

История механики

Чиненова Вера Николаевна

v.chinenova@yandex.ru

Лекция № 14

***ТРАКТАТ Х. ГЮЙГЕНСА «МАЯТНИКОВЫЕ ЧАСЫ»,
ЕГО ПРИКЛАДНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ***

- Еще Галилей записал пропорциональность периода качания маятника квадратному корню из его длины.
- В переписке ученых XVII в. (**Галилея, Мерсенна, Риччиоли, Гримальди** и других) остались свидетельства того, что им было ясно: **качания маятника можно и нужно использовать для измерения отрезков времени.**
- Галилей высказал мысль о соединении маятника с каким-либо счетчиком числа качаний для измерения времени. *Помехой на пути реализации этой идеи было затухание колебаний маятника.*

В 1636 г. Галилей вступил в переписку с голландскими учеными по этому вопросу. Идеей измерения времени заинтересовался Л. Реаль, бывший губернатор Голландской Индонезии. Проблема ориентации в море при пересечении больших водных пространств на пути к Зондским островам была весьма актуальной для мореплавателей. Хронометр нужен был для определения долготы места. Усовершенствовать хронометр Галилею помешала слепота, и в 1641 г. он поручил доработку хронометра с маятником и гирями своему сыну Винченцо, который также не успел довести ее до завершения и публикации.

Христиан Гюйгенс Christiaan Huygens (1629–1695)



Христиан Гюйгенс ван Зёйлихем

(14 апреля 1629 — 8 июля 1695) — нидерландский механик, физик, математик, астроном и изобретатель.

Первый иностранный член Лондонского королевского общества (1663),

член Французской академии наук с момента её основания (1666) и её первый президент (1666—1681).

Один из основоположников теоретической механики и теории вероятностей. Внёс значительный вклад в оптику, молекулярную физику, астрономию, геометрию, часовое дело. Открыл кольца Сатурна и Титан (спутник Сатурна).

Изобрёл первую практически применимую модель часов с маятником. Положил начало волновой оптике.

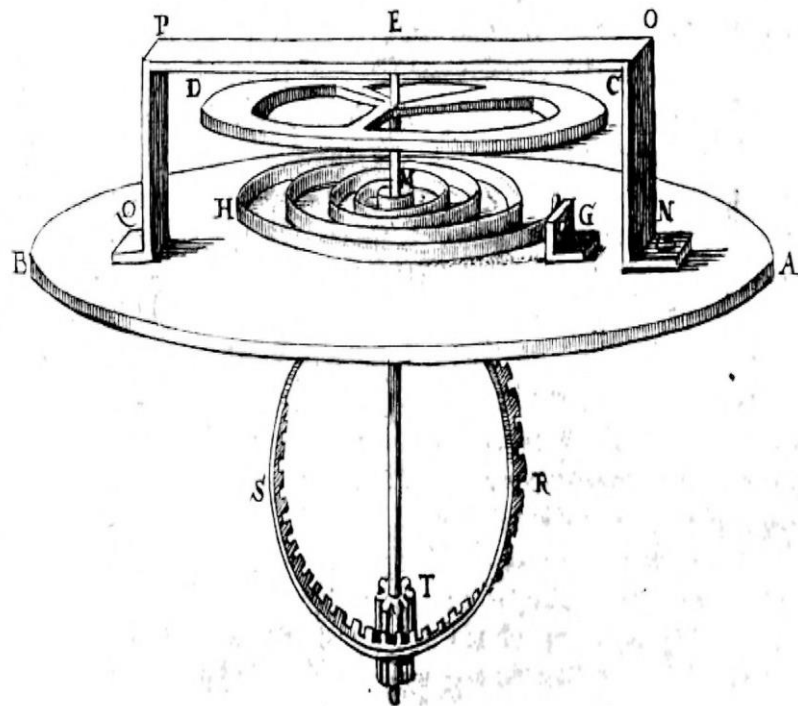
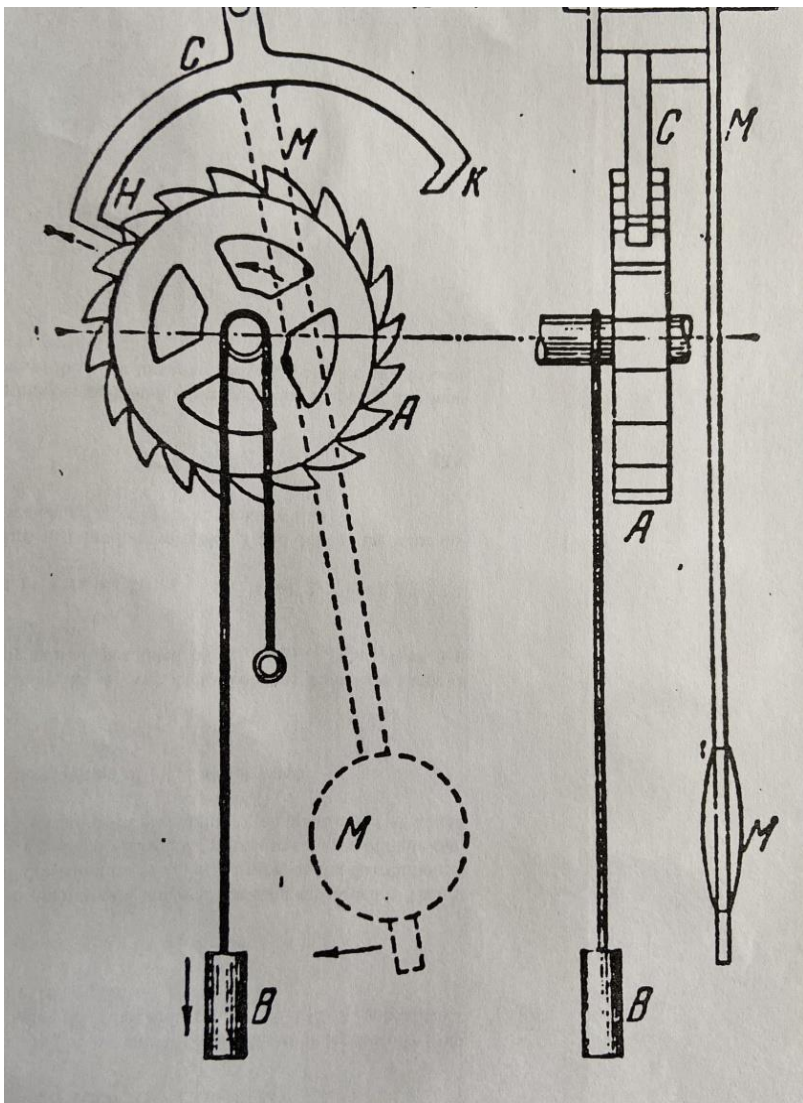
Х.Гюйгенс (1629-1695)

