История и методология механики

Лекция № 11

Евгений Алексеевич Зайцев
e_zaitsev@mail.ru

План лекции

Тема. 1

Анализ формирования основных понятий и законов динамики в трактате "Беседы и математические доказательства…".

Тема. 2

Прикладное значение теории Г. Галилея о полете снаряда

Основные труды Галилея (1564 – 1642)

Основные труды Галилея содержатся в первых 8 томах издания:

Le Opere di Galileo Galilei. — Firenze: G. Barbero Editore, 1929—1939 (2-е изд.).

Классическое комментированное издание трудов Галилея на языке оригинала (в 20 томах).

Том 1. О движении (*De Motu*), около 1590.

Том 2. Механика (*Le Meccaniche*), около 1593.

Том 3. Звездный вестник (*Sidereus Nuncius*), 1610.

Том 4. Рассуждение о телах, плавающих в воде (*Discorso intorno alle cose, che stanno in su l'aqua*), 1612.

Том 5. Письма о солнечных пятнах (*Historia e dimostrazioni intorno alle Macchie Solari*), 1613.

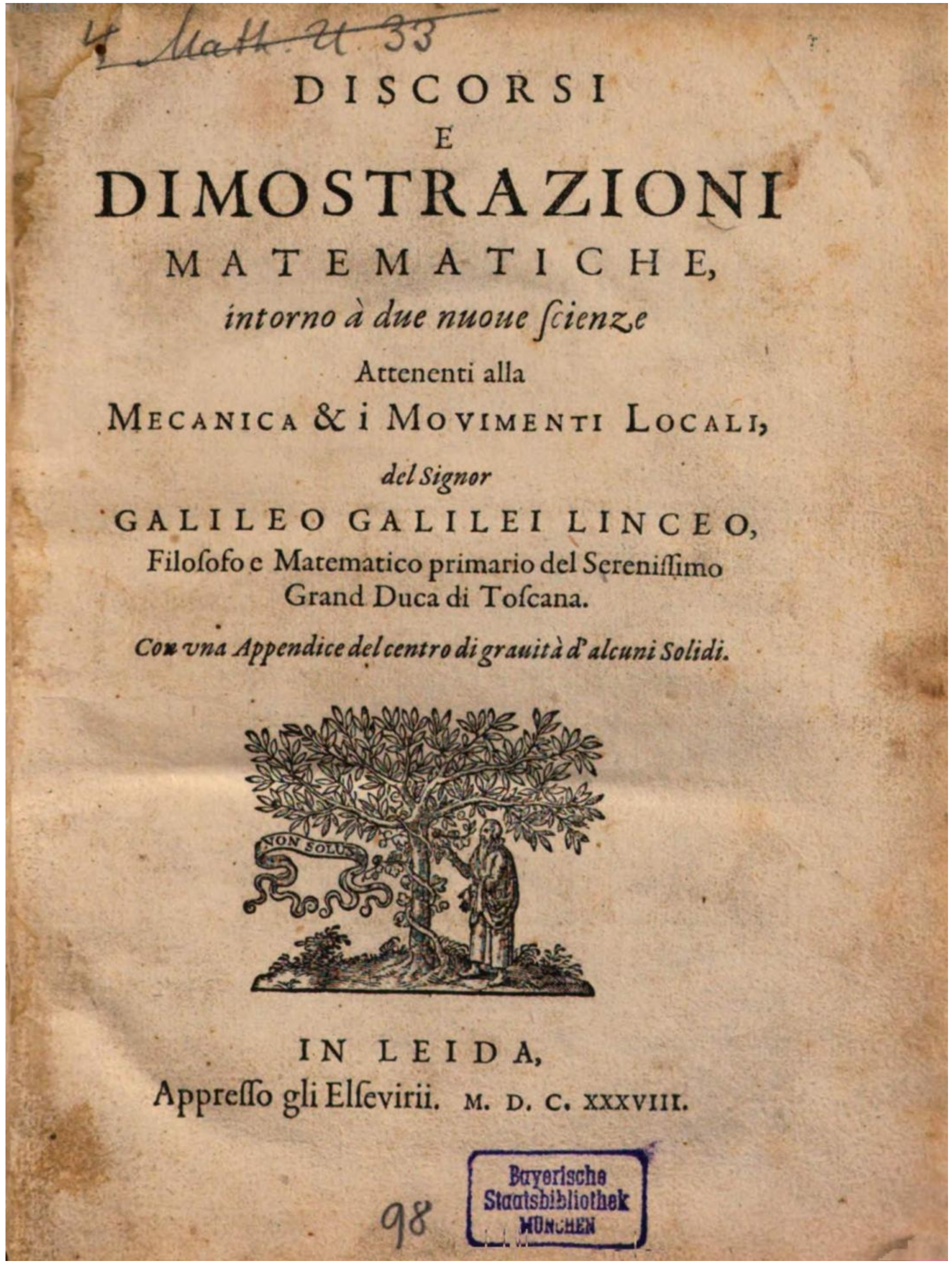
Том 6. Пробирных дел мастер (*Il Saggiatore*), 1623.

