ, 1997.
- *Гнеденко Б.В*. Очерки по истории математики в России. М.-Л., 1946.
- История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Под редакцией Юшкевича А.П. Тома 1–3. М., 1970–72.
- *Клейн Ф*. Лекции о развитии математики в XIX столетии. М., 1989.

3. **Научная.**

А.Н. КОЛМОГОРОВ *"МАТЕМАТИКА"*

БСЭ, 1954, т. 26, с. 464–483

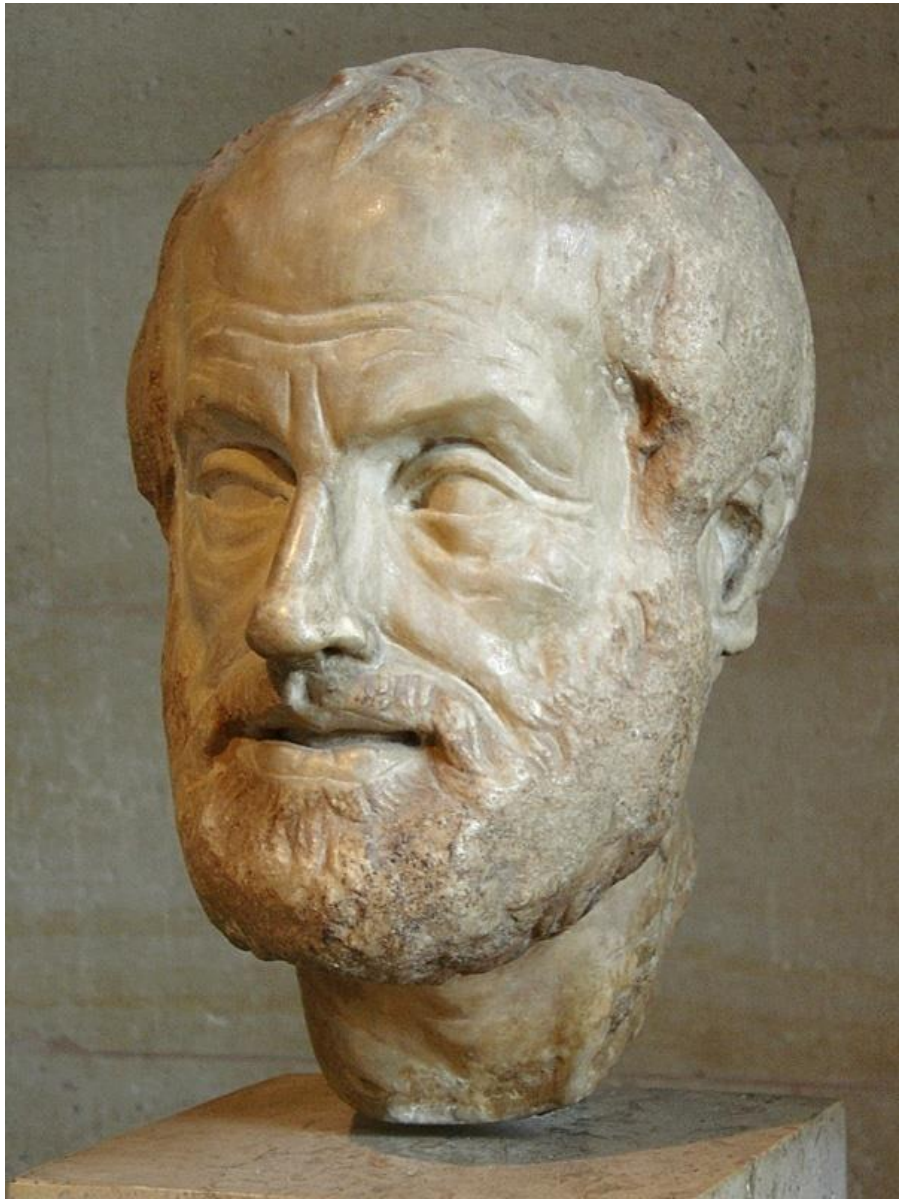
Математика (греч. *μαθηματικη,* от *μάθημα* – знание, наука), **наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира**.

