История математики
15 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

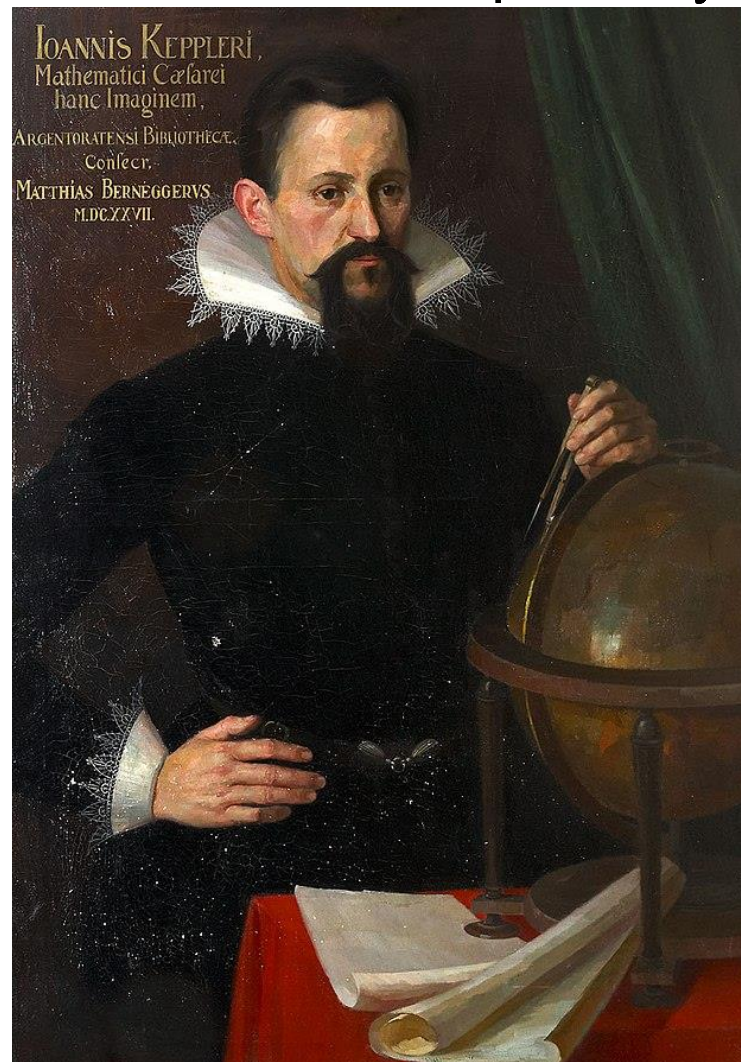
Весенний семестр 2024 года

Математика и научно-техническая революция XVI – XVII веков

XVI – XVIII вв. – эпоха буржуазных революций в Европе. В конце XVI века разразилась революция в Нидерландах, покончившая с испанским владычеством (вспомним Тиля Уленшпигеля Шарля де Костера !), XVII век – время революционных событий в Англии (напомню о казни Карла I и Кромвеле !). Апофеозом стала Великая Французская революция 1789 года, всколыхнувшая всю Европу. Укреплялся новый строй – капитализм.

Составной частью этих событий стала техническая революция – переход от мануфактурного производства к фабричному, сопровождавшийся различного рода изобретениями, наиболее важным из которых стала паровая машина. Одновременно происходила и научная революция.

В 1543 году вышло в свет гениальное творение Н. Коперника «О вращениях небесных сфер», положившее начало новому взгляду на устройство надлунного мира. На рубеже XVI и XVII И. Кеплер усовершенствовал гелиоцентрическую систему, установив законы движения планет, известные как законы Кеплера.



Портрет Кеплера в 1620 г., автор неизвестен

И. Кеплер (J. Kepler; 1571 – 1630)

Кеплер родился в Вюртемберге в 1571 г., учился в Тюбингенском университете, где увлёкся математикой и астрономией и стал сторонником коперниканской системы. С 1594 г. работал в Граце, где состоял профессором «математики и морали» и выполнял обязанности астролога.

