История математики
17 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2024 года

И. Ньютон (1643 – 1727)
Isaac Newton

Родился на Рождество 1642 года в усадьбе Вулсторп в 75 км. от Кембриджа. Учился в городке Грантем.

Летом 1661 поступил в Тринити колледж Кембриджа.

1665 – бакалавр

1668 – магистр

1669 – занял кафедру И. Барроу

Изучал геометрию по Евклиду, алгебру с приложениями по Виету, Отреду и Декарту, инфинитезимальную математику по Валлису. Изучал Аполлония. Особое влияние имели на него труды Декарта и Валлиса.

Вулсторп. Дом, где родился Ньютон

Тринити-колледж, часовая башня

Большой двор с фонтаном

«чумные годы»

В канун Рождества 1664 г. в Лондоне появилась чума. 1665 – 1667 – «чумные годы» в Британии.

Зима 1664 – 1665 – разложение степени бинома.

Впоследствии Ньютон писал:

«В начале 1665 года я нашёл метод рядов и правило превращения любой степени двучлена в такой ряд… в ноябре получил прямой метод флюксий [дифференциальное исчисление]; в январе следующего года я получил теорию цветов, а в мае приступил к обратному методу флюксий [интегральное исчисление]… В это время я переживал лучшую пору своей юности и больше интересовался математикой и [натуральной] философией, чем когда бы то ни было впоследствии.»

«чумные годы»

1665 – принципы метода флюксий

окт. 1666 – первое систематическое изложение
«Следующие предложения достаточны, чтобы решать задачи с помощью движения»

В те же годы – основные идеи механики Ньютона

1668 – первый рефлектор Ньютона

Из письма 1668 г. Ньютона Галлею:

«В бумагах, написанных более 15 лет тому назад (точно привести дату я не могу, но, во всяком случае, это было перед началом моей переписки с Ольденбургом), я выразил обратную квадратичную пропорциональность тяготения планет к Солнцу в зависимости от расстояния и вычислил правильное отношение земной тяжести и conatus recedendi [стремление] Луны к центру Земли, хотя и не совсем точно.»

И. Ньютон

лето 1669 – передача Барроу рукописи «Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов»

1670 – 1671 – «Метод флюксий и бесконечных рядов»

1672 – член Королевского общества

1676 – по просьбе Лейбница в двух письмах Ольденбургу сообщил главные результаты по теории рядов, а также в двух анаграммах об исчислении флюксий:

«По данному уравнению, содержащему сколько-либо флюент, найти флюксии и обратно», «Один метод состоит в нахождении флюенты из ур-ния, заключающего вместе с ней и её флюксию»

6aaccdae13eff7i319n4o4qrr4s9t12vx

1684 – выход мемуара Лейбница

1687 – «Математ. начала натуральной философии»

1693 – «Трактат по алгебре» Валлиса с выдержками из писем Ньютона

И. Ньютон

1696 – хранитель Лондонского монетного двора

1699 – директор Лондонского монетного двора

– начало спора Ньютона и Лейбница о приоритете

1703 – президент Королевского общества

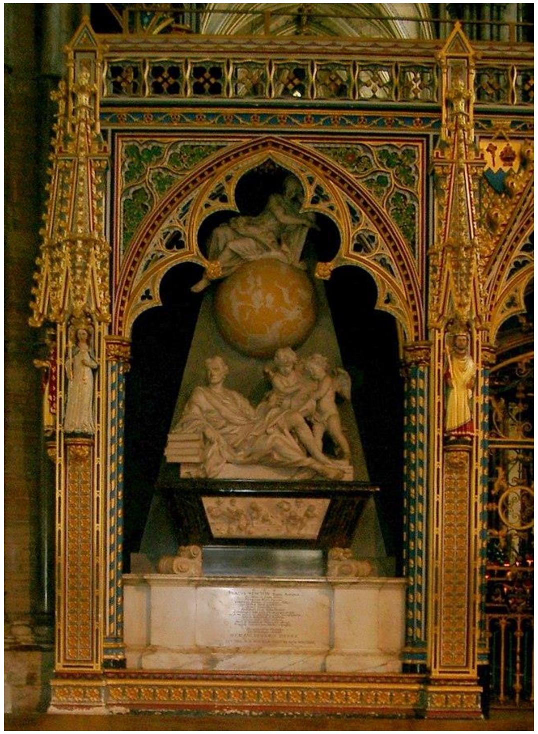
1704 – публикация «Рассуждения о квадратуре кривых»

1711 – публикация «Анализа с помощью уравнений с бесконечным числом членов»

март 1727 – умер в Кенсингтоне

Вавилов С.И. Исаак Ньютон. М. 1989

Дмитриев И.С. Неизданный Ньютон: силуэт на фоне эпохи. СПб. 1995.



теория флюксий

«геометрия основывается на механической практике и есть не что иное, как та часть общей механики, в которой излагается и доказывается искусство точного измерения»

И. Ньютон «Математические начала натуральной философии»

Изучаются переменные величины – флюенты (от лат. fluere – течь), вводимые как абстракции различных видов непрерывного механического движения. Все флюенты – функции одной независимой переменной, времени: $y(t)$.

