

История математики

18 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2024 года

Век просвещения

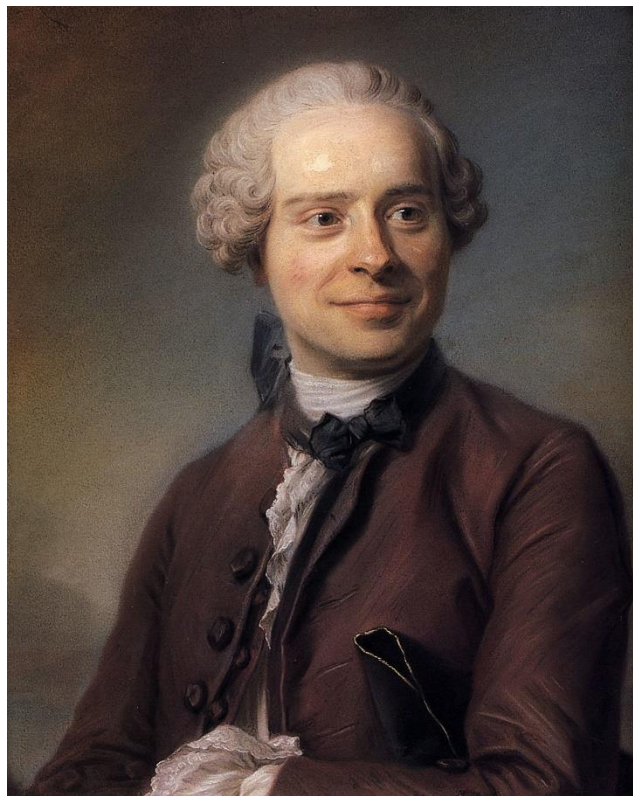
Дидро Д. (1713 – 1784)

Diderot D.

