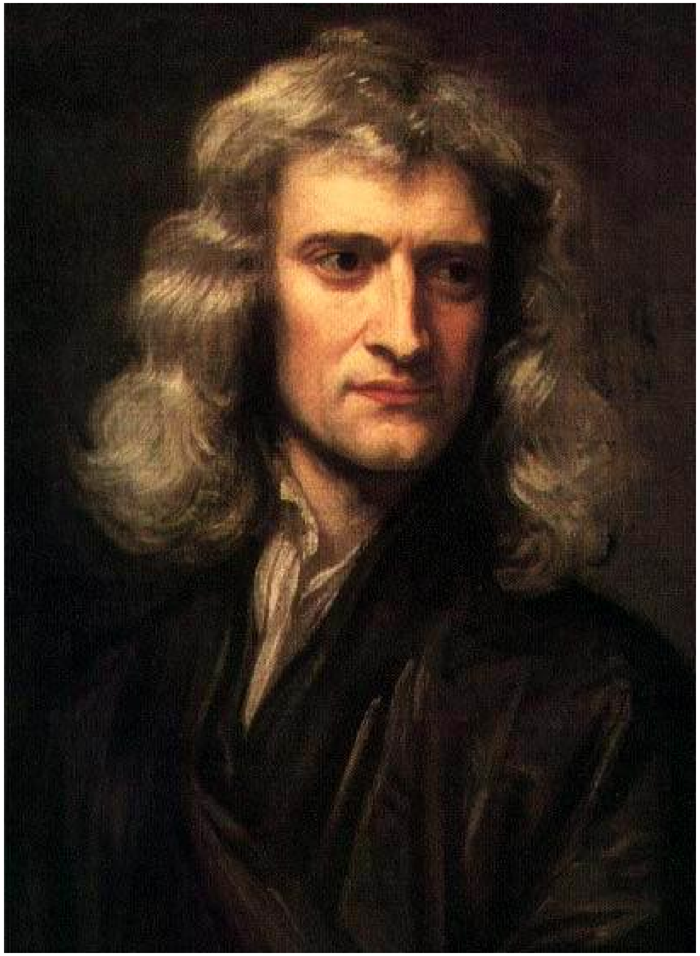
История математики
17 лекция

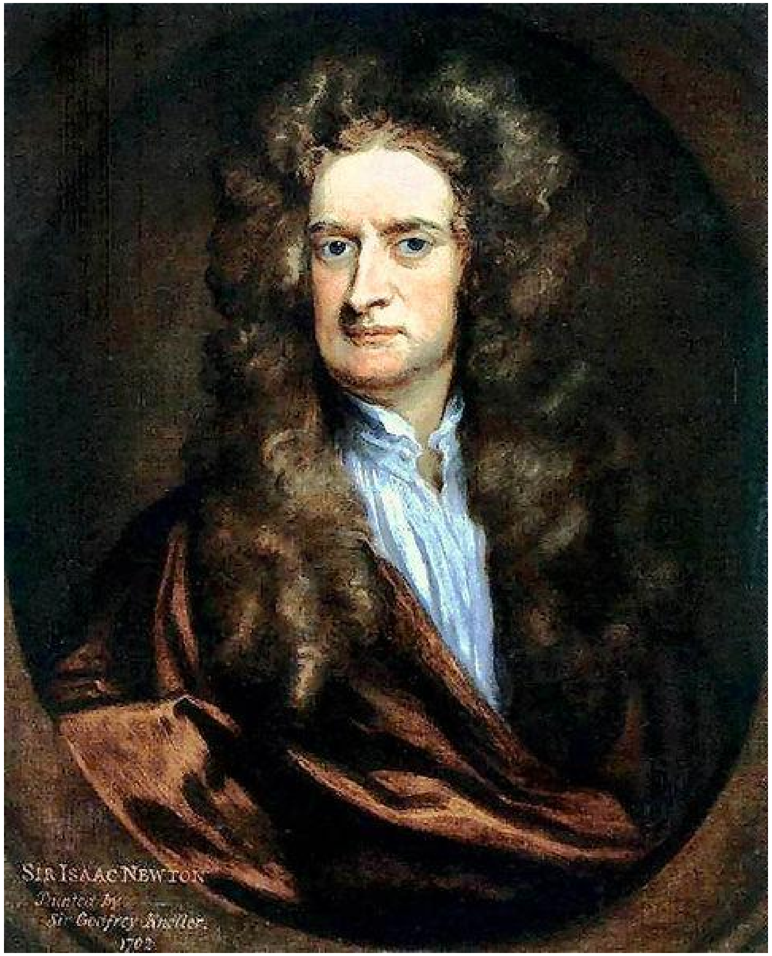
Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2026 года