Скорости течения флюент (то есть производные от флюент по времени) называются флюксиями: $\dot{y}$. Для обозначения флюксий различного порядка Ньютон пользуется точками: $\ddot{y}, \dddot{y}, \ldots$ Для вычисления мгновенных скоростей – флюксий – потребовались бесконечно малые изменения флюент – моменты. Символ момента времени 0. Момент флюенты y запишется $0\dot{y}$, т.е. произведение мгновенной скорости на момент времени (на нашем языке – dy).

Для обратной операции (то есть интегрирования) вводится специальный символ $\acute{y}$ или $\square$ y.

теория флюксий

И. Ньютон «Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением его к геометрии кривых линий»

Проблема I

По данному соотношению между флюентами определить соотношение между флюксиями

Проблема II

По данному уравнению, содержащему флюксии, найти соотношение между флюентами

Пример: $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$

$$(x + \dot{x}0)^3 - a(\mathrm{x} + \dot{x}0)^2 + a(x + \dot{x}0)(y + \dot{y}0) - (y + \dot{y}0)^3 = 0$$

$$x^3 + 3x^2 \cdot \dot{x}0 + 3x \cdot \dot{x} \cdot \dot{x}00 + \dot{x}^3 0^3 -$$

$$-ax^2 - 2ax \cdot \dot{x}0 - a\dot{x}^2 00 \quad +$$

$$+axy + ax\dot{y}0 \quad + ay\dot{x}0 \quad + a\dot{x}0 \cdot \dot{y}0 -$$

$$-y^3 \quad - 3y^2\dot{y}0 \quad - 3\dot{y}^2 00y \quad - \dot{y}^3 0^3 \quad = 0$$

$$3x^2 \cdot \dot{x} - 2ax \cdot \dot{x} + ax\dot{y} + ay\dot{x} - 3y^2\dot{y} = 0$$

Первый столбец равен нулю по условию; остальные члены разделим на 0 и отбросим как бесконечно малые все те члены, в которых после этого сохранится бесконечно малый момент времени 0. Получим соотношение между флюксиями: $3x^2\dot{x} - 2ax \cdot \dot{x} + ay \cdot \dot{x} + ax \cdot \dot{y} - 3y^2 \cdot \dot{y} = 0$.

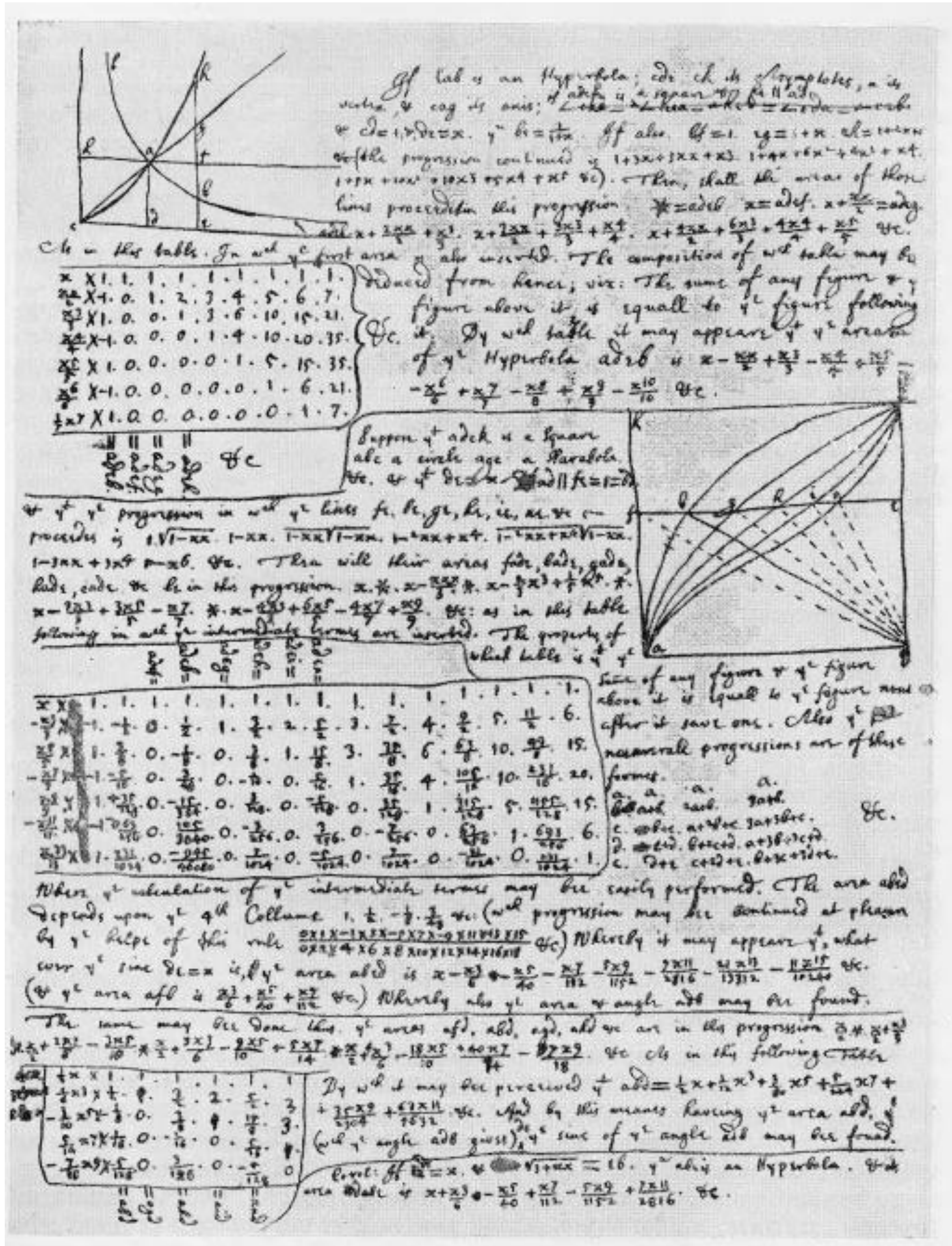
Этот метод Ньютон формулирует в виде правила.