1629- родился в семье Константина Гюйгенса (секретарь принца Оранского)
Домашнее образование, Лейденский ун-т
1655- открыл кольцо Сатурна и спутник-Титан
1657 г. - патент Генеральных штатов Голландии на это изобретение маятниковых часов со свободным спуском.
1663 г. - избран членом Лондонского Королевского общества,
1666 г. (в год основания Парижской Академии наук) избран ее членом с предоставлением квартиры в здании Королевской библиотеки в Париже,
1681 - покинул Францию
1695 – умер в Голландии



Х.Гюйгенс (1629-1695)

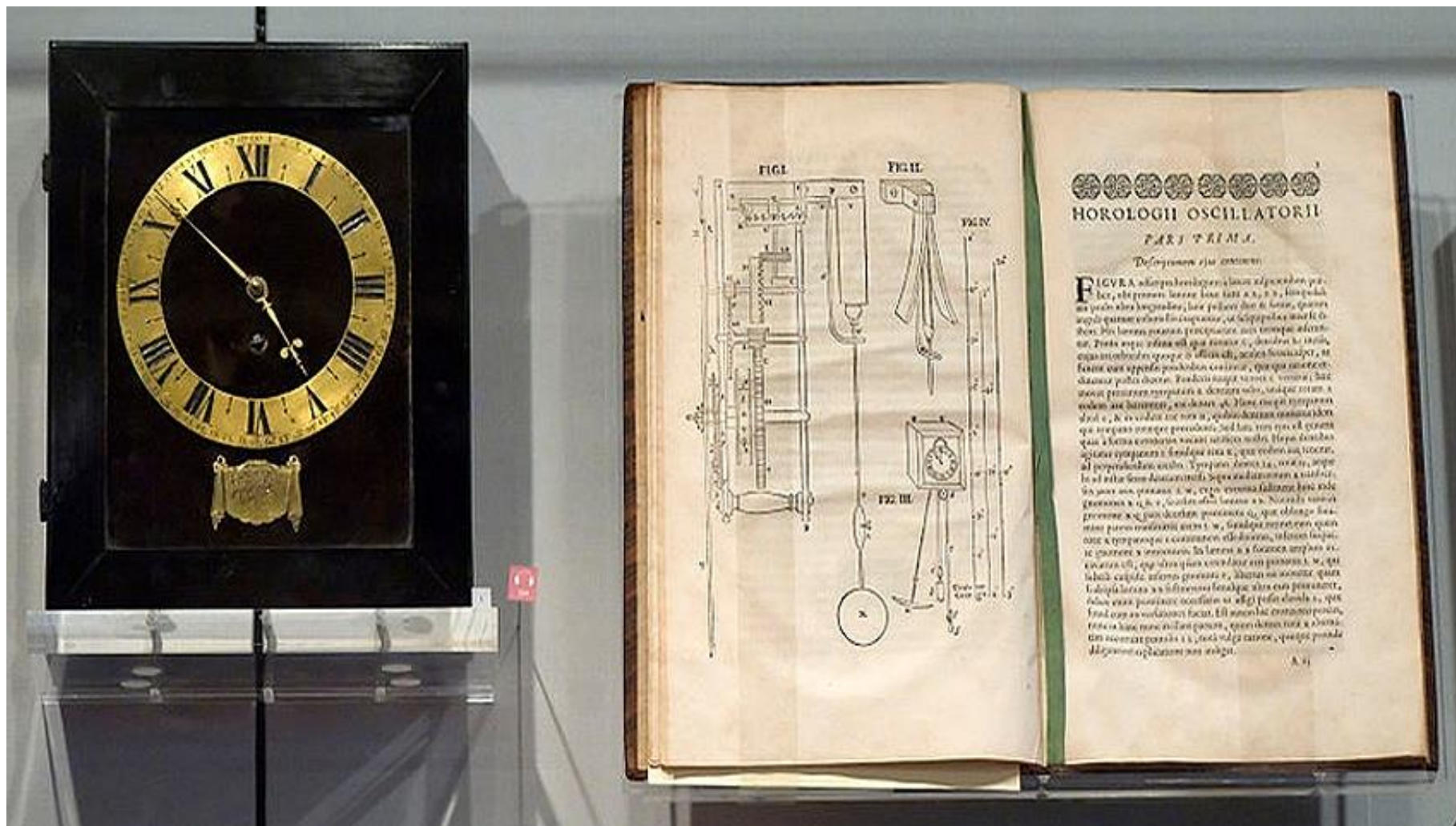
- В 22 года Х. Гюйгенс закончил первое оригинальное исследование о квадратуре гиперболы, эллипса и круга. Кроме математических увлечений у Гюйгенса появляется интерес к наблюдательной астрономии: он изготавливает зрительные трубы и устремляет их в небо. В 1655 г. он открыл кольцо Сатурна и один из его 9 спутников (самый большой — Титан), определив период его обращения.
- Вскоре Гюйгенс переключился на проведение опытов по устройству часов с маятником, что привело его к изобретению маятниковых часов со свободным спуском. В **1657 г.** он получил **патент Генеральных штатов Голландии на это изобретение.**



