

История математики

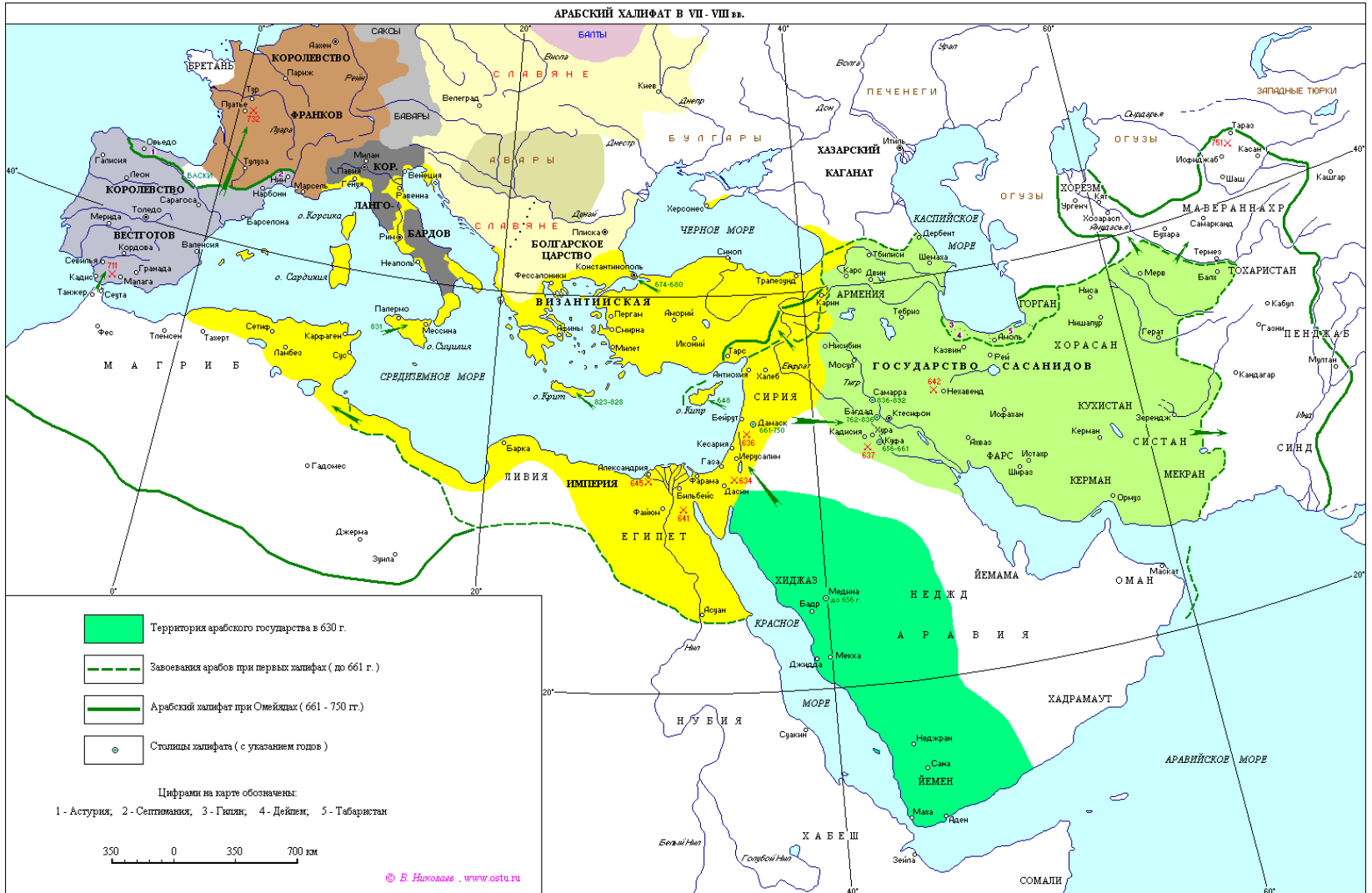
12 лекция

Лекторы – С.С. Демидов
М.А. Подколзина

Весенний семестр 2024 года

Закат античной науки и
математика в Средние века.
Математика арабского Востока.
Ал-Хорезми и его трактат об
индийском счете. Выделение
алгебры в самостоятельную
науку. Рождение тригонометрии.