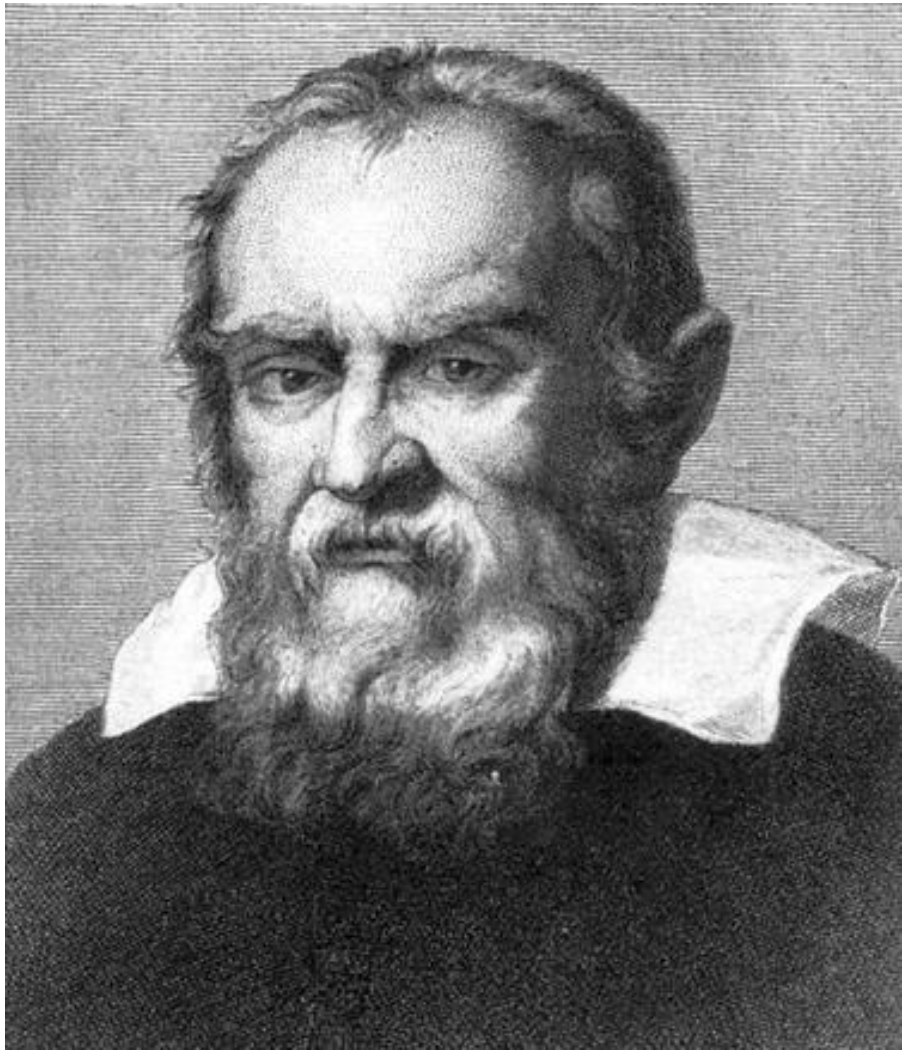
«Чистая математика имеет своим объектом *пространственные формы и количественные отношения действительного мира*, стало быть — весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное» (Энгельс Ф., см. Маркс К. и Энгельс Ф., Сочинения, 2 изд., т. 20, с. 37).

Абстрактность М., однако, не означает её отрыва от материальной действительности. В неразрывной связи с запросами техники и естествознания запас количественных отношений и пространственных форм, изучаемых М., непрерывно расширяется, так что данное выше общее определение М. наполняется всё более богатым содержанием.