Том 7. Диалог о двух системах мира (*Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, tolemaico e copernicano*), 1632.

Том 8. Беседы и математические доказательства двух новых наук (*Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*), 1638.

Рукописные заметки по механике - *Codex Ms. Gal. 72* (1602-1637).

Беседы и математические доказательства двух новых наук
***Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, 1638.**



DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuoue ſcienze
Attenenti alla
MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filoſofo e Matematico primario del Sereniſſimo
Grand Duca di Toſcana.
Con una Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.

IN LEIDA,
Appreſſo gli Elſevirii. M. D. C. XXXVIII.

Беседы и математические доказательства двух новых наук (1638)

ПЕРЕЧЕНЬ ГЛАВНЫХ ТЕМ, ИЗЛАГАЕМЫХ В НАСТОЯЩЕМ СОЧИНЕНИИ

I

Первая новая наука, касающаяся сопротивления твердых тел разрушению (ДЕНЬ ПЕРВЫЙ)

II

Какова может быть причина такой связности тел (ДЕНЬ ВТОРОЙ)

III

Другая новая наука, касающаяся местного движения (ДЕНЬ ТРЕТИЙ)

О равномерном движении

О естественно ускоренном движении

IV

О насильственном движении или движении бросаемых тел (ДЕНЬ ЧЕТВЕРТЫЙ)

Приложение, содержащее некоторые предложения и доказательства, касающиеся центра тяжести твердых тел

V

О евклидовых определениях пропорциональности величин (ДЕНЬ ПЯТЫЙ)

VI

О силе удара (ДЕНЬ ШЕСТОЙ)

Беседы и математические доказательства двух новых наук , 1638. День первый

1. Тезис об изохронности математического маятника (при любом угле отклонения) со ссылкой на опыт.
2. Зависимость периода колебаний только от квадратного корня из длины маятника
3. Утверждение о том, что спуск по вогнутой дуге окружности осуществляется быстрее, нежели по стягивающей ее хорде.

   (с. 190 и далее)

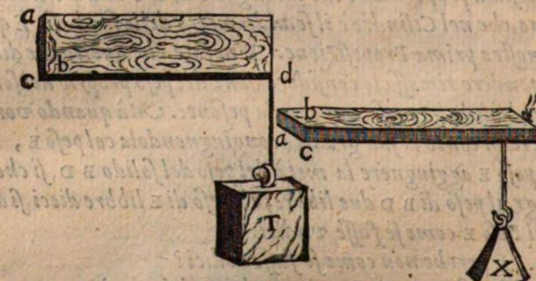
Замечание: в 3-ем дне будет дополнительно доказана следующая теорема:

Рассмотрим окружность в вертикальной плоскости, на которой находится точка A. Проведем хорду AF, соединяющую точку A с самой нижней точкой окружности F. Пусть тело под действием своей тяжести скользит по хорде AF. Независимо от расположения точки A на окружности движение тела по хорде AF происходит в течение одного и того же промежутка времени.