Математика и научно-техническая революция XVI – XVII веков. Биография И. Ньютона. Метод флюксий. Биография Г.В. Лейбница. Исчисление Лейбница. Аппарат бесконечных рядов.

Исаак Ньютон (1643 – 1727)





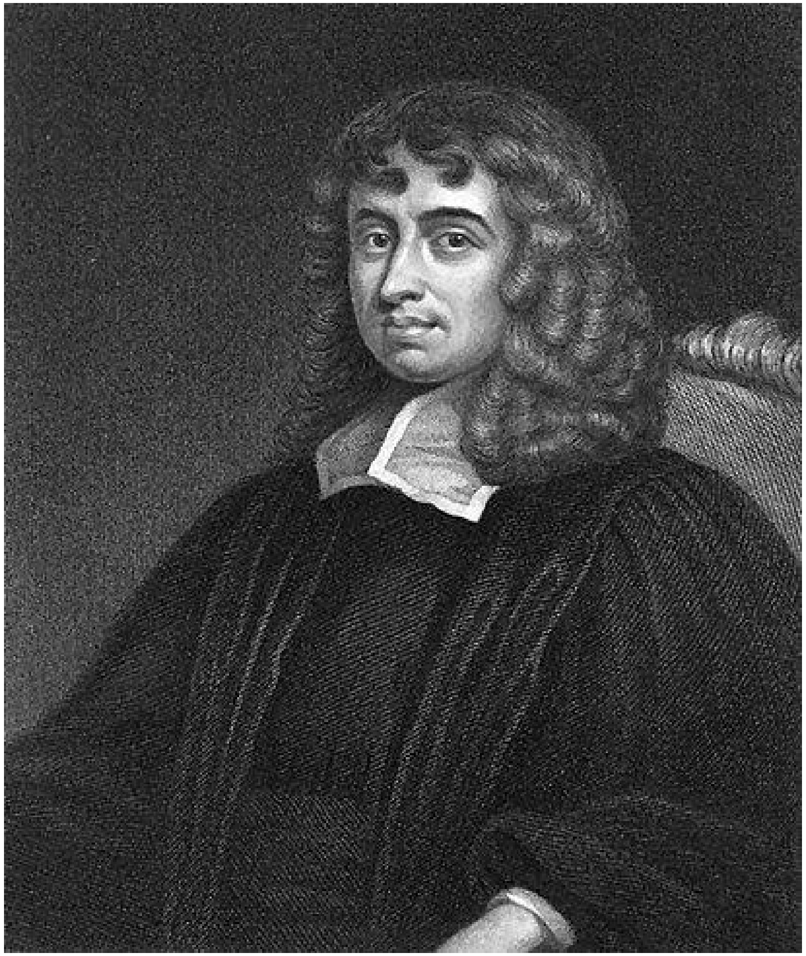
Исаак Ньютон (1643 – 1727)

1643 г. – родился в фермерской семье в деревне Вулсторп, что находится в 75 км севернее Кембриджа.

1661 г. – поступил в Тринити колледж Кембриджского университета

1665 г. – окончил университет со степенью бакалавра.

Исаак Барроу (1630-1677)



Исаак Ньютон (1643 – 1727)

1664-1667 гг. – «чумные годы», с августа 1665 г. Ньютон уехал домой в Вулсторп, и занялся там наукой.

1668 г. – стал магистром

1669 г. – начинает преподавать в Тринити-колледже. Читает лекции по математике и физике.