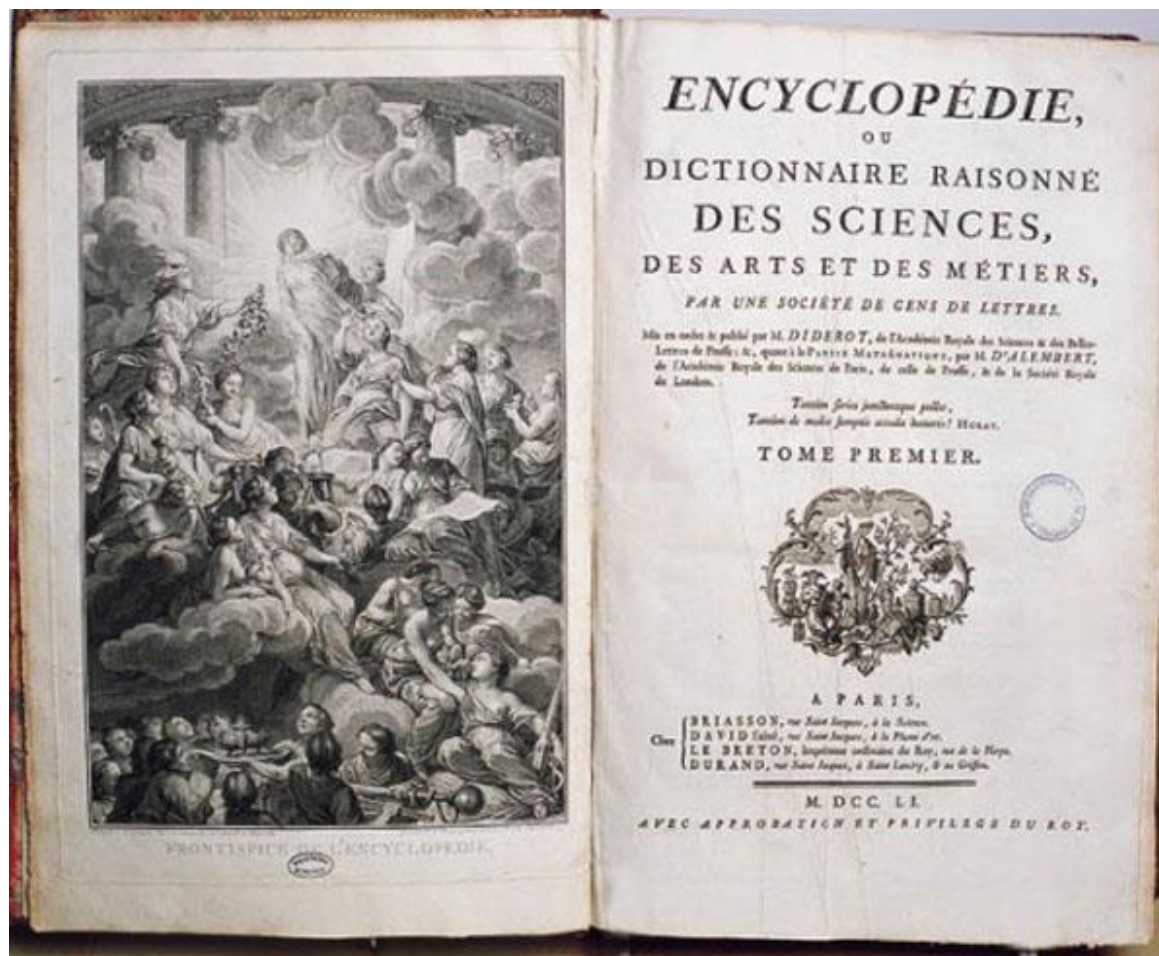


Даламбер Ж.(1717–1783)

D'Alembert J.



«Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers» (Энциклопедия или Толковый словарь наук, искусств и ремёсел) Paris. V. 1 – 28. 1751 – 1772.



Динамика Ньютона

Центром науки в XVIII веке стала ньютоновская динамика. Она стала центром и моделью для всего естествознания, которое в идеале стало мыслиться как математическое. Максима – всё устроено по Ньютону – завладевала умами.

Лаплас «Опыт философии теории вероятностей» (Paris, 1814):

«Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех её составных частей, если бы вдобавок он оказался бы настолько обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движение величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов (по убеждению Лапласа макромир и микромир устроены одинаково – С.Д.); не осталось бы ничего, что было бы для него неизвестно, и будущее, так же как прошедшее, предстало бы перед его взором»

Разумеется, центром математических исследований XVIII века стал математический анализ, рассматриваемый тогдашними математиками, равно как и самими создателями анализа, не как самоцель, а как мощное орудие миропознания. Лейбниц в сентябре 1691 года писал Х. Гюйгенсу: «Я хочу, чтобы мы могли ещё в этом веке довести до завершения анализ чисел и линий (то есть математический анализ – sic!), по крайней мере, в главном, дабы избавить от этой заботы человеческий род, чтобы отныне вся проницательность человеческого разума обратилась к физике».

Но довольно скоро стало ясно, что надежды на столь быстрое построение анализа (даже только в главном) оказались преждевременными. Уже в 1708 году тот же Лейбниц предупреждал: «Не следует удивляться, что анализ бесконечно малых делает только первые шаги и что мы совсем не хозяева положения ни в квадратурах, ни ещё менее в обратной задаче касательных и, в ещё меньшей мере, при решении дифференциальных уравнений...».

Характерные черты анализа XVIII века

1. Анализ преобразуется в науку не зависящую от геометрии и механики. Мало по малу начинают отказываться от интуитивной наглядности, основанной на геометрических и механических образах. Понятия анализа всё более выступают как своего рода алгебраические формы, обладающие прежде всего арифметическим содержанием, а некоторые соответствующие геометрические или физические представления (например, наклон касательной или скорость) – лишь как их конкретные интерпретации. Этот процесс алгебраизации и арифметизации, особенно усилившийся в XIX веке, имел величайшее значение для дальнейшего развития математики в целом.

2. Анализ не только вырастает «в объёме», но и начинает разветвляться. Выделяются такие направления как теория дифференциальных уравнений, теория функций комплексного переменного, учение о рядах. Рождается представление об анализе в узком и широком смысле.

Анализ XVIII века

И. Ньютон (1643 – 1727)

Г. В. Лейбниц (1646 – 1716)

Братья Бернулли: Якоб (1654 – 1705) и Иоганн (1667 – 1748)

Б. Тейлор (1685 – 1731)

К. Маклорен (1698 – 1746)

Даниил Бернулли (1700 – 1784)

Л. Эйлер (1707 – 1783)

А. Клеро (1713 – 1765)

Ж. Даламбер (1717 – 1783)

И.Г. Ламберт (1728 – 1777)

Ж. Лагранж (1736 – 1813)

Г. Монж (1746 – 1818)

П.С. Лаплас (1749 – 1827)

Академии наук

Лондонское королевское общество (1662)

Парижская академия наук (1666)

Берлинская академия наук (1700;
реорганизована в 1745)

Петербургская академия наук (1724)

Другие академии: Туринская академия
наук (1757) и др.