АРИСТОТЕЛЬ ***"МЕТАФИЗИКА"***
МЕТН., *книга XI, глава III*

…математик … исследует, **опуская** все **чувственно** воспринимаемое, например тяжесть и легкость, твердость и противоположное ей, а также тепло и холод и все остальные чувственно воспринимаемые противоположности, и **оставляет** только **количественное** и **непрерывное**, у одних – в одном измерении, у других – в двух, у третьих – в трех, и рассматривает **свойства их**, поскольку они количество и непрерывное, а не с какой-либо другой стороны, и в одних случаях он рассматривает взаимное положение предметов и свойственное ему, в других – их соизмеримость и несоизмеримость, в третьих – их соотношение, но тем не менее мы для всего этого полагаем одну и ту же науку…





<u>Галилео Галилей</u> **(1629):**

Тот, кто хочет решать вопросы естественных наук ***без помощи математики****, ставит* ***неразрешимую*** *задачу. Следует измерять то, что измеримо, и делать измеримым то, что таковым не является…*

Философия написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами (я разумею ***Вселенную****), но ее нельзя понять, не научившись сначала понимать ее язык и не изучив буквы, которыми она написана.*

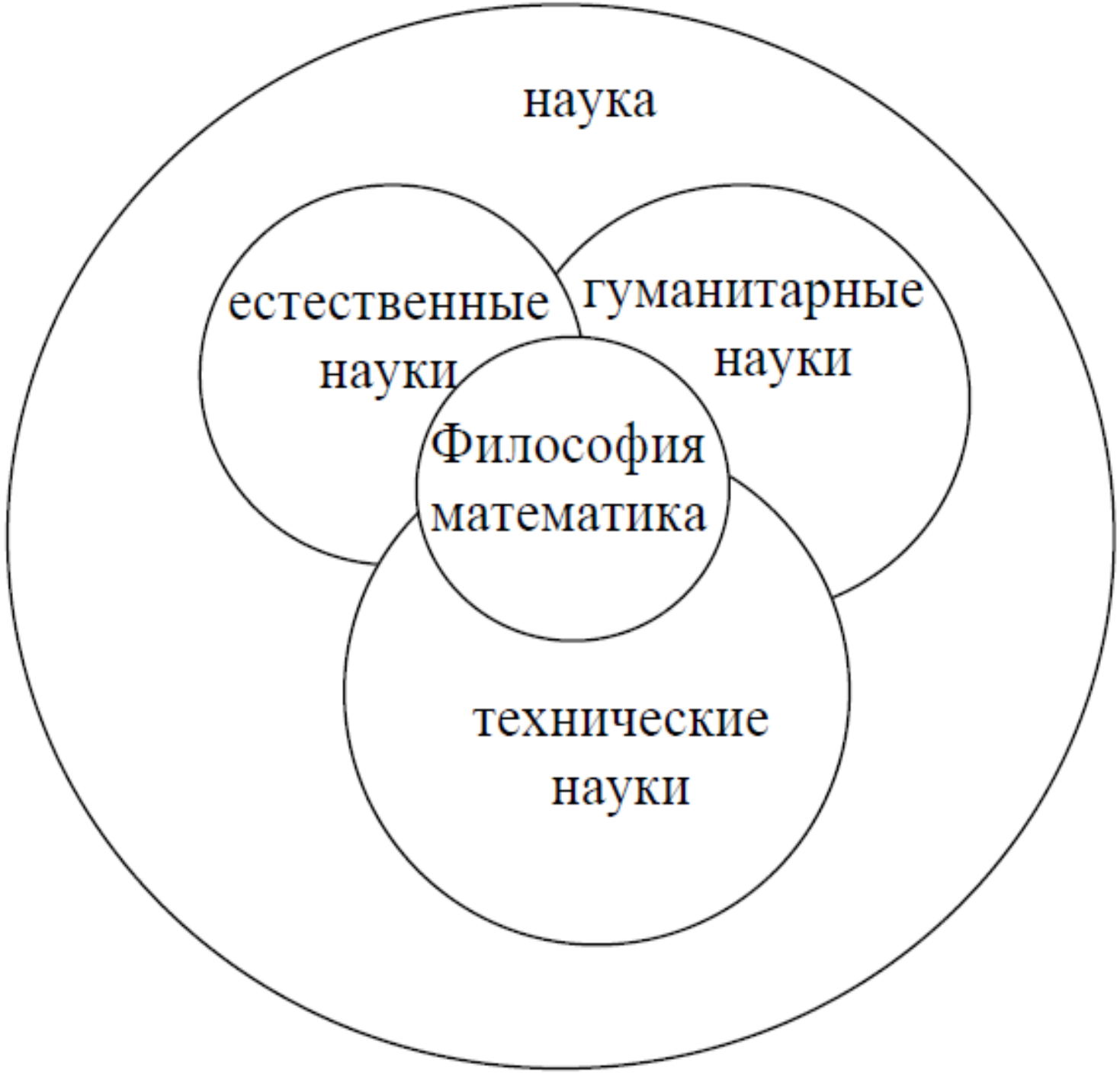
А ***написана она на математическом языке****, и ее буквы это треугольники, дуги и другие геометрические фигуры, без каковых невозможно понять по-человечески ее слова: без них — тщетное кружение в темном лабиринте…*