Математика Арабского Востока



•

622 г. – бегство (хиджра) пророка Мухаммеда из Мекки в Медину

630-631 гг - первые мусульмане под руководством Мухаммеда подчиняют Мекку, а затем — и значительную часть других районов Аравии.

632 г. - После смерти пророка Мухаммеда на этих землях было создано теократическое государство — Арабский халифат.

640 г. - пала Александрия, и в руках арабов оказалось огромное количество греческих рукописей.

Арабский халифат, VIII в.

К середине VIII в. халифы завоевали земли от Индии до Испании, включая северную Африку и южную Италию, и образовали огромное государство с первой столицей в Дамаске (династия Омейядов), которая, впрочем, уже в 762 была перенесена в Багдад (династия Аббасидов).

Тогда же, в 762 г. в Багдаде был открыт «Дом мудрости» с библиотекой и обсерваторией.

Уже к концу VIII в. начинается распад арабского халифата. На входивших в него ранее территориях появляются многочисленные государства и даже империи.

Основные представители математической школы Багдада

- Мухаммед ал-Хорезми (IX в.)
- Ал-Кинди (IX в.)
- Сабит ибн-Корра (IX в.)
- Абу-л-Вафа (IX-X вв.)
- Ал-Караджи (IX-X вв.)

Учёные из других городов арабского Востока

- Ал-Бируни (X-XI вв.) – Хорезм
- Ибн ал-Хайсам (Альгазен) (X-XI вв.) – Каир
- Омар Хайям (XI-XII вв.) – Самарканд, Мерв, Исфахан, Рей
- Насир ад-Дин ат-Туси (XIII в.) – руководил Марагинской обсерваторией
- Ал-Каши (XV в.) – Самарканд

Арабская математика

Несмотря на произошедший распад арабского халифата на отдельные государства, научные труды математиков стран ислама в основном написаны **на арабском языке**.

Все мы знаем Омара Хайяма как персидского поэта, создававшего прекрасные четверостишия-рубай, но свои математические тексты и он писал на арабском языке. Именно по этой причине математику исламского Востока принято называть «*арабской*», хотя, как мы видели выше, многие ее ярчайшие представители вовсе не были арабами.

Впрочем, тут нужно отметить, что некоторые ученые писали сразу два варианта своих работ: на арабском и на родном языках. Например, Сабит ибн Корра писал на арабском и на сирийском, ал-Бируни и ибн Сина (Авиценна) — на арабском и фарси.

В истории арабской математики выделяется два основных периода:

- 1) VII-VIII вв. — период усвоения греческого наследия
- 2) IX-XV вв. — время создания оригинальной математической культуры.

Системы счисления

В странах ислама были распространены две **системы счисления**: более древняя алфавитная («абджад» по первым четырем буквам алфавита) и десятичная позиционная, заимствованная в Индии. Введение десятичной позиционной нумерации — важное достижение багдадской математической школы и, в частности, **Мухаммеда ал-Хорезми**.

Мухаммед ал-Хорезми (787-ок.850)



- полное имя: ал-Хорезми
Абу Абдалла Мухаммед
ибн Муса ал Маджуси
- «Algorithmi de numero Indorum» - Алгоритм об индийском счете
 - «Хисаб ал-джабр ал-мукабала» - краткая книга об исчислении ал-джабры и ал-мукабалы

Некоторые работы Ал-Хорезми

1) Трактат об индийском счете («Algorithmi de numero Indorum»)

2) «Хисаб ал-джабр ал-мукабала» - краткая книга об исчислении ал-джабры и ал-мукабалы

3) Книга картины Земли – первая книга по географии на арабском

А также труды по астрономии, тригонометрии, истории и др.

После перевода на латынь труда ал-Хорезми об индийском счете словом «**алгорифм**» (латинизированное форма имени ал-Хорезми) стали обозначать десятичную позиционную систему счисления.