Новые школы

1794 Политехническая школа
École Polytechnique



1794 Нормальная школа
École Normale



Журналы

- с 1665 «Philosophical Transactions» (Философские труды)
Лондонского королевского общества
- 1665 – 1792 «Journal des Savants»
- 1682 – 1731 «Acta Eruditorum» (Труды учёных)
- с 1699 «Histoire et mémoires de l'Académie des Sciences de Paris»
- 1710 – 1743 «Miscellanea Berolinensia» (Берлинский сборник)
- с 1746 «Histoire et mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin»
-
- 1728 – 1750 «Commentarii Academiae Petropolitanae» (Записки ...)
- 1750 – 1778 «Novi Commentarii Academiae Petropolitanae»
- 1778 – 1786 «Acta Academiae Petropolitanae»
- 1787 – 1806 «Nova Acta Academiae Petropolitanae»

Леонард Эйлер (1707 – 1783)

Leonhard Euler

15 апреля 1707 – родился в Базеле в семье лютеранского пастора.

1720 – поступил в университет, где изучал древние языки, древнегреческих и латинских классиков, философию и богословие. Рано увлёкся математикой. Обратил на себя внимание Иоганна Бернулли, который стал с ним заниматься. Сошёлся с его сыновьями Николаем и Даниилом.

1724 – окончил университет

1726 – 1728 – выполнил свои первые работы об изохронных кривых в сопротивляющейся среде, об одном специальном виде траекторий, о звуке и о наилучшем расположении мачт на корабле. Последнее исследование было представлено на конкурс Парижской академии и было опубликовано. Диссертацию о звуке он представил на конкурс на должность профессора университета, но по формальным причинам был даже не допущен к жеребьёвке.

Л. Эйлер

5 апреля 1727 г. отбыл из Швейцарии в Петербург: на свободную должность адъюнкта по физиологии

24 мая 1727 г. прибыл в Петербург

Январь 1731 года – профессор физики

Лето 1733 – профессор математики (вместо уехавшего Д. Бернулли)

Лето 1741 – в регентство Анны Леопольдовны переезд в Берлин. К этому времени он автор более 50 трудов, в том числе «Механики» (1736), в которой дал первое систематическое аналитическое изложение динамики точки.

Л. Эйлер



Иоганн Бернулли Л. Эйлеру:

1728 – «учёнейшему и даровитейшему юному мужу Леонарду Эйлеру»

1731 – «славнейшему и учёнейшему господину профессору, дражайшему другу»

1741 – «знаменитейшему и превосходнейшему мужу»

1746 – «главе математиков Леонарду Эйлеру».

Л. Эйлер

С 1746 – директор математического отделения Берлинской академии. Пестовал русских учеников – С.К. Котельникова, С.Я. Румовского, М. Софронова.

28 июля 1766 года вернулся в Петербург.

Продуктивность Эйлера: при жизни было напечатано около 500 трудов. Список его сочинений насчитывает более 850 названий.

1725 – 1744 15% сочинений

1745 – 1764 35%

1765 – 1783 50%

Полное собрание сочинений, издание которого началось с 1911 года, должно содержать 72 больших тома, не считая томов переписки.

Умер 18 сентября 1783 года.

Лаплас: «Читайте Эйлера, читайте Эйлера, он наш общий учитель».

Л. Эйлер



Л. Эйлер



Введение в анализ. Т. 1 – 2

Лозанна. 1748

Предмет первого тома – теория элементарн. функций, которая строится на основании элемент. алгебры и разложений в степен. ряды и произведения. Без специального определения на примерах вводятся понятия бесконечно малой и бесконечно большой величины. Предельные переходы осуществляются без всякого теоретического обоснования. Не используется и сам термин «предел».



Понятие функции - 1

Как писал выдающийся российский историк математики И.Ю. Тимченко (1862 – 1939): «До Эйлера математический анализ был лишь системой методов, служивших для решения различных конкретных вопросов, системой слабой, без прочной внутренней связи – самостоятельного абстрактного объекта. Эйлер нашёл такой объект в понятии функции – великой идеи Лейбница и Бернулли и тем положил основание математического анализа как отдельной науки»

Сам термин функция ввёл Лейбниц (1694).

И. Бернулли (1718):

«*Функцией* переменной величины здесь называется количество, составленное каким угодно способом из этой переменной величины и постоянных».