<u>Декарт</u>: К области математики относятся только те ***науки, в которых рассматриваются либо порядок, либо мера*** и совершенно несущественно будут ли это числа, фигуры, звезды, звуки или что-нибудь другое”

“Правило для руководства ума”, 1637

<u>Эйлер</u>: Математика вообще это ни что иное, как ***наука о величинах***, или наука, которая ищет способы для их измерения.

Различные части математики занимаются различными видами величин, причем имеется такое множество видов величин, что их трудно было бы перечислить.


наука
естественные науки
гуманитарные науки
Философия математика
технические науки

МАТЕМАТИКА – НЕ ЕСТЕСТВЕННАЯ НАУКА

Платон: *Существует мир идей и мир вещей, и где-то между ними – мир математических объектов*.

1. Предмет математики.

А.Я. Хинчин: «*Основной критерий, отличающий естественно-научную дисциплину от* ***математической****, мы видим в том характере определения свойственной данной науке* ***области исследования****, который является типичным для этих двух категорий научных дисциплин.*»

Естественная наука определяется спецификой своего предмета. **У математики** же **«своей» области объектов природы нет.**

“**Взгляды на природу математической реальности** располагаются между двумя крайностями.

На одном полюсе – **реализм** (часто называемый платонизмом), утверждающий, что математические конструкции существуют вне и независимо от человеческого сознания в некоторой «трансцендентной», малодоступной непосредственному восприятию реальности. На другом – **антиреализм** (близкий по своим установкам номинализму), согласно которому математические структуры и объекты являются творческими продуктами человеческого воображения.

В первом случае человеческое сознание, подобно путешественнику, открывает новые математические «земли», во втором – воображение, подобно инженеру, планирует и возводит новые математические конструкции, требующие новых понятий и принципов их организации…”

Валентин Александрович **Бажанов** – доктор философских наук, профессор, заслуженный деятель науки РФ, действительный член Académie Internationale de Philosophie des Sciences, зав.кафедрой философии Ульяновского государственного университета. Из статьи в журнале «Вопросы философии», 2020, № 11.

Для изучения своего предмета любая ***естественная*** наука пользуется *любыми* методами и полученные результаты вновь применяет к области своего исследования. В математике это не так: основное **внимание** уделяется самим **методам исследования**, а **результаты**, как правило, применяются **в области, гораздо более широкой**, чем первоначальная.

«…*определяющим признаком всякой математической дисциплины всегда является некоторый* ***формальный метод****, потенциально допускающий самое различное материальное воплощение, а следовательно, и практическое применение*».

Пример: метод дифференциальных уравнений применим в физике, химии, биологии, всюду, где мы сталкиваемся с двумя непрерывно меняющимися величинами, изменения которых имеют относительную скорость.

А.Н. Колмогоров: *Область применения математических методов принципиально неограниченна*.

2. Отсутствие экспериментального метода как способа доказательства.

Разговор математика с физиком в конце XX века,
когда теорема Ферма еще не была доказана .

М.: Великая теорема Ферма не доказана, но проверена для всех чисел, не превышающих некоторое.

Ф.: Она проверена для всех чисел, меньших 100?

М.: Да.

Ф.: А меньше 1000?

М.: Да. Даже для всех меньше 125 000.

Ф.: Так что же вам еще надо?

Что же такое **МАТЕМАТИКА**? О чем эта наука?