Начавшиеся в Граце гонения на протестантов (а Кеплер был протестантом) вынудили его воспользоваться приглашением Тихо Браге, состоявшего тогда придворным астрономом и астрологом императора Рудольфа II, переехать в 1600 г. в Прагу. После смерти Тихо Браге в 1601 г. он унаследовал его должность.

Десятилетие, проведённое Кеплером в Праге, стало самым плодотворным в его жизни. Здесь он опубликовал «Новую астрономию» (1609), в которой сообщил миру два первых «закона Кеплера»:

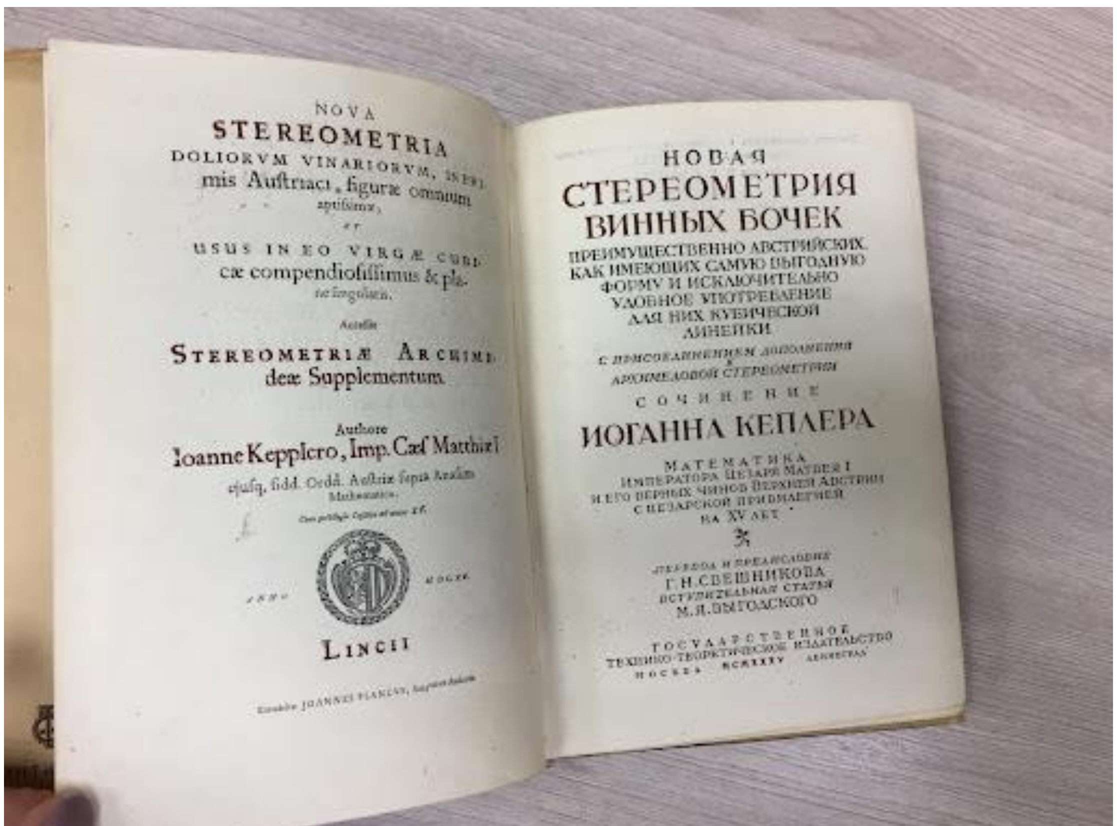
Законы Кеплера

1. Планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которой находится Солнце.
2. Время движения планеты по дуге её орбиты относится ко времени её полного оборота как площадь, описанная радиус-вектором, проведённым из фокуса в точки дуги, к площади всего эллипса.