Ньютон приводит правила дифференцирования степенной функции, суммы, разности, широко использует дифференцирование сложных функций. Он мастерски справляется со всеми элементарными приёмами теории флюксий, справляется с «дифференцированием» неполиномиальных функций, решает задачи на эстремумы функций.

Универсальным способом представления функций Ньютону служит разложение в степенные ряды, которые он мастерски осуществляет (непосредственно деля числитель дробно-рациональной функции на знаменатель, используя метод неопределённых коэффициентов и др.) и с которыми с большим искусством работает.

Что касается решения обратной задачи (проблема II), которую Ньютон ставит широко – как задачу решения любого дифференциального уравнения 1-го порядка, то поисками приёмов решения уравнений в квадратурах он не интересовался, так как общей формой представления функций служил у него степенной ряд.

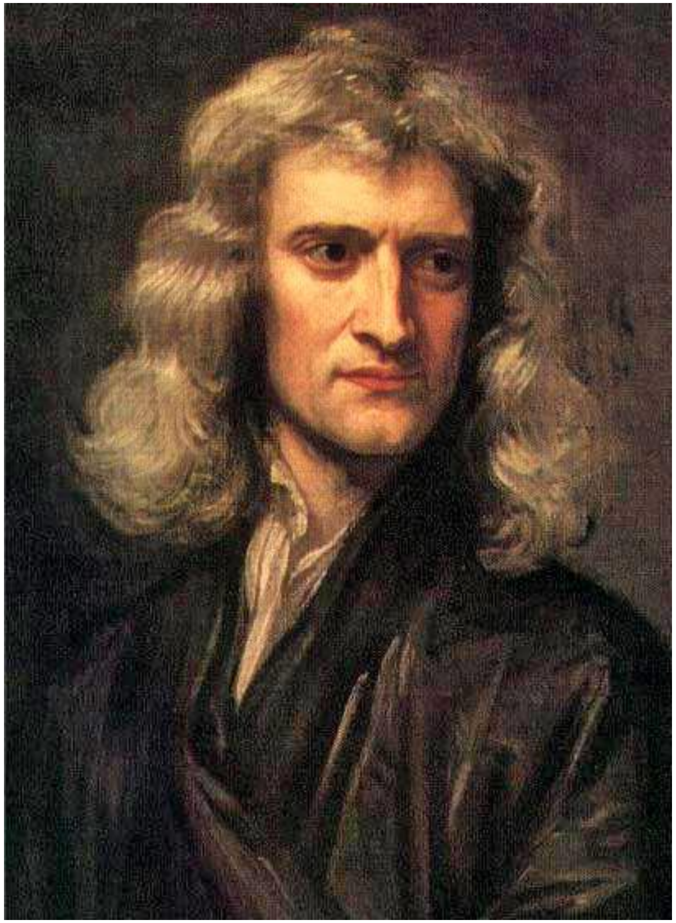
Интерполяция и разложение в ряды (1665)



И. Ньютон

Ньютон в письме 1676 года Р. Гуку:

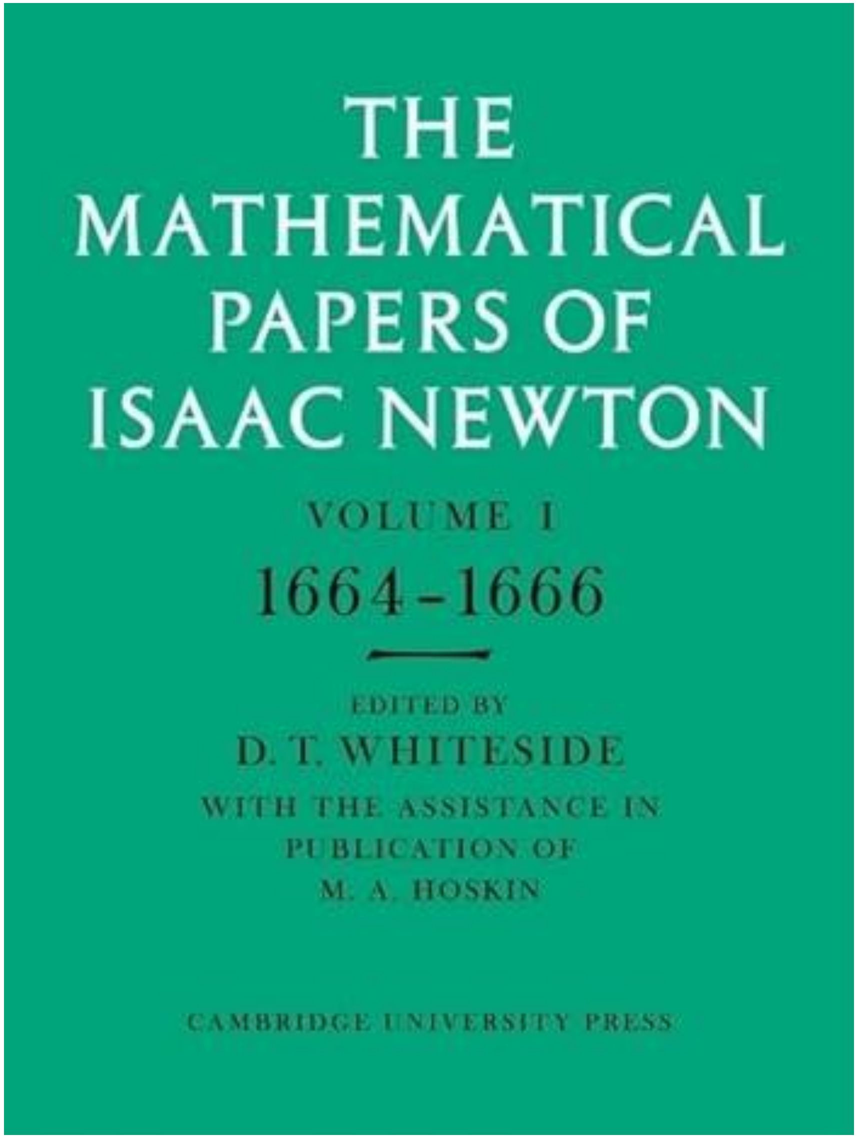
«Если я видел дальше других, то потому, что стоял на плечах гигантов»

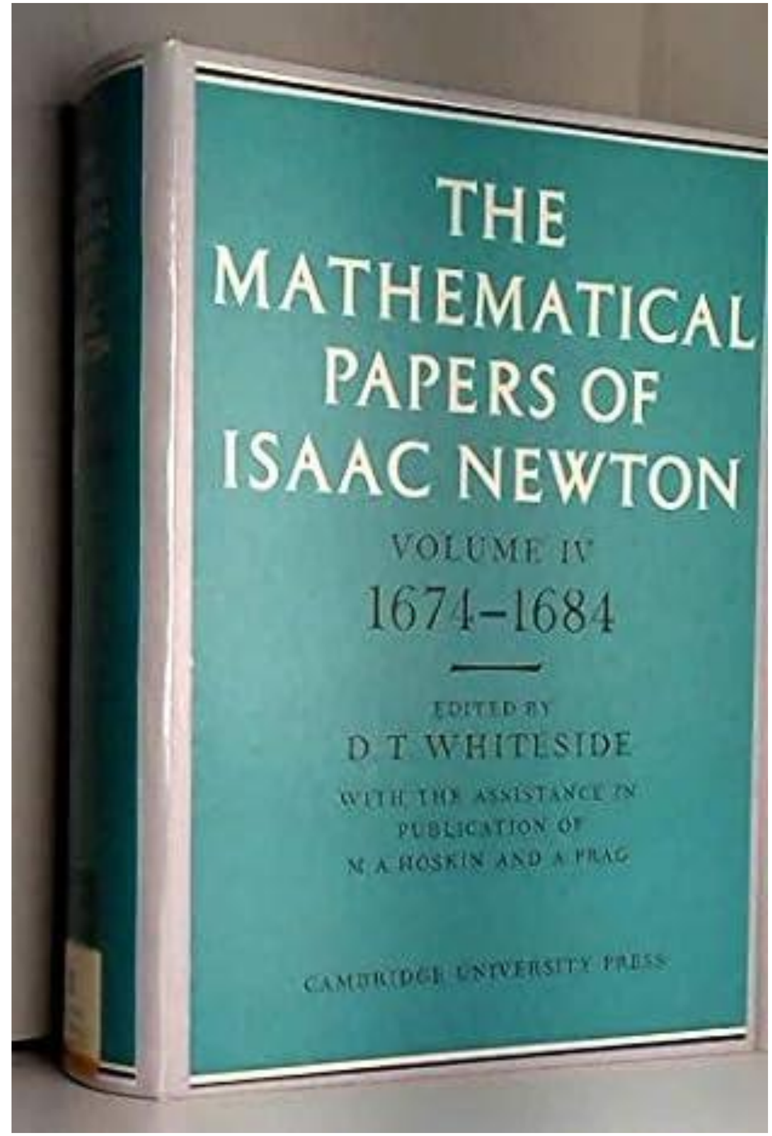


Портрет кисти Г. Кнеллера (1689)

Колмогоров А.Н. Ньютон и современное математическое мышление / Московский университет памяти Ньютона. 1643 – 1943. Москва: Изд-во Моск. Ун-та. 1946. С. 27 – 43

Hoskin and Whiteside were joined by Adolf Prag to edit the eight volume *Mathematical Papers of Isaac Newton* (1967 to 1981).