Исаак Ньютон (1643 – 1727)

— зимой 1664—1665 г. Ньютон открыл разложение степени бинома;

— за несколько месяцев, с весны по осень 1665 г., он разработал ***принципы метода флюксий***, отчетливо выразил взаимно обратный характер операций интегрирования и дифференцирования;

— в 1665-1666 гг Ньютон сформулировал свои ***основные идеи в механике***. Тогда же у него появилась мысль о единстве силы тяготения, окончательно оформленная в виде закона всемирного тяготения в 1687 в «**Математических началах натуральной философии**».

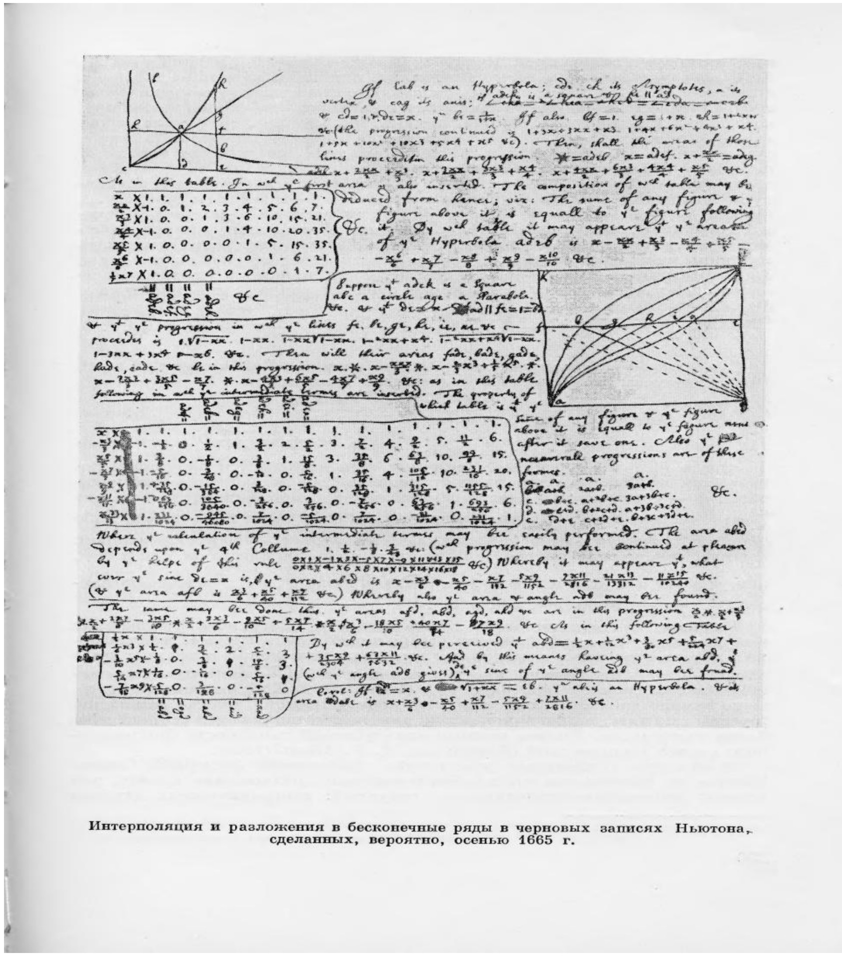
Некоторые труды И.Ньютона

1)«***Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов***» (*De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*), 1669, опубл. 1711

2) «***Метод флюксий и бесконечных рядов***» (*Methodus fluxionum*), 1671 г., опубл. 1736

3) «Рассуждение о квадратуре кривых»(*Tractatus de quadratura curvarum*), приложение к «Оптике», 1690 г., оп. 1704

Черновик Ньютона


Интерполяция и разложения в бесконечные ряды в черновых записях Ньютона, сделанных, вероятно, осенью 1665 г.

Интерполяция и разложение в бесконечные ряды в черновых записях И. Ньютона, сделанных, вероятно, осенью 1665 г.

Исаак Ньютон (1643 – 1727)

В 1696 г. Ньютон был назначен хранителем Лондонского монетного двора, а в 1699 г.— его директором.

С 1703 г. Ньютон стал президентом Лондонского Королевского общества, и занимал эту должность до конца жизни. В этот период он начинает публиковать работы, написанные ранее.

Уже в рукописях 1664—1666 гг. метод флюксий Ньютона выступил как алгоритм, осно-ванный на:

— дифференцировании (прежде всего степенной функции),

— понимании интегрирования как действия, обратного дифференцированию

— разложении функций в степенные ряды.