Понятие функции - 2

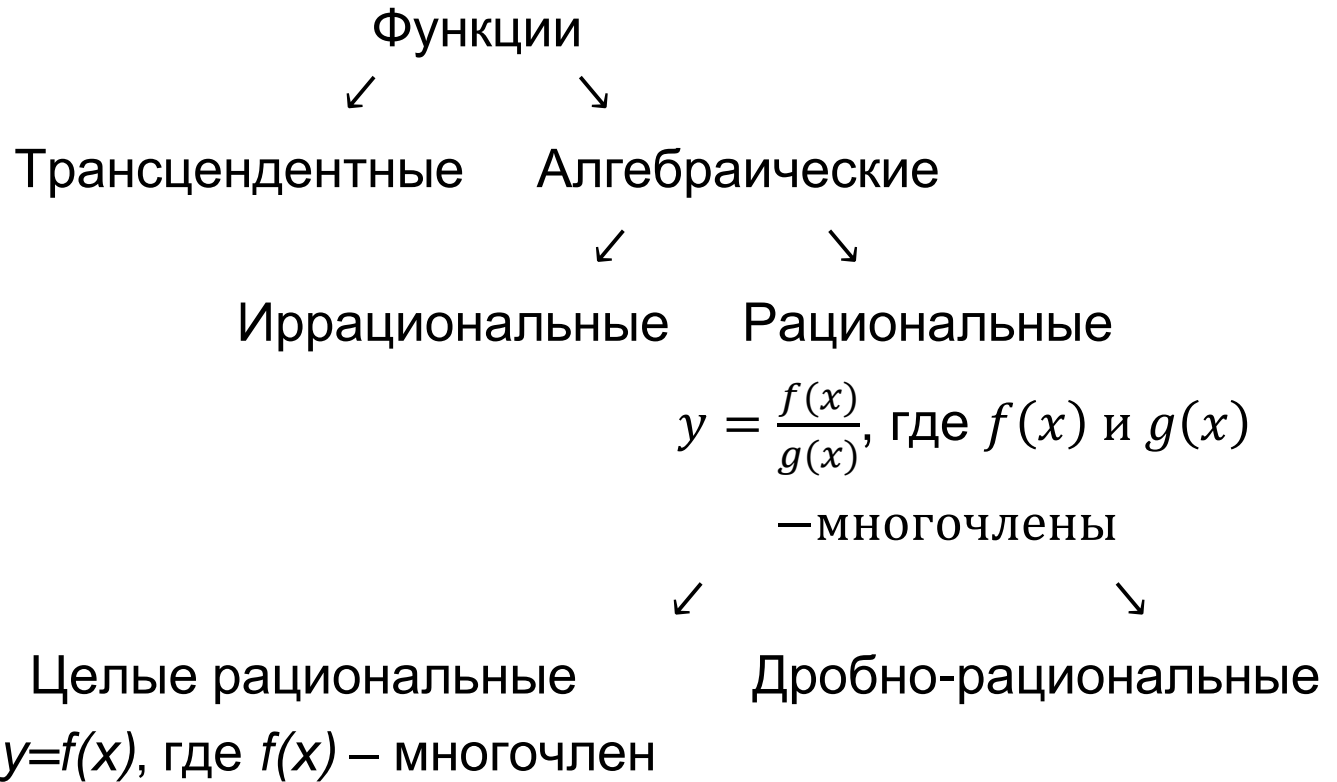
Эйлер «Введение в анализ» т. 1:

«Весь анализ вращается вокруг переменных количеств и их функций»

«Функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким-либо образом из этого переменного количества и чисел или постоянных количеств»

Эйлер, в отличие, скажем, от И. Бернулли уточняет – какими способами составляются функции из переменного количества и постоянных. Это операции сложения, вычитания, умножения и деления, возведения в степень и извлечения корня, а также решения алгебраических уравнений. Он добавляет также интегрирование, показательную и логарифмическую функции. Он даёт классификацию дожившую до наших дней –

Понятие функции – 3



Эта классификация строилась по аналогии с классификацией действительных чисел.

Эта классификация хорошо вписывается в теорию функций комплексного переменного (у Эйлера аргумент может принимать и комплексные значения): целые функции – не имеют особых точек в конечной части плоскости, дробно-рациональные – имеют только полюса, иррациональные алгебраические – помимо полюсов имеют точки ветвления конечного порядка.

Понятие функции - 4

К допустимым при образовании функций операциям Эйлер добавлял операцию обращения функции и операции суперпозиции (в конечном числе) функций. В результате Эйлер получал подкласс множества аналитических функций, несколько более широкий чем класс элементарных функций.