Дом Кеплера в Праге (Старе Место, Карлова ул., 4)

После смерти императора (1612) Кеплер переехал в Линц, где преподавал математику и следил за измерительными приборами. Здесь он опубликовал свой главный математический труд «Новая стереометрия винных бочек» (1615), речь о котором ещё пойдёт в лекциях, посвящённых предыстории интегрального исчисления, а также «Гармонию мира» (1619), в которой сообщил третий «закон Кеплера»:

3. Квадраты периодов обращения планет относятся как кубы их средних расстояний до Солнца.



Однако в 1626 г.из-за усилившегося в Линце преследования протестантов Кеплер вынужден был покинуть город. Остаток своих дней Кеплер вынужден был скитаться. В 1630 он умер в Регенсбурге.

Научная революция

Коперник. Кеплер Законы Кеплера

Джордано Бруно (1548 – 1600)

Галилей (1564 – 1642)

И. Ньютон (1643 – 1727)

Х. Гюйгенс (1629 – 1695)

Р. Декарт (1596 – 1650)

Галилей: «Философия написана в величайшей книге, которая всегда открыта перед нашими глазами (я разумею Вселенную), но её нельзя понять не научившись сначала понимать её язык и не изучив буквы, которыми она написана. А написана она на математическом языке, и её буквы – это треугольники, дуги и другие геометрические фигуры, без которых невозможно понять по-человечески её слова: без них – тщетное кружение в тёмном лабиринте»

Характеристика А. Койре (A.Koyré;1892 – 1964)

Научная революция естествознания Нового времени характеризуется прежде всего следующими двумя взаимосвязанными чертами:

«1) распадом концепции Аристотеля иерархически организованной конечной и сферической Вселенной, с Землёй в центре, с окружающими её вращающимися небесными сферами, с различением законов движения земных и небесных тел и заменой её бесконечной Вселенной, во всех своих частях состоящей из идентичных элементов и на всём своём протяжении подчиняющейся единообразным законам;

2) геометризацией пространства, заменой качественно дифференцируемого конкретного пространства (совокупности мест) Аристотеля абстрактным однородным пространством геометрии Евклида»

Механическая картина мира

Формирование функционального мышления

Новые формы организации науки

1560 – Академия секретов природы (Неаполь)

1603 – Академия рысей (Accademia dei lincei) в Риме

1657 – 1667 Академия опыта во Флоренции

Переписка

Переписка Лейбница – 15 000 писем. Переписка Эйлера – не менее 4 000 писем; сохранилось около 3 000.

М. Мерсенн вёл переписку с Декартом, Ферма, Галилеем, Гоббсом и др.

Г. Ольденбург и Д. Коллинс в Англии (через Ольденбурга общались между собой Ньютон и Лейбниц)

Академии наук

1662 – Лондонское королевское общество (Бойль, Гук, Ренн, Валлис; Ньютон)

1666 – Парижская академия наук (Кольбер; Гюйгенс)

1700 – Прусское Берлинское общество (Лейбниц)

1724 – Петербургская академия наук

Журналы

1665 – Philosophical Transactions Лондонского королевского общества

– Journal des Sçavans

1682 – Acta Eruditorum

1699 – Mémoires de l’Académie des Sciences de Paris

1728 – Commentarii Academiae scientiarum Imperialis Petropolitanae

Проблемы объёма вычислений

Задачи, которые ставила перед человеком многообразная практика начавшейся эпохи научно-технической революции, требовали большого объёма вычислений. Это были прежде всего задачи новой астрономии. Немалых вычислений требовали также финансовое и страховое дело. Особо трудоёмкими были операции умножения и деления многозначных чисел, особенно, тригонометрических величин. Для их облегчения использовали формулы

$$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right],$$

$$a \cdot b = \frac{1}{4}\left[(a+b)^2 - (a-b)^2\right]$$

и таблицу квадратов. Операцию умножения оказывалось возможным сводить к менее трудоёмким – сложению и вычитанию.