Х.Гюйгенс (1629-1695)

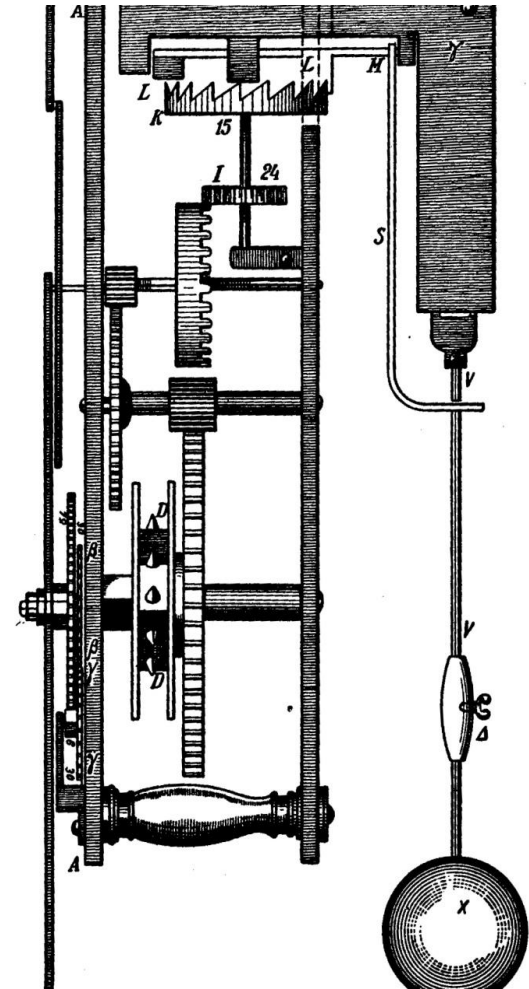
1673 г. трактат Х. Гюйгенса, имевшего целью разработать теорию маятниковых часов и всех их устройств
«Маятниковые часы или геометрические доказательства о движении маятников, приспособленных к часам»

Маятниковые часы с пружинным приводом, спроектированные Гюйгенсом и построенные С.Костером (1657) с копией *Часового осциллятория* Horologium Oscillatorium (1673), в музее Бурхаве , Лейден.

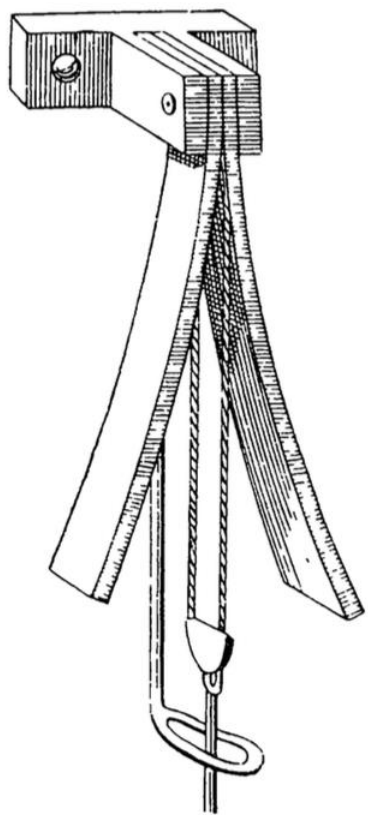


Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- В первой части дается подробное техническое описание часов с циклоидальным маятником. Здесь подвешенный груз описывал не дугу круга, как в проекте часов 1657 г., а **циклоиду**.



«Маятниковые часы...»



Фиг. 2.

- На рисунке слева изображены “щеки”, которые делают ход конца нити маятника - циклоидальным. При их отсутствии - конец нити описывал бы дугу окружности, а не циклоиды.

«Маятниковые часы...»

- **Вторая часть “Маятниковых часов”** Гюйгенса посвящена математическому обоснованию всех предположений, допущенных ученым при проектировании и постройке часового механизма, а также формальному доказательству истинности результатов измерений, полученных на практике при помощи маятниковых часов Гюйгенса.