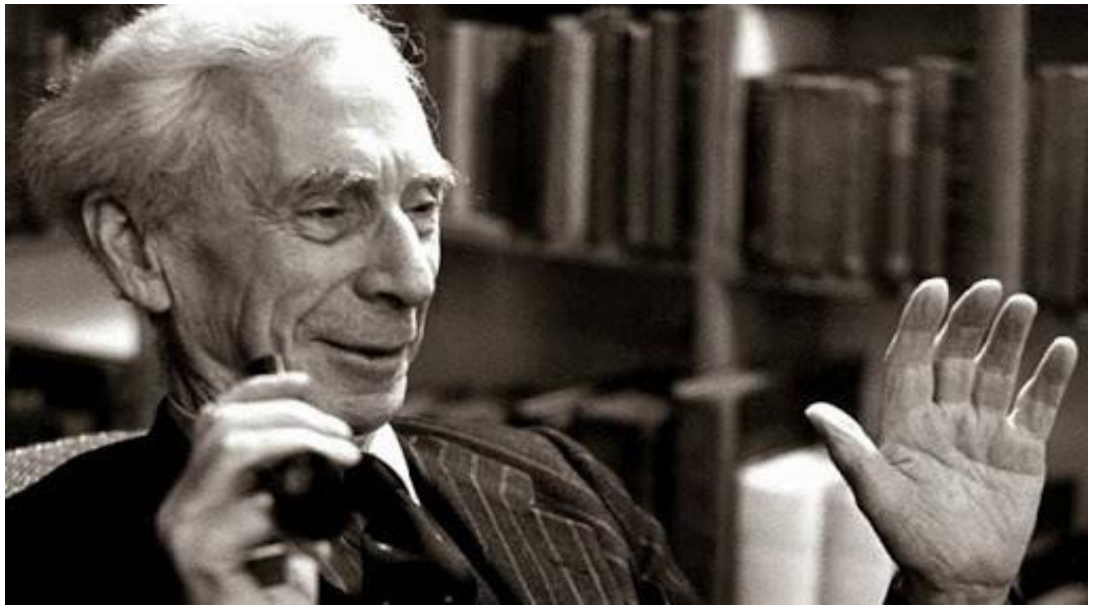
Единого мнения на этот счет даже у крупнейших математиков нет. Если рассматривать этот вопрос вне исторического развития науки, а лишь в какой-то определенный промежуток времени, то найти ответ невозможно.

Долгое время **математику** рассматривали не как единое целое, а как ***ряд дисциплин***, основанных на частных, точно определенных понятиях, но дальнейшая эволюция математики упрочила единство ее частей и создала своего рода центральное ядро, положив в основу ***аксиоматический метод***.

Он учит нас в различных теориях находить общие идеи, скрывающиеся за деталями, присущими каждой из теорий, извлекать их и подвергать исследованию. Впервые этот подход появляется в школе Пифагора, изложен Евклидом в «Началах» (IV в. до н.э.). В XX веке – Д. Гильберт, Н. Бурбаки, А.Н. Колмогоров и др.

Два освещения аксиоматического метода:

Анри Пуанкаре (1854–1912): *Математика – это искусство говорить одно и то же о разных вещах и разные вещи об одном и том же.*



Бертран Рассел (1872—1970):

Математика – это наука, которая не знает, о чем она говорит, и верно ли то, что она говорит.