Уже давно (например, Архимедом в его «Псаммите») было отмечена связь между членами геометрической прогрессии

$$q,\ q^2,\ q^3, q^4, \ldots$$

и арифметической прогрессией их показателей

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots$$

Умножению членов первой соответствует сложение членов второй. Использованию этого свойства для перенесения этой связи на общий случай мешало отсутствие понятия степени для отрицательных и дробных показателей. Появление таковых уже намечало идею логарифмов. Их открытие связано с именами Непера и Бюрги, которые (Бюрги на 10 лет позднее) пришли к нему совершенно независимо.

Иост Бюрги (J. Bürgi; 1552 – 1632)

Швейцарец Бюрги был искусным механиком и мастером часовых дел. В качестве придворного часовщика и мастера астрономических инструментов состоял при дворе в Касселе, а с 1603 года в Праге, где близко сошёлся с Кеплером. Математику он изучил самостоятельно. Его таблицы были уже готовы около 1610 года, но опубликовал он их лишь через 10 лет. Вот их название: «Таблицы арифметической и геометрической прогрессий, вместе с основательным наставлением, как их нужно понимать и с пользой применять во всяческих вычислениях» (Прага, 1620). («Наставления» были опубликованы только в 1856 г.)

Таблицы Бюрги составил следующим образом. Он выбрал прогрессию со знаменателем 1, 0001 и сопоставил числа 0, 10, 20, 30, … арифметической прогрессии (красные числа – они были напечатаны красной краской) с членами геометрической $10^8\ (1{,}0001)^n$ – чёрными числами (они были напечатаны чёрной краской). Красные числа являлись логарифмами чёрных, разделённых на 10^8, при основании $\sqrt[10]{1{,}0001}$.

Эти таблицы не получили сколь-нибудь заметного распространения и о них прочно забыли тем более, что ко времени их публикации широкую известность получили значительно более удобные таблицы Непера

Джон Непер (J. Neper; 1550 – 1617)

Барон Джон Непер родился в Мерчистоне (Шотландия). Получив образование в Сент-Эндрюсском университете отправился в путешествие по Германии, Франции и Испании. В возрасте 21 года, вернувшись в Шотландию, осел в своём имении и занялся различными науками, а также земледелием, применяя механизмы собственного изобретения. Главными предметами его размышлений стали богословие и математика. Что касается математики, то в круг его чтения вошли Евклид, Архимед, Региомонтан, Коперник и др. (возможно он был знаком с сочинениями Штифеля). Ярый противник католицизма, он в 1594 году выступил с написанным в стиле геометрического трактата сочинением «Простое объяснение всех откровений Св. Иоанна», в котором, в частности, доказывал (14-е предложение), что Страшный суд наступит между 1688 и 1700 гг., что Антихрист – папа Римский, а «звериное число» 666 – Римская империя (29-е предложение: Римская империя = λατεινος = 666 – λ = 30, α = 1, τ = 300, ε = 5, ι = 10, ν = 50, ο = 70, ς = 200). Это сочинение создало ему в тогдашней Европе громкое имя. Открытие же логарифмов осталось известным сравнительно узкому кругу лиц, интересовавшихся техникой вычислений. К этому открытию он пришёл не позднее 1594 года.

Джон Непер

Открытие логарифмов

Если Бюрги сравнивал две дискретные прогрессии, то у барона Непера в основу ложится сравнение двух непрерывных движений. «Пусть линия *TS* – полный синус (то есть линия синуса 90° – Непер кладёт её равной 10^7), а *dS* на той же линии – данный синус и пусть g геометрически перемещается в некоторый определённый момент времени из *T* в *d* . Пусть также *bi* –другая линия, бесконечная в направлении *i,* вдоль которой из *b* арифметически движется *a* с той же самой скоростью, какую g имела сперва, когда была в *T,* и пусть *a* перемещается из фиксированной *b* в направлении *i*

T ________ *d* ____________________ *S*

g g g*S*

b ________ *c* ______________ *i*

a

и достигает в тот же момент точки *c*. Число, измеряющее линию *bc* , называется логарифмом синуса *dS*».

Мы сразу, не уточняя неперовской терминологии (впрочем, что значит движется арифметически или геометрически или что означает полный синус, несложно будет понять из последующего), переведём это на привычный нам язык.