Ньютон выделяет две взаимообратные задачи:

«Длина проходимого пути постоянно (т.е. в каждый момент времени) дана; требуется найти скорость движения в предложенное время»

«Скорость движения постоянно дана; требуется найти длину пройденного в предложенное время пути».

Метод флюксий

В методе флюксий рассматриваются переменные величины, вводимые как абстракции различных видов непрерывного механического движения. Называются они **флюентами**, т. е. текущими, от латинского слова fluere — течь. Все флюенты являются зависимыми переменными; они имеют общий аргумент — время, их механический смысл — траектория движения.

Метод флюксий

Далее вводятся скорости течения флюент, т. е. производные по времени. Названы они **флюксиями**. Так как флюксия представляет собой переменную, то можно находить флюксию от флюксии и т. д. Символы первой, второй и т. д. флюксий, если флюенту обозначить y, будут: $\dot{y}$, $\ddot{y}$, $\dddot{y}$ и т.д.

Метод флюксий

«Я буду называть ***флюэнтами****, или текущими величинами, величины, которые рассматриваю как постепенно и непрерывно возрастающие; обозначать я их буду последними буквами алфавита… Скорости, с которыми возрастают вследствие порождающего их движения отдельные флюэнты (и которые я называю* ***флюксиями****, или просто скоростями, быстротами) я буду обозначать теми же буквами, но пунктированными…»*

Пример

$$x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$$

Рассматривается то же соотношение для флюент, когда к каждой флюенте добавлен ее момент:

$$(x + \dot{x}0)^3 - a(x + \dot{x}0)^2 + a(x + \dot{x}0)\left(\mathrm{y} + \dot{y}0\right) - (y + \dot{y}0)^3 = 0$$

Пример (продолжение)

В развернутой по формуле бинома виде:

$x^3 + 3x^2\dot{x}0 + 3x\dot{x}\dot{x}00 + \ \dot{x}^3 0^3 - ax^2 -$

$-2ax\dot{x}0 - a\dot{x}^2 00 + axy + ax\dot{y}0 +$

$+ay\dot{x}0 + a\dot{x}0\dot{y}0 - y^3 - 3y^2\dot{y}0\ -$

$-3\dot{y}^2 00y - \dot{y}^3 0^3 = 0.$

Получаем соотношения между флюксиями:

$3x^2\dot{x} - 2ax\dot{x} + ay\dot{x} + ax\dot{y}\ - 3y^2\dot{y}\ = 0.$

Этот метод Ньютон формулирует в виде правила:

1) Расположи по степеням переменных
2) Умножь на члены арифметической прогрессии и на $\frac{\dot{x}}{x}$ или $\frac{\dot{y}}{y}$ соответственно
3) Сумма произведений дает соотношение между флюксиями

Пример (продолжение)

$x^3 - ax^2 + axy - y^3$	$-y^3 + 0 + axy + x^3 - ax^2$
$3\frac{\dot{x}}{x}, 2\frac{\dot{x}}{x}, 1\frac{\dot{x}}{x}, 0$	$3\frac{\dot{y}}{y}, 2\frac{\dot{y}}{y}, 1\frac{\dot{y}}{y}, 0$
$3x^2\dot{x} - 2ax\dot{x} + a\dot{x}y$	$-3y^2\dot{y} + ax\dot{y}$

Метод флюксий

Флюксии от иррациональных функций получа-ются по правилу дифференцирования сложной функции: на-пример, если

$z = \sqrt{ax - y^2}$, то $z^2 = ax - y^2$,

$2z\dot{z} = a\dot{x} - 2y\dot{y}$,

$\dot{z} = \frac{a\dot{x} - 2y\dot{y}}{2z} = \frac{a\dot{x} - 2y\dot{y}}{2\sqrt{ax - y^2}}$..

В более сложных случаях он прибегал к представлению функций ***степенными рядами*** и к оперированию с этими рядами.

Обратная задача теории флюксий:

нахождение соотношения между флюентами по известному соотношению между флюкси-ями — по своей постановке чрезвычайно обща. Она эквивалентна общей задаче об интегрировании лю-бых дифференциальных уравнений.