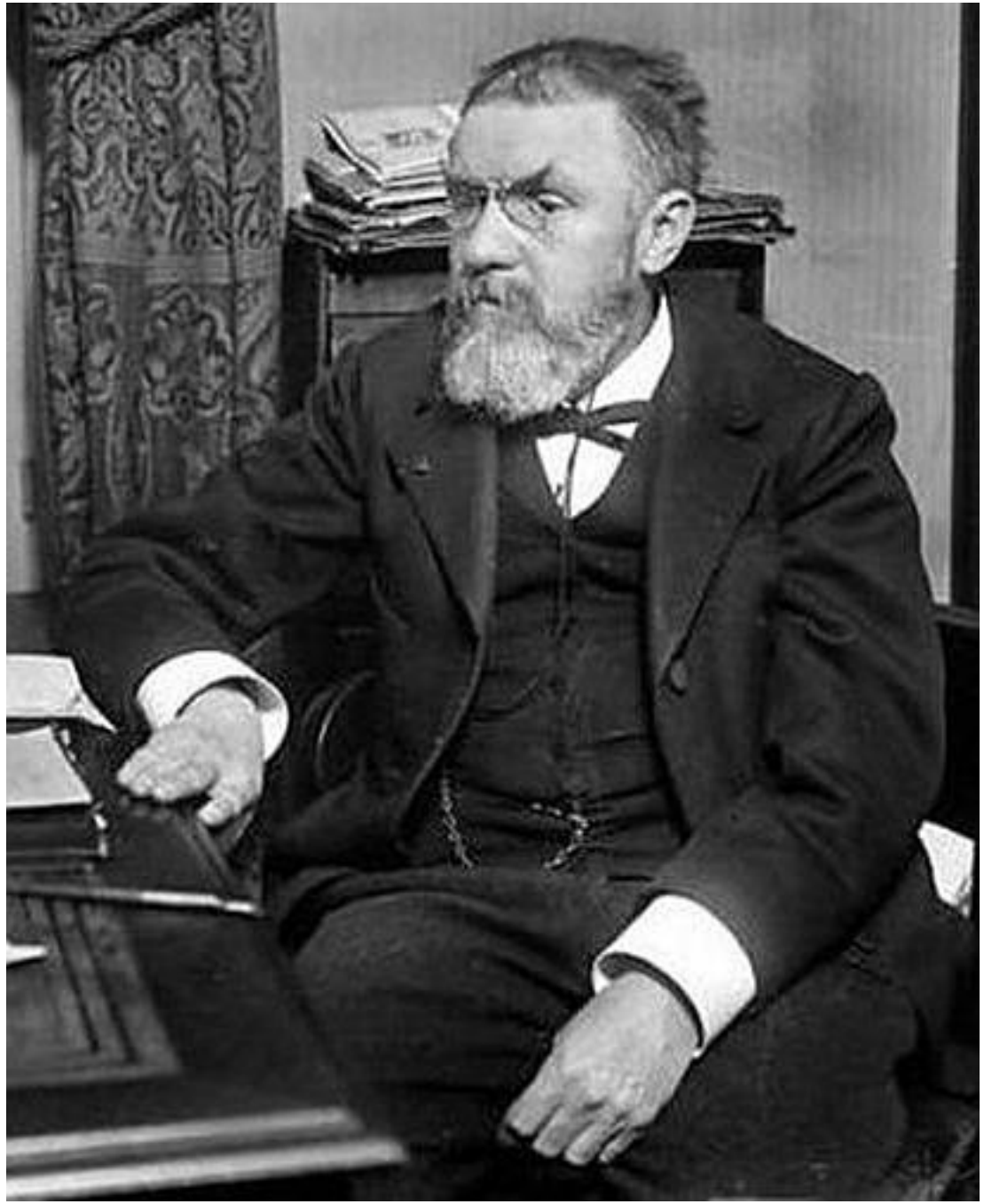
Герман Вейль (1885–1955):

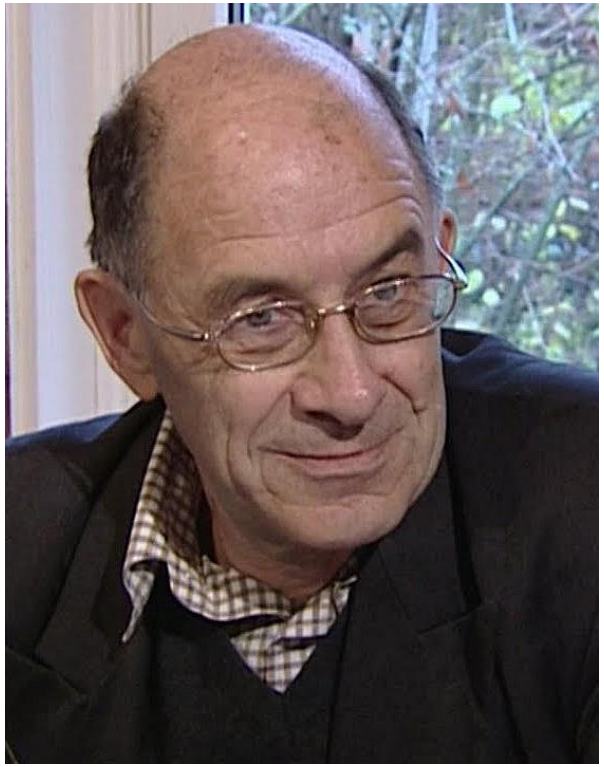
Математика есть наука о бесконечном, ее целью является постижение человеком, который конечен, бесконечного при помощи знаков.