По отрезку *TS* (Непер берёт его равным 10^7) и лучу *bi* движутся точки g и *a.* Движение они начинают одновременно со скоростью *v* . Точка *a* движется равномерно со скоростью *v* в то время как точка *g* замедленно так, что её скорость убывает пропорционально расстоянию *gS*. Если обозначить *gS* через *x*, а *ba* через *y*, то в привычных нам обозначениях, разумеется, отсутствовавших у Непера, получим

$$\frac{dy}{dt} = v, \qquad \frac{dx}{dt} = -\frac{vx}{10^7},$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{10^7}{x} \qquad (1)$$

Интегрируя его при начальных данных $x_0 = 10^7, y_0 = 0,$ получим

$$y = 10^7 ln 10^7 - 10^7 ln x = 10^7 ln \frac{10^7}{x} = Lx.$$

У Непера, как мы уже говорили, нет привычной нам записи дифференциального уравнения (1), но все его рассуждения, по существу, представляют собой приближённое интегрирование этого уравнения.

Логарифм Непера *L x* отличается от натурального логарифма *ln x* (в частности, *L* 1 не равен нулю), но выражается через него линейно.

Свои восьмизначные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов углов первой четверти с шагом в одну минуту «Описание удивительных таблиц логарифмов» Непер опубликовал в 1614 г., теоретическую часть – «Построение удивительных таблиц логарифмов» – позднее – в 1619. Эти таблицы, предназначенные для тригонометрических вычислений, были плохо приспособлены для вычислений с обычными числами. Поэтому сам Непер пришёл к мысли создания таблиц десятичных логарифмов, у которых логарифм единицы – нуль. Идею таких таблиц он обсудил с профессором математики Грешем Колледжа в Лондоне Генри Бригсом, который её и реализовал, издав в 1617 г. «Первую тысячу логарифмов» – таблицы четырнадцатизначных десятичных логарифмов чисел от 1 до 1000. А таблицы натуральных логарифмов чисел от 1 до 1000 и синусов издал в 1619 учитель математики из Лондона Джон Спейделл. Сам термин «натуральные логарифмы» появился у П. Менголи (1659) и Н. Меркатора (1668).

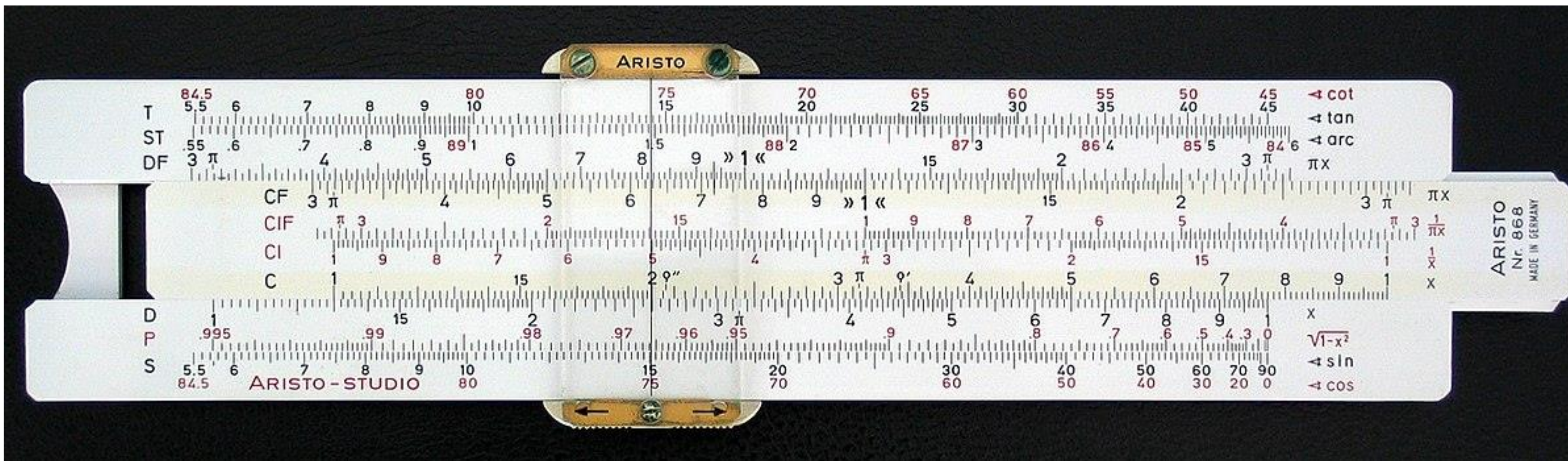
Открытие логарифмов и создание таблиц логарифмов революционизировало практику вычислений не только в астрономических расчётах, но и в решении самых разнообразных инженерных задач. Лондонский адвокат и любитель математики Эдмунд Гунтер изобрёл логарифмическую шкалу, на идее которой (употребление двух подобных шкал, одна из которых перемещается вдоль другой) в 1662 году была сконструирована логарифмическая линейка, надолго ставшая рабочим инструментом любого инженера. Ещё в 60-е годы прошлого века каждый студент мех-мата должен был в рамках экзамена по общей физике сдать зачёт по логарифмической линейке.