Х.Гюйгенс (1629-1695)

- **Первая гипотеза** представляет собой *закон инерции*.
- **Во второй** утверждается, принцип *сложения движений*
- **Третья гипотеза** содержит идею *независимости движения*
- **+ два принципа**
- **Принцип относительности**
- **Энергетический принцип**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс строит фундамент динамики, он формулирует **три гипотезы**, отражающие важные закономерности механического движения.

Первая гипотеза представляет собой закон инерции:

«Если бы веса не было и воздух не сопротивлялся движению тел, то каждое из них продолжало бы достигнутое движение прямолинейно и с постоянной скоростью».

- **Вторую гипотезу** можно трактовать как принцип сложения движений:

«...случается, что тела производят сложное движение, составленное из равномерного движения в том или ином направлении и из движения, вызванного весом и направленного по вертикали вниз».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- **Третья гипотеза** содержит четкую идею независимости движения, высказанную столь ясно впервые:
«Эти два движения можно рассматривать отдельно, и каждое из них не влияет на другое».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Еще два важнейших закона, или опытных принципа:
принцип относительности и энергетический принцип:
«...тело не может под действием тяжести подняться выше той высоты, с которой оно упало».

«Маятниковые часы...»

- Теорему Галилея о том, что при соскальзывании с равновысоких наклонных плоскостей (из состояния покоя) тело приобретает одинаковые скорости независимо от длин плоскостей, Гюйгенс обосновал на базе **энергетического принципа**:

«Если бы теорема была неверна, то, комбинируя определенным образом наклонные плоскости, можно было бы добиться повышения груза над исходной высотой без дополнительных затрат».

Но тогда был бы нарушен Энергетический принцип Гюйгенса.

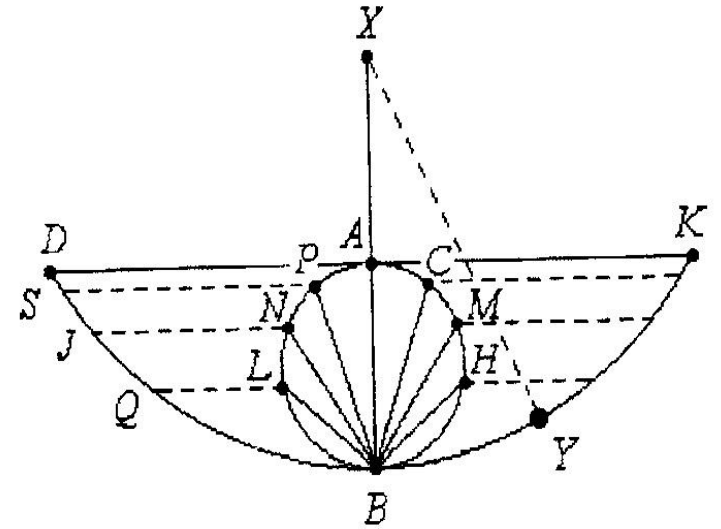
«Маятниковые часы...»

- **Циклоида** есть линия кратчайшего времени несвободного падения точки с данной высоты по сравнению с другими траекториями, соединяющими краевые точки.
- Время падения по циклоиде тяжелой точки не зависит от начальной высоты точки, а в процессе колебания — от амплитуды колебания.

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс исследует падение тяжелой точки по циклоидальному гладкому желобку, расположенному в вертикальной плоскости. Он теоретически доказывает **свойство абсолютной изохронности циклоидального движения, т.е. независимость периода колебаний циклического маятника от амплитуды** и, в частности, от начального положения грузика.

- Гюйгенс доказал, что **свойство изохронности, справедливое для кругового маятника лишь при достаточно малых размахах, для циклоиды справедливо абсолютно.**



Он показал связь этих двух типов колебаний.

- Он установил зависимость полупериода колебаний точки по циклоиде глубиной a :

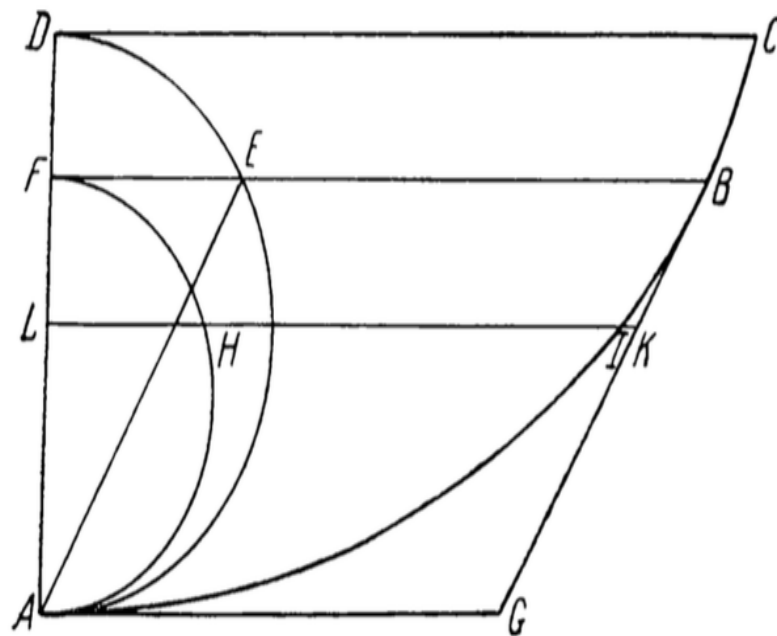
$$T = \pi \sqrt{2a/g}$$

- Эта формула верна и для полупериода малых колебаний кругового маятника длиной $2a$.