«В отличие от Лапласа, который мог себе позволить в беседе с Наполеоном потрясать … “непобедимой ровностью безбожия”, … Ньютон жил и мыслил “в присутствии Творца”, глубоко осознавая недостаточность чисто механической картины мира, понимая, что мир-механизм нецелостен (и уже только по одному этому нереален) и необходимо признать наличие дополнительных, не выводимых “из явлений” связей, обеспечивающих глубинное единство Универсума».

И. Дмитриев «Неизвестный Ньютон. Силуэт на фоне эпохи» СПб: Алетейя. 1999. С. 17.

Г.В. Лейбниц (1646 – 1716)
G.W. Leibniz

Примерно на десять лет позднее Ньютона к открытию исчисления независимо пришёл Лейбниц, который, однако, первым сообщил о своём открытии в печати. Это случилось в 1684 году:

«Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления»

Портрет кисти Шейтса 1703 г.

Лейбниц (1646 – 1716)

Родился в Лейпциге в семье профессора морали университета

1661 – 66	–	в университетах Лейпцига и Иены изучал философию и юриспруденцию
1666	–	доктор права
1667	–	поступил на службу к Майнцкому курфюрсту
1672 – 76	–	жил в Париже (Гюйгенс, Мальбранш, Чирнгаузен)
1673	–	поездка в Лондон; избрание в Royal Society
1675	–	к этому времени выработал принципы и символику дифференциального и интегрального исчисления
1676	–	поступил на службу к герцогу Ганноверскому (зав. библиотекой, история дома Гвельфов, советник по вопросам экономики, финансов, внешних сношений, народного просвещения и т.д.)
1697	–	вступил в отношения с русским правительством
1700	–	основал Берлинскую АН; её первый президент
1716	–	скончался в Ганновере

Дом Лейбница в Ганновере, в котором он жил с 29 сентября1698 года вплоть до своей смерти 14 ноября 1716 года

Дверь на фасаде дома Лейбница в Ганновере


OSSA
LEIBNITII.
GOTTFRIED WILHELM
LEIBNIZ
1.7.1646 – 14.11.1716

Лейбниц

Лейбниц был правоверным христианином и богословом, философом, историком, лингвистом, геологом, дипломатом, изобретателем и, конечно, математиком.

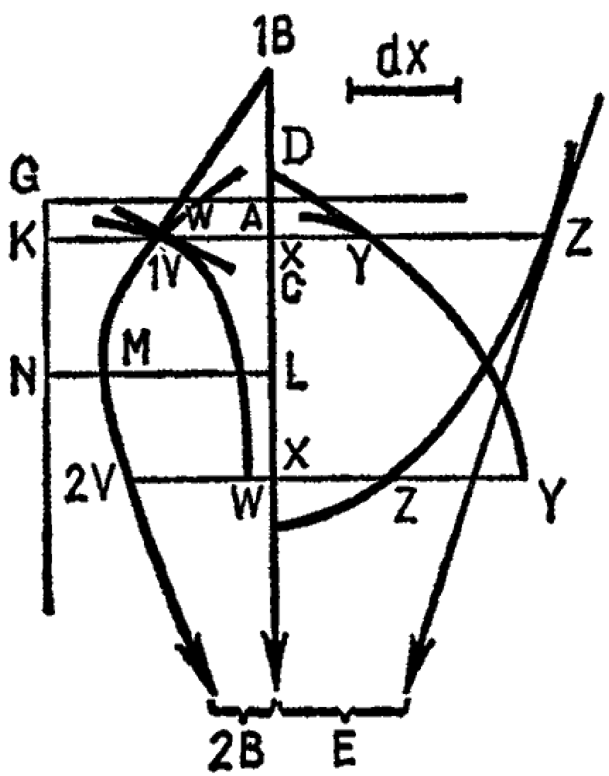
Основная движущая пружина его творчества: создание общей науки – Scientia universalis. Эта задача имела много аспектов и некоторые из них привели его к математическим открытиям. Поиски «всеобщей характеристики» положили начало его занятиям комбинаторикой и символической логикой. Размышления о «всеобщем языке», в котором все ошибки мысли проявлялись бы как ошибки вычислений, стали источником не только идей в символической логике, но и к поразительным новациям во введении новых математических символов. С этих позиций изобретение им дифференциального и интегрального исчисления также видится как изобретения универсального языка, выражающего математическую сущность изменения и движения. Своё исчисление он изобрёл где-то между 1673 и 1676 годами по ходу своих бесед с Гюйгенсом, изучая труды Декарта и Паскаля. Если Ньютон мыслил преимущественно в категориях кинематики, то его мысль протекала в связи с идеей характеристического треугольника (dx,dy,dz) – сам термин принадлежит ему, хотя идея возникла у Паскаля, а ещё раньше у Архимеда.