Нисколько не меньшее значение имело открытие логарифмов и для теории функций. Понимание логарифма как показателя степени данного основания, свойственное уже самому Неперу, было высказано Джоном Валлисом (1685) и И. Бернулли (1694). В руководствах мы находим такое определение у В. Гардинера (1742), Широкому его распространению способствовал Л. Эйлер, начавший использовать в этой связи термин «основание».

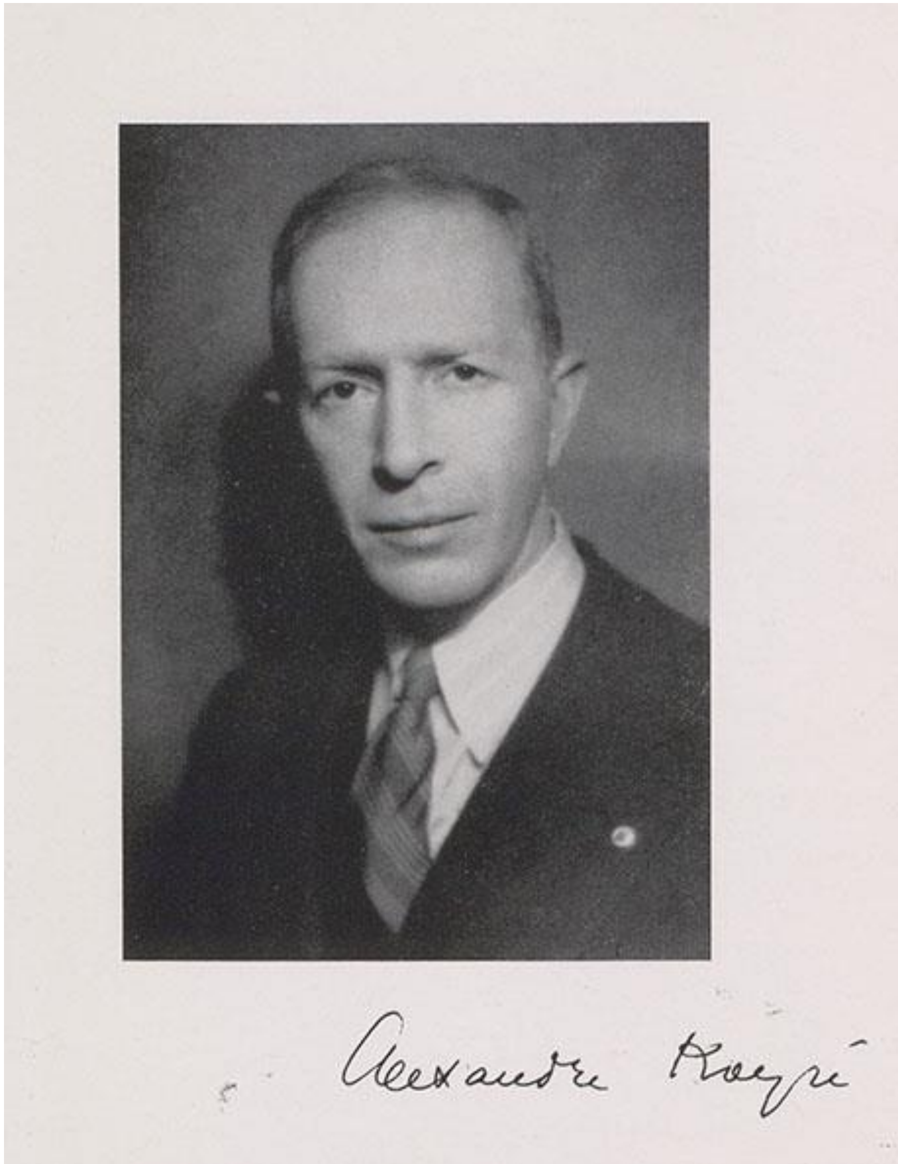
В исследованиях второй трети XVII века была раскрыта связь между логарифмом и квадратурой гиперболы. Отправляясь от этого Меркатор нашёл аналитическое представление логарифма бесконечным степенным рядом. Таким образом открытие Непера вводило математиков в область новых трансцендентных функций. Следующим шагом на этом пути стало введение показательной функции (Ньютон, Лейбниц).