При этом завершенное бесконечное – это Бог.

А. Пуанкаре (1854–1912):

Чистый математик, который забыл бы о существовании внешнего мира, был бы подобен живописцу, умеющему гармонически сочетать цвета и формы, но лишенному натуры, модели, – его творческая сила быстро иссякла бы.





В.И. Арнольд (1937 – 2010):

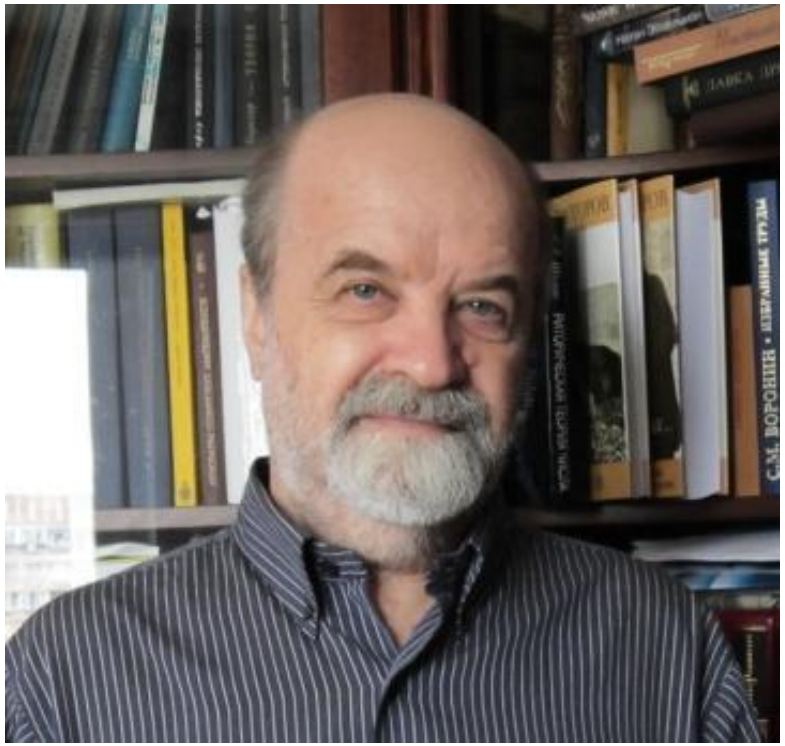
математика *– это* ***специальная часть физики****, математика питается задачами, которые ей подбрасывает физика и физические проблемы*.

В этом смысле Арнольд отстаивает идею Пуанкаре о том, что развитие математики в XX веке будет определяться именно задачами, пришедшими из физики.

Л.Д. Фаддеев (1934 – 2017), математический физик, один из создателей теории квантовых групп, признает за математикой **абсолютную самостоятельность**; считает, что ***математика – это язык всех наук****, внутри себя математика имеет свою логику, собственную красоту, существуя при этом, конечно, и как раздел физики*.

Федор Алексеевич Богомолов (р. 1946, ученик С.П. Новикова):

«…общая проблема математики состоит в том, что, **когда наука начинает развиваться сама по себе, в отрыве от соседних дисциплин, появляется опасность вырождения**…



…контакт с такой живой наукой как физика обогащает. В ней странным образом математика до сих пор исключительно эффективна, не так как в других науках: в биологии до сих пор нет такой эффективности взаимного обогащения, там такой период еще не настал. А с физикой существует длинный взаимно обогащающий союз. И это точка зрения Арнольда, от которой можно немножко отступить.

То есть **математика обладает своей внутренней логикой**, которая позволяет довольно успешно и продуктивно развиваться и опять давать результаты, полезные и для других дисциплин, и снова очень долго развиваться в отрыве от той же физики».

Все математики большого ранга уделяли внимание вопросам истории и философии своей науки.

Готфрид Вильгельм ЛЕЙБНИЦ: *Весьма полезно познать истинное происхождение замечательных открытий, особенно таких, которые были сделаны не случайно, а силою мысли. Это приносит пользу не только тем, что воздает каждому свое и побуждает других добиваться таких же похвал, сколько тем, что* ***<u>познание метода на выдающихся примерах ведет к развитию искусства открытия</u>***.