И только после работ Лейбница слово «алгоритм» приобрело современное значение. В этой же работе **описан ноль**: «Итак, они ставили перед нею один разряд и ставили в нем маленький кружок, наподобие 0, чтобы по нему знали, что разряд... пуст». Слово «сыфр» означало «пустой», отсюда в дальнейшем возникло слово «цифра».

6 канонических типов
алгебраических уравнений 1 и 2
степени (ал-Хорезми):

$$1) ax^2 = bx$$

$$4) ax^2 + bx = c$$

$$2) ax^2 = c$$

$$5) ax^2 + c = bx$$

$$3) bx = c$$

$$6) bx + c = ax^2$$

Уравнения записывали словесно без символики.

Например, уравнения 4 типа записывали как *«квадраты и корни равны числу»*.

Для каждого из этих типов ал-Хорезми формулирует правило, по которому нужно его решать. Правила эти формулируются для случая $a = 1$.

Таким образом, для того, чтобы решить уравнение, его необходимо привести к одному из канонических типов. Для этого вводятся две операции: **ал-джабр** и **ал-мукабала**. Именно от операции ал-джабр в дальнейшем произошло название всей науки алгебры.

Ал-джабр переводится как «восполнение» и представляет собой операцию переноса вычитаемых членов в другую часть равенства как прибавляемых.

Ал-мукабала или «противопоставление» — операция сокращения подобных членов в обеих частях равенства.

Например, уравнение

$$2x^2 + 2 = 80 - 20x$$

вначале делится на 2, чтобы коэффициент при x^2 стал равным единице, затем к нему применяют операцию *ал-джабр*:

$$x^2 + 10x + 1 = 40.$$

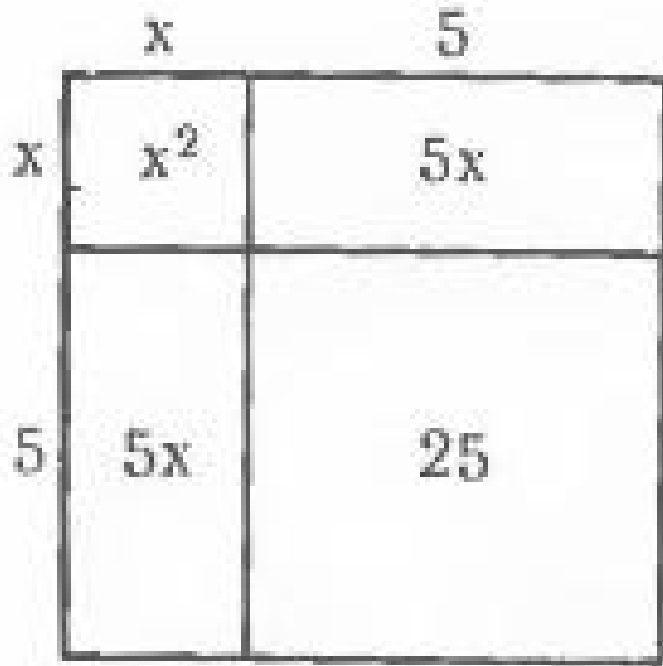
Следующим шагом применяют операцию *ал-мукабала* и получают уравнение 4-го типа $x^2 + 10x = 39$. Его решают геометрически.

При этом ал-Хорезми все еще рассматривает только положительные корни уравнения.

Так, уравнения классов 4 и 6 у него не имеют ни одного или имеют только один корень, а класса 5 либо имеют два корня, либо ни одного.

Отдельно ал-Хорезми указывает условия, при которых корни (один или два) существуют.

Пример:



Для решения уравнения $x^2 + 10x = 39$ строится квадрат со стороной $x + 5$, состоящий из четырёх фигур: квадрата со стороной x , двух прямоугольников со сторонами x и 5 и квадрата со стороной 5 . При этом известно, что площади первых трех фигур в сумме дают 39 . Значит, площадь большого квадрата $39 + 25 = 64$, а сторона этого квадрата $x + 5 = 8$, откуда $x = 3$.

Арабские математики пытались
решить кубические уравнения

- 1) Методом вставок (Сабит ибн-Корра)
- 2) Приближенными методами (ал-Бируни)
- 3) С помощью конических сечений (Омар Хайям, 1048-1131)

Омар Хайям (1048-1131)

Омар Хайям — одна из самых ярких фигур в истории средневековой арабской математики.