История открытия логарифмов служит замечательным примером влияния практики на формирование теоретической математики.

Логарифмическая линейка



Александр Койре – Alexandre Koyré
1892 – 1964



1892 – родился в Таганроге в еврейской купеческой семье
Среднее образование Александр Койре получил в гимназиях Тифлиса и Ростова-на-Дону

1909 – переехал в Гёттинген, где в течение трёх лет слушал курс по философии Гуссерля и лекции Гильберта по математике. Для завершения образования переехал в Париж, где его застала 1-я мировая война

1914 – волонтёром вступил в ряды Иностранного легиона, потом перешёл в русский полк и вплоть до осени 1917 г. сражался на юго-западном фронте России

1918 – возвращение в Париж, где у него сложились прочные связи в академической среде.

1924 – начинает читать курс в Практической школе высших исследований

1929 – докторская диссертация посвящена исследованию творчества немецкого философа-мистика Бёме

1934 – 1940 несколько раз посещает Каирский университет в качестве приглашённого профессора

1940 – ненадолго возвращается в Париж, после чего почти сразу выезжает в Каир, где во время визита де Голля получает важную дипломатическую миссию и выезжает в США

1942 – после успешного выполнения миссии приезжает в Лондон для встречи с де Голлем

1940 – 1945 – работал в США в Свободной школе высших исследований, организованной эмигрантами из Франции и Бельгии, а также в американской Новой школе социальных исследований

1945 – возобновил работу в парижской Практической школе высших исследований, а затем возглавил Центр исследований по истории науки и техники (сегодня – Центр Александра Койре)

1956 – одновременно получил назначение в Институт высших исследований в Принстоне (США) и с тех пор поочерёдно проводил по шесть месяцев в Париже и в Принстоне

– избран непременным секретарём Международной Академии истории науки

1964 – скончался в Париже

Койре А. *Очерки истории философской мысли: О влиянии философских концепций на развитие научных теорий* / пер. с фр. Я. А. Ляткера, общ. ред., авт. предисл. А. П. Юшкевич. М. : Прогресс. 1985.

Койре А. *Мистики, спиритуалисты, алхимики Германии XVI века*. — Долгопрудный: Аллегро-Пресс, 1994.

Койре А. *От замкнутого мира к бесконечной вселенной*. — М.: Логос, 2001.

Койре А. *Философия и национальная проблема в России начала XIX века* / пер. с фр. А.М. Руткевича. М.: Модест Колеров, 2003.

Койре А. *Этюды о Галилее* / пер. с фр. Н. Кочинян. — М.: Новое литературное обозрение. 2022.