Предложение №25:

- “Пусть тело падает по циклоиде с вертикальной осью и вершиной, обращенной вниз, начиная с некоторой точки на циклоиде, тогда время падения до вершины циклоиды всегда одно и то же, независимо от положения на циклоиде начальной точки движения; это время относится ко времени свободного падения вдоль всей оси циклоиды, как длина полуокружности к диаметру ее.”

$$T = \pi \sqrt{2a/g}$$



Фиг. 38.

«Маятниковые часы...»

Часть 3 – теория эволют и эвольвент (для правильного конструирования часов с циклоидальным маятником)

- *Гюйгенс получает замечательное свойство циклоиды: ее эвольвента - есть суть она сама.*

Гюйгенс разработал теорию **эволют и эвольвент** (ч.III, с.82).

Гюйгенс строит маятник, груз которого совершает колебания по дуге циклоиды.

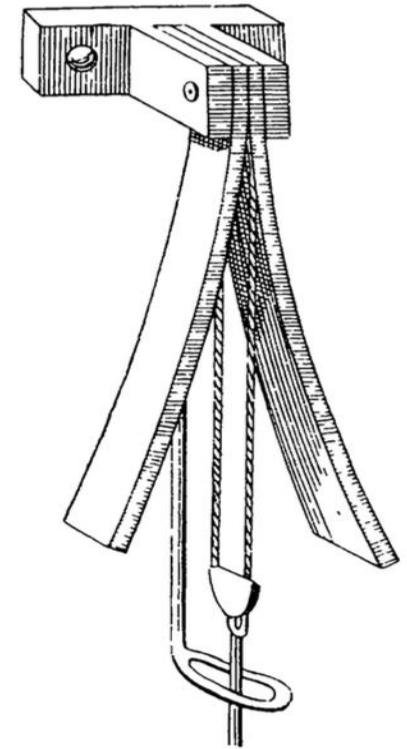
Он предлагает осуществить эту идею путем укрепления в окрестности точки

Подвеса гибкой нити маятника особых

«щеки», к которым эта нить должны

прилегать при колебаниях маятника в ту и в другую сторону.

- Профиль такой «щеки» как раз и будет **эволютой** траектории шарика, а кривая, описываемая грузом маятника, является ее **эвольвентой**.



Фиг. 2.

«Маятниковые часы...»

- **Часть 4 – «О центре качания»**
(начала динамики твердого тела).
- Количественные характеристики, которые позже стали называться **моментом инерции твердого тела относительно оси и статическим моментом.**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы», Часть IV

- Приведенная длина физического маятника; т.е. длина математического маятника, изохронного физическому:

$$l = \frac{\sum_1^n m_i \cdot \rho_i^2}{\sum_1^n m_i \cdot \rho_i}$$

- где m_i - масса частицы, ρ_i - ее расстояние до точки подвеса (ч.IV,с.130-131).

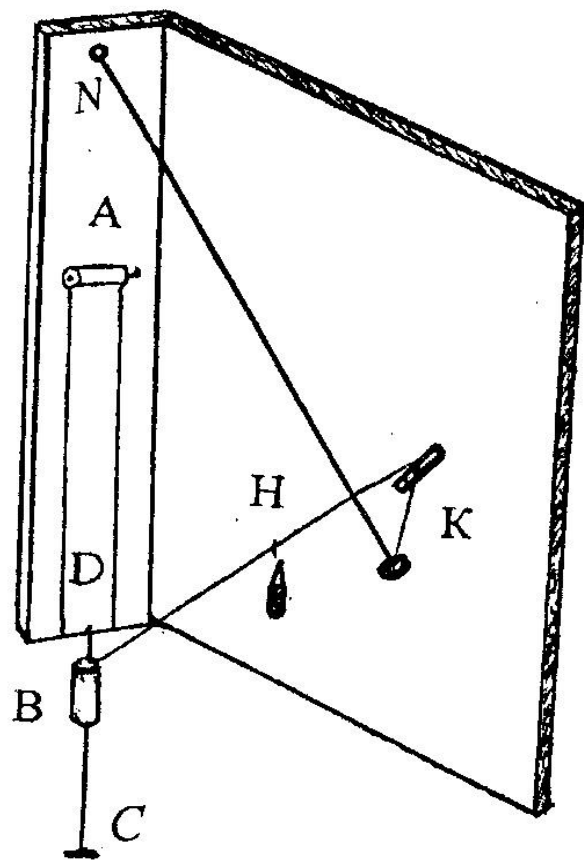
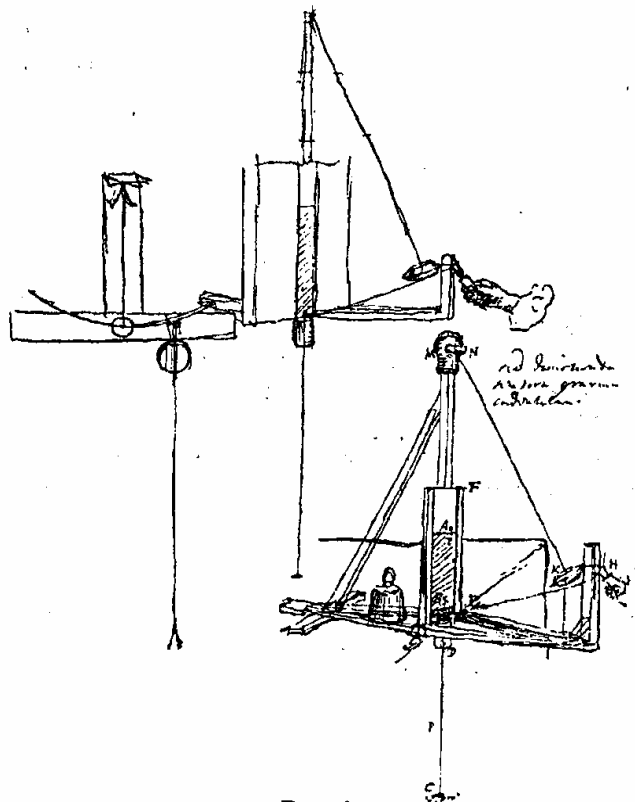
Х. Гюйгенс «Маятниковые часы» Часть IV