В его «Трактате о доказательствах задач алгебры» (1074 г.) алгебра впервые выступает как самостоятельная наука.

Предметом алгебры Хайям объявляет неизвестное число или неизвестную величину, отнесенные к другим известным числами или величинам.

Кубические уравнения у О.Хайама

В основу классификации положены степень уравнения (он рассматривает линейные, квадратные и кубические уравнения) и число членов, имеющих в обеих частях уравнения. Всего получается **25 канонических видов**, из которых шесть были рассмотрены еще ал-Хорезми, пять приводятся к ним делением на неизвестное, а **14 строятся с помощью конических сечений**.

Кубические уравнения у О.Хайама

Эти *14 видов* разделяются на:

- 1) один двучленный,
- 2) шесть трехчленных,
- 3) семь четырехчленных, которые, в свою очередь, разбиты на два класса - в одном из них трехчлены равны одночлену, а в другом двучлены - двучленам.

В классификацию вошли только уравнения, которые могут иметь положительные решения.

Омар Хайам

Так, уравнение

$$x^3 + px = q$$

Хайам сначала приводит к однородной форме

$$x^3 + a^2x = a^2b,$$

затем ищет корни как абсциссу отличной от начала координат точки пересечения

параболы $x^2 = ay$ и

окружности $(x - \frac{b}{2})^2 + y^2 = (\frac{b}{2})^2$.

Омар Хайам

Хайам исследует случаи, когда кубическое уравнение имеет два положительных корня, но проходит мимо открытия трех корней кубического уравнения, обнаруженного только в XVI в. Дж.Кардано.

Омар Хайам о числе:

«Выберем единицу и сделаем ее отношения к величине G как A к B . Будем смотреть на величину G не как на линию, поверхность, тело или время, но будем смотреть на нее как на величину, отвлеченную разумом от всего этого и принадлежащую числам, но не к числам абсолютным и настоящим, так как отношение A к B может не быть числовым».

Равенство отношений (Омар Хайям)

$$\frac{A}{B} = (q_0, q_1, q_2, \dots)$$

$$\frac{C}{D} = (q'_0, q'_1, q'_2, \dots)$$

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}, \text{ если}$$

$$q_n = q'_n$$

для всех $n = 0, 1, 2, \dots$.

Насир ад-Дин ат-Туси (1201-1274)



«Трактат о полном четырехугольнике» (1260).

Он состоял из пяти книг:

- 1) теория составления отношений
- 2) доказательство плоской теоремы Менелая
- 3) тригонометрические функции
- 4) сферическая теорема Менелая
- 5) сферическая тригонометрия.

Тригонометрия

Арабы называли линию синуса словом «джайб». Изначально они взяли транслитерацию индийского слова «джиба» — хорда, тетива, но так как в арабском языке краткие гласные не обозначаются, а долгое «и» в слове «джиба» обозначается так же, как полугласная «й», арабы стали произносить название линии синуса как «джайб», что буквально обозначает «впадина», «пазуха».

В дальнейшем при переводе арабских сочинений на латынь европейские переводчики перевели слово «джайб» латинским словом *sinus* — «**синус**», имеющим то же значение (именно в этом значении оно применяется как анатомический термин).

Термин «**косинус**» (*cosinus*) — это сокращение от лат. *complementi sinus* — дополнительный синус.

Литература:

1. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Под редакцией А.П. Юшкевича. Т. 1. М., Наука. 1970–1972. С. 205-244
2. Рыбников К.А. История математики. Изд-во МГУ, 1994. С. 76-85
3. Матвиевская Г. П., Розенфельд Б. А. Математики и астрономы мусульманского средневековья и их труды (VIII—XVII вв.). Вступительная статья Г. П. Матвиевской, Б. А. Розенфельда и А. П. Юшкевича, М.: Наука, 1983.
4. Ал-Хорезми. Математические трактаты. Перевод Ю. Х. Копелевич и Б. А. Розенфельда. Комментарии Б. А. Розенфельда. Ташкент, 1964.