Исаак НЬЮТОН: *Если я увидел больше других, то только потому, что стоял на плечах гигантов*.

П.С. Лаплас «Опыт философии теории вероятностей»

Ф. Клейн «Лекции о развитии математики в XIX столетии»

А. Пуанкаре «Наука и гипотеза», «Наука и метод», «Ценность науки», «Последние мысли»

Н. Бурбаки «Очерки по истории математики», «Архитектура математики»

Б.Л. Ван дер Варден «Пробуждающаяся наука», «Геометрия и алгебра в древних цивилизациях»

А.Н. Колмогоров «Математика» в БСЭ

Б.В. Гнеденко «Очерки по истории математики в России»

Периодизация А.Н. Колмогорова

I. Период накопления математических знаний
(2000 – 600 гг. до н.э.)

II. Период элементарной математики
(VI до н.э. – XVI в. н.э.)

III. Математика переменных величин
(XVII – XVIII вв.)

IV. Период современной математики
(XIX – XX вв.)

I Период накопления математических знаний

2000 до н.э. – 600 до н.э.

Египет, Вавилон, Индия, Китай

Источники: 1) папирусы (XIX–XVIII вв. до н.э.)

2) клинописные таблички (XVIII–III вв. до н.э.)

3) Шульвасутры (VII–V вв. до н.э.)
– приложения к Ведам (X в. до н.э.)

4) не дошли: китайские математические тексты X в. до н.э., Девятикнижье (IV в. до н.э.), сохранившиеся тексты – не ранее II в. до н.э.

Б.Л. ван дер Варден: между 3000 до н.э. и 2500 до н.э. в эпоху неолита в Центральной Европе существовала некая математическая наука, позже распространившаяся по всему миру.

II Период элементарной математики

VI вв. до н.э. – XVI в.

VI в. до н.э. – скачок: появляется доказательство и первые математические теории (теория чисел, геометрическая алгебра, теория отношений, элементы теории пределов…) $\Rightarrow$ абстрактная дедуктивная наука. Все объекты в ней – **величины постоянные** $\Rightarrow$ это – **элементарная** математика.

VI в. до н.э. – VI в. н.э. – **греческий период**:

1) Фалес, Пифагор, Гиппократ, Архит, Теэтет, Евдокс, Парменид, Зенон
2) Евклид, Архимед, Аполлоний
3) Герон, Птолемей, Диофант

VI в. н.э. – XIII в. – **арабский период**

Аль-Хорезми, Сабит ибн Корра, Аль-Бируни, Омар Хайям, Насир Ад-Дин ат-Туси, Аль-Каши.

XIII – XVI вв. – **Ренессанс**

Леонардо Пизанский

Николай Коперник

коссисты

Лука Пачоли, Тарталья, Кардано, Бомбелли

Франсуа Виет

III Математика переменных величин

XVII – XVIII вв.

– необходимость изучать движение, процессы изменения величин

$\Rightarrow$ возникает понятие «функция» и новые дисциплины:

1) аналитическая геометрия –

Пьер Ферма, Рене Декарт

2) дифференциальное и интегральное исчисление –

Готфрид Вильгельм Лейбниц, Исаак Ньютон,
Леонард Эйлер и др.

IV Период современной математики

(XIX – XX вв.)

Работы по обоснованию математического анализа + теория групп + неевклидовы геометрии

$\Rightarrow$ новый уровень абстракции и математической строгости

$\Rightarrow$ теория множеств и аксиоматический подход в основе рассуждений:

1) Гаусс, Абель, Галуа, Кэли, Жордан, Ли…
2) Коши, Вейерштрасс, Риман, Дедекинд, Кантор…
3) Лобачевский, Больяи, Клейн…
4) Пуанкаре, Гильберт, Бурбаки, Колмогоров…

Материалы к лекциям по истории и методологии математики и механики **в осеннем семестре 2023 г.** будут выкладываться в день лекции на сайте кабинета истории и методологии математики и механики **по адресу**:

https://math.msu.ru/node/1421

Информация о курсах, читаемых по истории математики и механики, есть на странице

https://math.msu.ru/node/1249