- ***Определение численной величины ускорения свободного падения груза в пустоте.***
- Гюйгенс реализует замысел Галилея - найти меру для сравнения характера различных равноускоренных движений и тем самым измерить «импульс тела к падению», точнее ускорение свободного падения тела (ч.IV, с.201-202).

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы» Часть IV

Гюйгенс нашел **длину секундного маятника** на широте Парижа - немного больше трех футов, т.е. около **99, 45 см**. Далее он использует найденную длину секундного маятника для численного определения **ускорения свободного падения в пустоте** $979,9 \frac{см}{сек^2}$

Для широты Парижа она равна $980,9 \frac{см}{сек^2}$ называя эту величину вслед за Галилеем, - **удвоенным путем, проходимым телом при свободном падении за первую секунду.**



Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- «Этот результат точно совпадает с очень тщательными опытами, которые я произвел. В этих опытах момент времени, в который оканчивалось падение, определялся не ухом или глазом, так как оба были бы недостаточно достоверны; путь, пройденный при падении определялся безошибочно другим методом, который я сейчас попытаюсь изложить» (с.202).

U 124
1

ŒUVRES COMPLÈTES
DE
CHRISTIAAN HUYGENS

PUBLIÉES PAR LA

SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES

TOME DIX-SEPTIÈME (17)

L'HORLOGE À PENDULE DE 1651 À 1666.
TRAVAUX DIVERS DE PHYSIQUE,
DE MÉCANIQUE ET DE TECHNIQUE DE 1650 À 1666.
TRAITÉ DES COURONNES ET DES PARHÉLIES
(1662 OU 1663).



LA HAYE
MARTINUS NIJHOFF

1932

278 TRAVAUX DIVERS DE PHYSIQUE, DE MÉCANIQUE ET DE TECHNIQUE DE 1650 À 1666.

II C. QUESTION DE LA DIMINUTION DE LA PESANTEUR PAR
L'ÉLOIGNEMENT DU CENTRE DE LA TERRE (1666).

an ad radicem et in vertice montis 3000 pedum aliqua differentia effet in horologio? non est notabilis¹⁾.

II D. MESURE DE LA DISTANCE VERTICALE PARCOURUE EN UN
TEMPS DONNÉ PAR UN CORPS QUI TOMBE LIBREMENT ET PREUVE
EXPÉRIMENTALE DU FAIT QU'É CE CORPS COMMENCE SA CHUTE
AVEC UNE VITESSE NULLE.

II D. § 1^o). Expertus 21 Oct. 1659.
Semifecundo minuto cadit plumbum [Fig. 4]²⁾ ex altitudine 3 pedum et dimidij
vel 7 pollicum circiter. Ergo unius secundi spatium ex 14 pedum altitudine³⁾.

II D. § 2^o). Expertus denuo 23 Oct. 1659.
pendulum adhibui [Fig. 4]³⁾ cujus singulæ vibrationes $\frac{3}{2}$ secundi unius, unde
semivibratio qua usus sum erat $\frac{3}{4}$ ⁴⁾. Erat penduli longitudo
circiter 6 p. 11 unc. Sed vibrationes non ex hac longitudo
sed conferendo eas cum pendulo horologij colligebam. Illius
itaque semivibratio cadebat aliud⁵⁾ plumbum simul e digitis
demissum ex altitudine 7 pedum 8 unc. Ergo colligitur hinc
uno secundo casurum ex altitudine 13 ped. $7\frac{1}{2}$ unc. ferè⁶⁾.
Ergo in priori experimento⁷⁾ debuissent fuisse non toti 3
ped. 5 poll.

Sumam autem uno secundo descendere plumbum pedibus
13. unc. 8⁸⁾. Merfenne 12 ped. paris. uno secundo confici
scribit⁹⁾. 12 ped. Paris. conficiunt circiter 12 ped. 8 unc.
Rhijnland¹⁰⁾. Ergo Merfenni spatium iusto brevius est uno
pede Rhijnl.