В октябре – ноябре 1675 г. Лейбниц пришёл к открытию начал нового исчисления. Метод флюксий Ньютона, опубликование которого задержалось на многие годы, оставалось тогда Лейбницу неизвестным. Своими открытиями Лейбниц делился сперва лишь с немногими друзьями. В письме от 11 июня 1677, посланном Г. Ольденбургу для Ньютона, он изложил свои достижения, в частности приёмы дифференцирования некоторых алгебраических функций, и применения дифференциалов к отысканию касательных и к квадратуре площадей. Всё это не было для Ньютона новым, а особенного удобства в предложенном Лейбницем знаке дифференциала d он не усмотрел. На письмо Лейбница он не ответил. Друг Лейбница Э. фон Чирнгауз не оценил важности нового исчисления, так же как и Гюйгенс. Когда Чирнгауз сообщил некоторые результаты Лейбница, не упоминая его имени, в статьях, напечатанных в 1682 – 1683, Лейбниц решил поторопиться с публикацией своих открытий и прежде всего поместил в незадолго перед тем основанном лейпцигском журнале «Acta Eruditorum» статью «Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления» (1684). В исчислении бесконечно малых Лейбница основными понятия дифференциала функции, как её бесконечно малого приращения, и интеграла, как суммы бесконечного числа бесконечно малых дифференциалов, т.е. как определённого интеграла, причём прежде всего интеграла с переменным верхним пределом. Это сразу устанавливало взаимно обратную связь между дифференцированием и интегрированием. Созданию удобной символики Лейбниц постоянно придавал особое значение. Выбранные им ещё в 1675 г. знаки дифференциала $\boldsymbol{d}$ и интеграла $\int$ оказались исключительно удачными.

Мемуар о новом методе, написанный чрезвычайно сжато и без доказательств, был чрезвычайно труден для чтения. Даже такой крупный математик, как Яков Бернулли, не сразу разобрался в его содержании. Но когда это ему удалось, он понял, какие здесь таились богатства, и тотчас приобщил к ним своего брата Иоганна. Так начала формироваться научная школа Лейбница.

«Новый метод максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления» (1684)

Допустим, что даны ось AX и ряд кривых VV, WW, YY, ZZ и их перпендикулярные к оси ординаты VX, WX, YX, ZX, которые мы назовем соответственно v, w, y, z; отсекаемый на оси отрезок AX назовем x (рис. 30).



Пусть VB, WC, YD, ZE будут касательные, пересекающие ось соответственно в точках B, C, D, E. Назовем произвольно взятую прямую dx, а другой отрезок, относящийся к dx так, как v (или w, или y, или z) относится к XB (или XC, или XD, или XE), назовем dv (или dw, или dy, или dz) или же разностью v (или w, или y, или z) (1). Если установить это, то правила исчисления

Лейбниц

Первая публикация по новому исчислению 1684 года написана темно и мало понятно, но статья содержит привычные нам символы *dx, dy,* правила дифференцирования, включая дифференцирование произведения и частного, а также условие *dy=0* для экстремальных значений и $d^2y = 0$ для точек перегиба. В качестве примеров он подсчитывает

$$d(x^n), d\,\frac{1}{x^n}\ ,\mathrm{d}(\sqrt[b]{x^a})$$

Понятие об интеграле и его символ, введённый Лейбницем ещё осенью 1675, появились в печати два года спустя после мемуара о новом методе в статье «О глубоко скрытой геометрии и анализе неделимых, а также бесконечных» Acta Eruditorum (1686).

В этой статье Лейбниц отчётливо подчеркнул взаимно обратный характер операторов d и S . Слова «интеграл» и «интегрирование» здесь ещё не употребляются: Лейбниц говорит о сумме (отсюда произошёл и сам знак интеграла, как первая буква слова summa). Слово «интеграл» (от integer – целый) ввёл И. Бернулли и его приняли как Я. Бернулли, так и сам Лейбниц.

В этой статье Лейбниц говорит о необходимости выписывать под знаком интеграла дифференциал переменной, по которой производится интегрирование.

Лейбниц, выступая против мнения Декарта, настаивает на том, что новый «анализ бесконечных» распространяется на все трансцендентные кривые, которые возникают, в частности, при интегрировании функций и дифференциальных уравнений. Таким образом интегральное исчисление становится источником бесконечного множества трансцендентных функций.

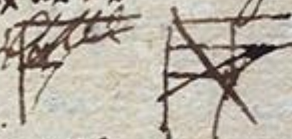
Погребысский И.Б. Готдфрид Вильгельм Лейбниц. 1646 – 1716. 2-е изд. М.; Наука. 2004.