Для разложения функций в степенные ряды Ньютон исполь-зовал все результаты своих предшественников и накопил боль-шой арсенал приемов. Среди них наиболее часто применялись:

1) Обобщение (индуктивное) теоремы о степени бинома $(a+b)^n$ на случай дробного и отрицательного показателя сте-пени;
2) Деление (непосредственное) числителя дробно-рациональ-ной функции на знаменатель;
3) Метод неопределенных коэффициентов в различных моди-фикациях.

Метод флюксий

То есть, у Ньютона по сути — **неопределенные интегралы**.

Определенные интегралы он находит по формуле Ньютона-Лейбница.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

1646 г. - родился в Лейпциге в семье профессора местного университета по кафедре философии и морали.

1661-1666 гг изучал философию и юриспруденцию в университетах Лейпцига и Йены (в 1661 г. поступил в университет в Лейпциге, через 2 года перевелся в Йенский, где познакомился с натурфилософией Декарта и через нее — увлекся математикой).

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

В 1666 г. в Альтдорфском университете (в Альтдорф-Нюрнберге) защитил диссертацию на степень доктора права.

В том же году вышло его сочинение «***Об искусстве комбинаторики***».

В 1672 г. с дипломатическими поручениями курфюрста Лейбниц приезжает в Париж, где знакомится с французскими математиками. В этом же году — ***первые результаты по теории бесконечных рядов***.

В 1673 г. состоялась его поездка в Лондон, во время которой Лейбниц установил контакты и с английскими математиками, был избран членом Лондонского Королевского общества.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

В 1676 г. Лейбниц переходит на службу к ганноверским герцогам. Официально его обязанности были — заведовать герцогской библиотекой и составлять истории дома Гвельфов, но также он был советником герцога по экономике, финансам, внешним отношениям, народному просвещению и т.д.

С помощью своей ученицы — дочери герцога, вышедшей замуж за прусского короля, в 1700 г. создал в Берлине Прусскую академию наук и стал ее первым президентом. Кроме того, Лейбниц переписывался с Петром I и поспособствовал созданию академии наук в Петербурге. В том же 1700 г. стал иностранным членом Парижской академии наук.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

В 1684 г. публикует свою первую работу по дифференциальному счислению — «***Новый метод для максимумов и минимумов***», полное название: ***«Новый метод для максимумов и минимумов, а также касательных, для которого не служат препятствием ни дробные, ни иррациональные величины, и особый для этого род исчисления».***

Некоторые труды Лейбница:

1) *«Об истинном отношении круга к квадрату»* (1682)

2) «Новый метод максимумов и минимумов» (1684)

3) «О скрытой (глубокой) геометрии и анализе неделимых и бесконечных» (1686)

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

Лейбниц применяет характеристический треугольник Паскаля для решения задачи о проведении касательной к кривой.

При этом он постепенно приходит к мысли о возможности суммирования разностей (dx и dy), образующих стороны характеристического треугольника.

К суммам этих малых разностей приводят и задачи о квадратурах.

Лейбниц, усмотрев это обстоятельство, высказал предположение, что решение обратных задач на касательные можно свести к квадратурам.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

Лейбниц вводит понятие дифференциала с помощью характеристического треугольника Паскаля.

Вводит удобную **символику**: символ *d* (сокращение слова differentia — разность) для обозначения бесконечно малой разности.

Вслед за Кавальери и Паскалем, Лейбниц представляет интеграл как сумму «всех» ординат, которых бесконечно много, и поначалу записывает его символом *omny* или чаще *omnl*. Позднее он заменил *omn* на S или ∫, исходя из начальной буквы слова Summa.

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 - 1716)

В отличии от метода флюксий Ньютона, у Лейбница **в основе интегрального исчисления — определенный интеграл** и геометрический, а не механический подход.

Литература:

1) История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Под редакцией А.П. Юшкевича. Т. 2. М., Наука. 1970–1972. С. 215-286

2) Рыбников К.А. История математики. Изд-во МГУ, 1994. С. 216-237

3) Хрестоматия по истории математики. Под редакцией А.П.Юшкевича. М. Просвещение. 1977г. с. 85- 123