II D. § 3¹¹⁾ (1659). Et in his quidem eam obtinere cum
experimenta alia tum parabolicæ lineæ demonstrant quas in
speculi plani superficie inclinata quocunque angulo sphaerula
perfectè rotunda designat, quibus nullæ describi possunt accu-
ratiore. Ex quibus etiam probatur certissimè grave cadens
per omnes tarditatis gradus transire nam si ita non effet, lineæ
istæ non tantum non possent esse parabolæ, sed ne curvæ qui-
dem in vertice deprehenderentur sed angulo quodam inflexæ. Si enim verbi gratia



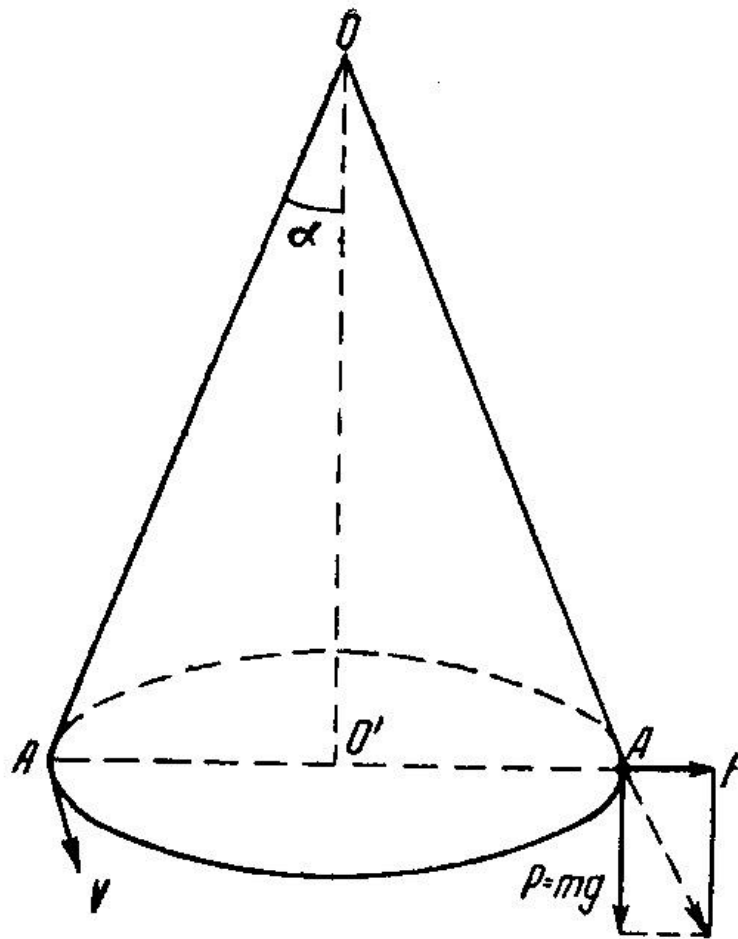
Х. Гюйгенс. К мемуару «О центробежной силе»

- В последней части трактата разрабатывается **теория центробежной силы**, о которой Гюйгенс написал еще и отдельный мемуар, изданный посмертно в **1703 г** (с.249-277).

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Тяжелое тело, подвешенное на отвесной нити, или натягивает нить, или после обрыва ее падает равноускоренно. Гюйгенс считает, что то же самое происходит при **равномерном горизонтальном вращении камня в праще. Камень или натягивает нить, или, сорвавшись, вначале двигается равномерно ускоренно в радиальном горизонтальном направлении (как бы вдоль нити).**

Конический маятник



«О центробежной силе» (1703)

- По Гюйгенсу, «тяжесть есть **стремление** опускаться вниз».
- **Стремление = CONATUS** (лат.)
- Словом «**conatus**» в XVII в. обозначали **движение, которое готово совершиться, но совершению которого что-то мешает.**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

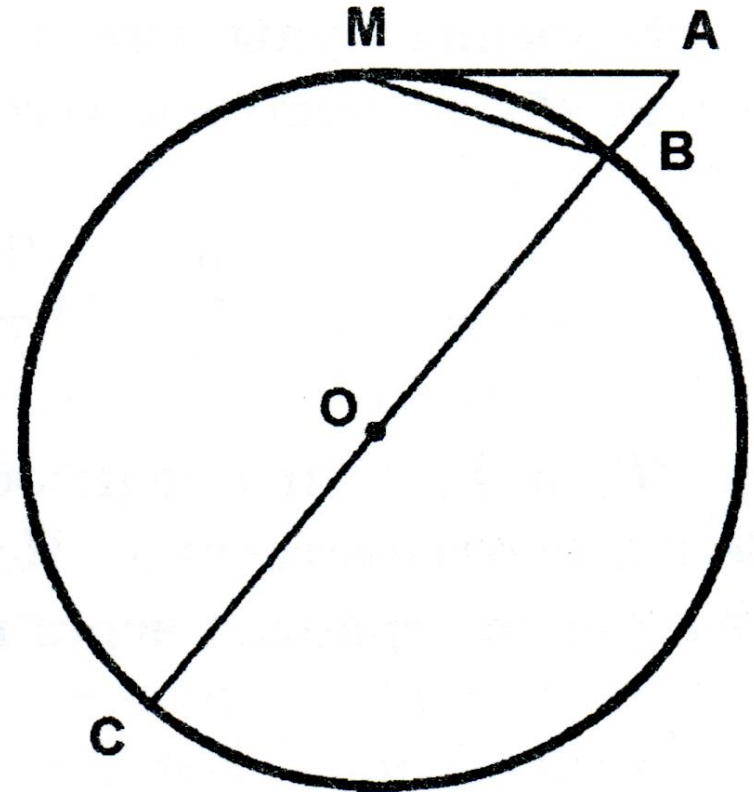
- **Натяжение нити пропорционально силе** (по терминологии Гюйгенса), обеспечивающей равноускоренное движение точки при нарушении связи.
- Коэффициентом пропорциональности этих двух факторов служит «величина тела» (масса).
- **Действие силы может быть измерено тем ускоренным движением, которое получается под ее влиянием.**
- **Действие силы измеряется производимым ею ускорением**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Центробежная сила приложена к нити, а центростремительная к движущемуся грузику.
- Арифметическая величина обеих сил одна и та же и равна

$$\frac{mv^2}{R}$$

$m=1$, где v - скорость движения грузика,
 R - радиус окружности,
 m - масса грузика.