В качестве средств аналитической представимости функций Эйлер использовал степенные ряды, а также бесконечные произведения и непрерывные дроби. Универсальное для него средство – степенной ряд $A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \dots$. Эйлер подчёркивал, что в таком виде представляются почти все используемые в анализе функции. Исключение составляют функции, которые могут быть представлены рядом $Az^\alpha + Bz^\beta + Cz^\gamma + \dots$,

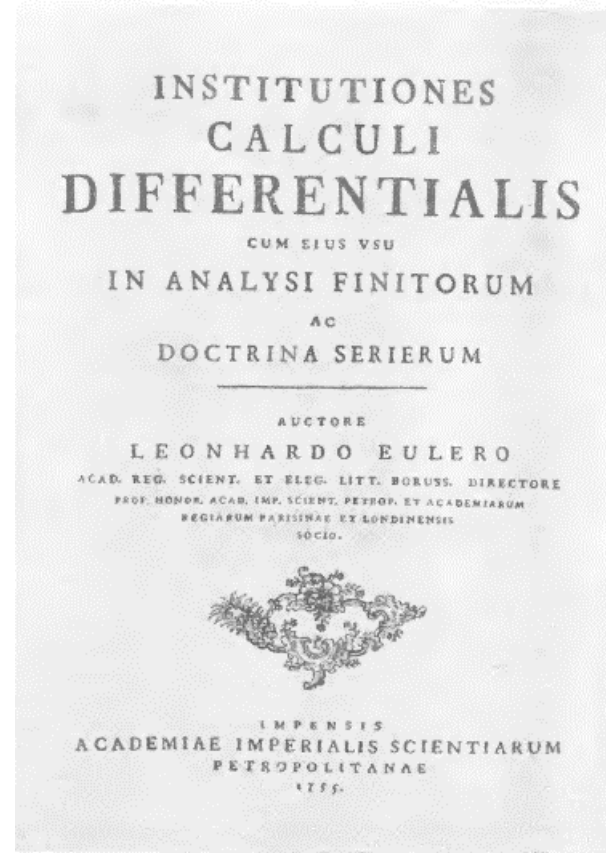
где $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ произволь. действительные числа. Для Эйлера разложимость в такой ряд любой функции подтверждалась практикой математического анализа. Класс употребляемых Эйлером функций практически совпадал с классом, получившим впоследствии наименование класса аналитических функций – функций аналитических всюду, за исключением изолированных особых точек, в окрестности которых функции всё же допускали разложения в степенной ряд (содержащий дробн. и отр. степени).

Понятие функции - 5

Определение функции как аналитического выражения является во «Введении в анализ» основным, хотя по ходу изложения ему приходится иметь дело с функциями, аналитическое выражение которых неизвестно. Определение функции как соответствия между числовыми множествами появляется у Эйлера позднее в «Дифференциальном исчислении» (1755). Там он пишет: «Когда некоторые количества зависят от других таким образом, что при изменении последних и сами они подвергаются изменению, то первые называются функциями вторых. Это наименование имеет чрезвычайно общий характер; оно охватывает все способы, какими одно количество определяется с помощью других». Такой подход к понятию функции впоследствии появится у Н.И. Лобачевского (1834) и Дирихле (1837). Второй том «Введения в анализ» посвящён аналитической геометрии.

«Дифференциальное исчисление»

Следующая книга трилогии Эйлера – «Дифференциальное исчисление» (Берлин, 1755). В ней изложены начала теории конечных разностей, приёмы дифференцирования функций одного и неск. переменных, а также приложения дифф. исчисления, в том числе к изучению поведения функций – необходимые и достаточные условия экстремума и др. В основание дифференциального исчисления Эйлер помещает своё «исчисление нулей».



Исчисление нулей Эйлера

Прежде всего Эйлер предлагает считать, что отношение нулей имеет смысл:

$0 / 0$ может быть любым числом n , так как $n \times 0 = 0$. Дифференциалы dx и dy он рассматривает как нули: $dx = dy = 0$, но их отношение не является уже, вообще говоря, неопределённым. Например, пусть $y = 5x$. Тогда $dy / dx = d(5x) / dx = 5dx / dx = 5$. Эйлер выписывает правила раскрытия таких неопределённостей либо в форме отбрасывания бесконечно малых, либо в форме, соответствующей переходу к пределу:

$$a \pm ndx = a \quad \text{и} \quad \frac{a \pm ndx}{a} = 1,$$

а также (при $n \succ m$)

$$adx^m \pm bdx^n = adx^m \quad \text{и} \quad \frac{adx^m \pm bdx^n}{adx^m} = 1.$$

Интегральное исчисление. Т. 1 – 3.

Петербург. 1768 – 1770

Завершает трилогию «Интегральное исчисление» (т. 1 – 3, Петербург 1768 – 1770), в которое вошло не только собственно интегральное исчисление, но и теория обыкновенных дифференциальных уравнений, дифференциальных уравнений с частными производными, а также вариационное исчисление.