Septemb. 1694. plus alia scheda

~~Sit $dy = xy\,dx$ fit~~ $y = \int x \int x \int x \int x$ etc dx

~~Unde fit y infinita. scribam ergo~~

Sit $dy \overset{(1)}{=} y\,dx$. fit ~~[illegible]~~ $y \overset{(2)}{=} \int y\,dx$. et pro y substituendo valorem fit $y \overset{(3)}{=} \int\int y\,dx\,dx$, et rursus substituendo valorem fit $y \overset{(4)}{=} \int\int\int y\,dx\,dx\,dx$. Ergo continuando in ~~infinitum fit~~



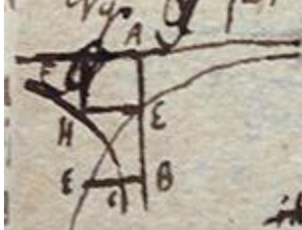
$y \overset{(5)}{=} \int\int\int\int\int$ etc $dx\,dx\,dx\,dx\,dx$.

Sed $\int dx \overset{(6)}{=} x$ et $\int\int dx\,dx \overset{(7)}{=} \int x\,dx \overset{(8)}{=} \frac{1}{2}xx$

et $\int\int\int dx\,dx\,dx \overset{(9)}{=} \int \frac{1}{2}xx\,dx \overset{(10)}{=} \frac{1}{2,3}x^3$

[illegible]

Ergo per 5, 6 $y \overset{(11)}{=} x^{infin} : 1.2.3.4.5.6.7.8$ etc



AB y, CB, v. fit $v \overset{(12)}{=} 1:y$ posito AH, 1

erit HC hyperbola. ~~[illegible] = BE~~

~~Debet esse BE = summa omnium BC a nihilo [illegible] si y ponatur crescere a nihilo~~

~~seu fit [illegible] erit [illegible]~~

Sit $x \overset{(13)}{=} \int v\,dy \overset{(14)}{=} BE \overset{(15)}{=} \int dy : y$ per 12. (16)

Itaque si y incipit a nihilo seu ab A, seu si $y = \int dy$ fit BE infini[ta] [illegible] ECFABKF

Sed si y incipiat alicubi ab aliqua quantitate assumta

(17)

habetur aliq. aequatio cum v:z, ω:z, ... quam dividendo ~~...~~, obtinemus assensum, et quidem (quod ... omnibus ... successum facit) nimis facile seu infinitis modis, utcunque scilicet dividamus.

Examinemus ~~...~~ ergo an possibile sit ~~et~~ ~~facere~~ ...

~~x:a, ... = y datur dy:dx = per x:a, y:a~~

Nempe sit ~~...~~ $y:a =$ ~~...~~ per $v:z$, $\omega:z$, et $x:a$, similiter quaeritur an possit $dy:dz$ esse sive $d\omega$, ~~oportebit tam dy esse sive~~ $d\omega$,

~~quam~~ sit ergo ~~y:a = ...~~

$$y:a = \widetilde{\omega}\cdot\widetilde{z,v} + \widehat{\omega}\cdot\widehat{z,v} \;,\!:\!,\; \widehat{\omega}\cdot\widehat{z,v} + \widehat{\omega}\cdot\widehat{z,v}$$

seu $y:a = am + bn \;,\!:\!,\; cp + eq$ ~~posito~~ ~~a dari ex ω, et m ex z,v~~

posito a, b, c, d dari ex ω, et m, n, p, q dari ex z et v.

fiet $\frac{dy}{a} = \dfrac{\frac{adm + am\,da\,d\omega + b\,dn + n\,db\,d\omega}{eq} - \frac{am\,cdp - am\,pdc\,d\omega - am\,edq}{bn}}{\overline{cp+eq}^2}$

tantum ergo superest, ut fiat $cpm\,da + eqm\,da + cpn\,db + eqn\,db = amp\,dc + bnp\,dc + amq\,de + bnq\,de$. Si faciamus

$a = 10\omega$ $b = 11\omega$, $c = 12\omega$, $e = 13\omega$, et $m = 20v + 30z$

$n = 21v + 31z$ $p = 22v + 32z$ $q = 23v + 33z$, habebimus in effectu arbitrarias sex (etsi 12 videantur haberi) in aeq. autem ... ad terminos qui sunt ω^3, v^3, z^3, $\omega^2 v, \omega^2 z, \omega v^2, \omega z^2, \ldots$

Лейбниц и братья Яков Бернулли (1654 – 1705) и Иоганн Бернулли (1667 – 1748)

С появлением статей 1684 и 1686 гг. начался чрезвычайно плодотворный период деятельности Лейбница по развитию исчисления.