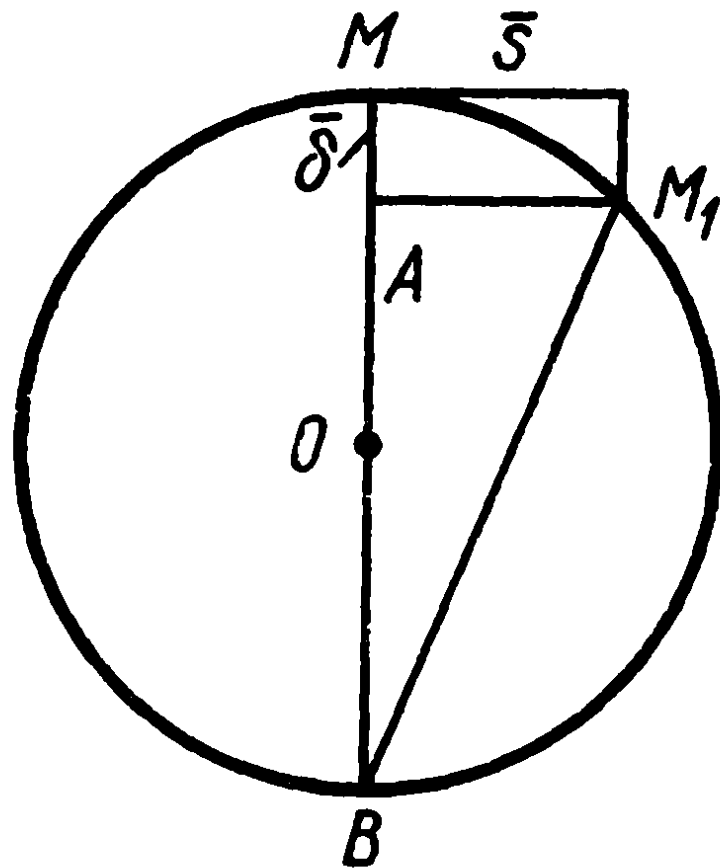


- Еще до Гюйгенса молодой Ньютон в годы чумы (1665—1666), находясь в Вулсторпе, вывел такое же соотношение для центростремительного ускорения. Когда в 1673 г. из трактата «Маятниковые часы» он узнал основную концепцию Гюйгенса о центробежной силе (вывода там еще не было), то чрезвычайно высоко оценил подход Гюйгенса к этому вопросу:
- «...если тело обращается около Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила и есть центростремительная... Такого рода предложениями Гюйгенс в превосходном своем сочинении *«Horlogium oscillatorium»* и сопоставил силу тяжести с центробежными силами обращающихся тел».

«Маятниковые часы...»

- Тяжелое тело, подвешенное на отвесной нити, или натягивает нить, или после обрыва ее падает равноускоренно. Гюйгенс считает, что то же самое происходит при равномерном вращении камня в праще. Камень или натягивает нить, или, сорвавшись, вначале движется равномерно ускоренно в радиальном направлении.
- В обоих перечисленных случаях натяжение нити пропорционально силе (по терминологии Гюйгенса), обеспечивающей равноускоренное движение точек при нарушении связи. Коэффициентом пропорциональности этих двух факторов служит «величина тела» (масса).
- Силу, способную подобно тяжести оборвать нить, Гюйгенс назвал *центробежной силой*.

«Маятниковые часы...»



$$S^2 = (2R - \sigma)\sigma = 2R\sigma - \sigma^2 = 2Rat^2/2 - (at^2/2)^2.$$

Так как время t бесконечно мало, то последним членом можно пренебречь.

Отсюда $S^2 = 2R\sigma$ или $u^2t^2 = 2Rat^2/2$, так получается величина искомого ускорения

$$a = u^2/R$$

Еще до Гюйгенса молодой **Ньютон** в годы чумы (1665—1666), находясь в Вулсторпе, вывел такое же соотношение для центростремительного ускорения. Когда в 1673 г. из трактата «Маятниковые часы» он узнал основную концепцию Гюйгенса о центробежной силе (вывода там еще не было), то чрезвычайно высоко оценил подход Гюйгенса к этому вопросу: *«...если тело обращается около Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила и есть центростремительная... Такого рода предложениями Гюйгенс в превосходном своем сочинении «Horlogium oscillatorium» и сопоставил силу тяжести с центробежными силами обращающихся тел»*.

После этого Ньютон повторил в трактате «Начала» свое собственное доказательство зависимости центростремительного ускорения от величины скорости и радиуса окружности.

По словам первого биографа Гюйгенса В. Гравезанда, он был первым из смертных, кто точно измерил время. Характерной чертой творчества Гюйгенса было прекрасное владение математикой и стремление использовать эти знания для практических целей; все его работы были направлены непосредственно на пользу людям.