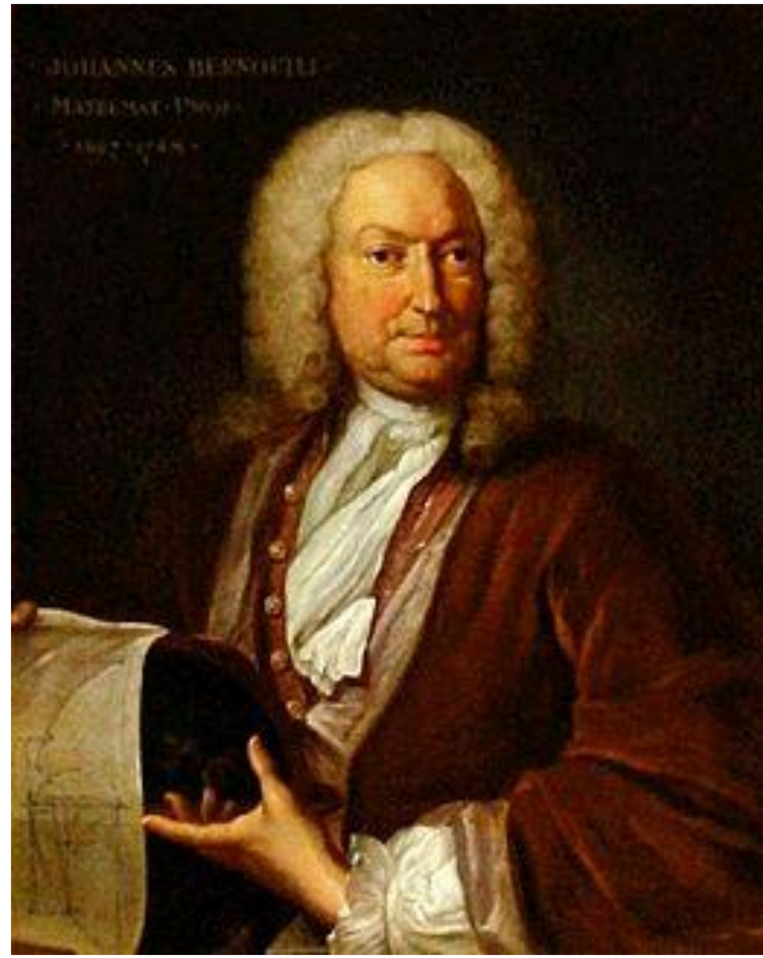
Вместе с присоединившимся к нему братьями Яковом и Иоганном Бернулли уже к 1700 году они открывают значительную часть нашего курса анализа.

В 1696 г. появляется первый учебник исчисления, автором которого выступил маркиз Г. Ф. де Лопиталь (1661 – 1704):

«Анализ бесконечно малых для изучения кривых линий»

Я. Бернулли (1655 – 1705)

И. Бернулли (1667 – 1748)



ANALYSE

DES

INFINIMENT PETITS,

POUR

L'INTELLIGENCE DES LIGNES COURBES.

Par Mr le Marquis DE L'HOSPITAL.

SECONDE EDITION.

A PARIS,

Chez FRANÇOIS MONTALANT, Quay des Augustins.

MDCCXV.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

ANALYSE
DES
INFINIMENT PETITS,
POUR
L'INTELLIGENCE DES LIGNES COURBES.

Par M^r le Marquis DE L'HOSPITAL.

SECONDE EDITION.

A PARIS,
Chez FRANÇOIS MONTALANT à l'entrée du Quay des Augustins du côté du Pont S. Michel.

MDCCXVI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

Г. Ф. де ЛОПИТАЛЬ

АНАЛИЗ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ

ПЕРЕВОД С ФРАНЦУЗСКОГО
Н. В. ЛЕВИ
ПОД РЕДАКЦИЕЙ
И СО ВСТУПИТЕЛЬНОЙ СТАТЬЕЙ
А. П. ЮШКЕВИЧА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1935 ЛЕНИНГРАД

Из письма Лейбница Гюйгенсу (сентябрь 1691г.):

«Я хочу, чтобы мы могли ещё в этом веке довести до завершения анализ чисел и линий, по крайней мере, в главном, дабы избавить от этой заботы человеческий род, чтобы отныне вся проницательность человеческого разума обратилась к физике»

Адольф Павлович Юшкевич
(1906 - 1993)

Адольф Павлович Юшкевич (1906 - 1993)

1906 – родился в Одессе в семье известного философа и литератора - П.С. Юшкевича

1928 – окончил математическое отделение Физико-математического ф-та Московского университета

1930 – 52 – работал в МВТУ им. Н.Э. Баумана (с 1940 – профессор, с 1941 – зав. каф. Математики)

1940 – защитил докторскую диссертацию по истории математики в России на механико-математическом ф-те МГУ

1945 – 1993 – работал в Институте истории естествознания и техники АН СССР

1960 – действительный член Международной академии истории науки (член-корреспондент с 1956)

1965 – 1968 – президент Международной академии истории науки

1993 – скончался в Москве

Юшкевич А.П. (Ред.) Историко-математичекие исследования. Вып.1 (1948) – Вып. 35 (1994)

Юшкевич А.П. История математики в средние века. М.: Физматгиз. 1961.

Юшкевич А.П. История математики в России до 1917 года. М.: Наука. 1968.

Юшкевич А.П. (Ред.) История математики с древнейших времён до начала XIX столетия. Т. 1 – 3. М.: Наука. 1970 – 1972.

Колмогоров А.Н., Юшкевич А.П. (Ред.) Математика XIX века. т. 1 – 3. М.: Наука. 1978 – 1987.

Juskevic A. (Publ.) Leonhard Euler. Opera omnia. Series Quarta A. Vol. VI. Basel: Birkhauser Verlag. 1986.

Медаль А. Койре (1971), медаль Дж. Сартона (1978), медаль К. Мэя (1989), премия Берлинской академии наук (1978, 1983), премия Академии наук Франции (1982)