Беседы и математические доказательства двух новых наук , 1638.
День второй

sin quì dichiarate, non sarà difficile l'intender la ragione, onde auuenga, che vn Prisma, ò Cilindro solido di vetro, acciaio, legno, ò altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrà grauissimo Prop. I. *peso, che gli sia attaccato, mà in trauerso (come poco fà diceuamo) da minor peso assai potrà tal' volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederà la sua grossezza. Imperò che figuriamoci il Prisma solido* AB, CD *fitto in vn muro dalla parte* AB, *e nell' altra estremità s'intenda la forza del Peso* E, *(intendendo sempre il muro esser eretto all' Orizonte, & il Prisma, ò Cilindro fitto nel muro ad angoli retti) è manifesto che douendosi spezzare si romperà nel luogo* B, *doue il taglio del muro serue per sostegno, e la* BC *per la parte della Leua, doue si pone la forza, e la grossezza del solido* BA *e l'altra parte della Leua, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento, che s'hà da fare della parte del solido* BD, *che è fuor del muro, da quella che è dentro; e per le cose dichiarate il momento della forza posta in* C *al momento della resistenza che stà nella*

possiamo immediatamente intender, come e con che proporzione Prop. II. *resista più vna verga, ò vogliam dir Prisma più largo, che grosso all' esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza. Per intelligenza di che intendasi vna riga* ad; *la cui larghezza sia* ac, *e la grossezza assai minore* cb, *si cerca, perche*



volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterà al gran peso T, *mà posta per piatto come nella seconda figura, non resisterà all'* X *minore del* T, *il che si fà manifesto, mentre intendiamo il sostegno essere vna volta sotto la linea* bc, *& vn' altra sotto la* ca, *e le distanze delle forze esser nell' vn caso, e nell' altro eguali, cioè la lunghezza* bd. *Mà nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metà della linea* ca, *è maggiore della distanza nell' altro caso, la quale è la metà della* bc: *però la forza del Peso* T, *conuiene che sia maggiore della* X, *quanto la metà della larghezza* ca *è maggiore della metà della grossezza* bc, *seruendoci quella per contralleua della* ca, *e questa della* cb *per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base* ab. *Concludesi per tanto la medesima riga, ò Prisma più largo che grosso resister più all' esser rotto per taglio, che per piatto secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.*

Conuiene

Беседы и математические доказательства двух новых наук , 1638.
День третий и четвертый

День третий

- Закон свободного падения
- Законы движения (падения и подъема) по наклонной плоскости и по дуге окружности

День четвертый

- Закон инерции при движении в горизонтальной плоскости.
- Параболичность траектории полета снаряда – центральный результат динамики Галилея

У истоков научной революции XVII в.
Схемы построения геометрических фигур должны определяться движениями под действием реальных сил природы

Галилео Галилей. «О естественно-ускоренном движении»

«Прежде всего следует подыскать явлению, имеющему место в природе, подходящее определение и дать последнему объяснение. И хотя, конечно, допустимо представить в уме (*confingere*) некоторый произвольный вид движения, а затем исследовать его свойства (так, например, [поступили] те, кто представили (*sibi finxerunt*) спирали (helicas) и конхоиды в виде линий, порожденных не встречающимися в природе движениями, а затем, с блеском (cum laude) вывели из этого предположения их свойства); мы же поставили своей задачей исследовать то, что действительно имеет место в природе при падении тел, и дать определение ускоренного движения, отражающее существенные черты естественно ускоряющегося движения».

«Беседы и математические доказательства» (1638) День третий.

Ср. И. Ньютон “*hypotheses non fingo*”

Параболичность траектории (структура доказательства)

1. Открытие параболической траектории полета снаряда является ключевым моментом становления классической механики.

2. В основе доказательства параболичности траектории лежат три принципа, на базе которых впоследствии была построена классическая механика.

3. Это – закон инерции (равномерность движения по прямой в отсутствии сил), закон свободного падения (квадратичная зависимость пройденного пути от времени) и закон суперпозиции или параллелограмма движений, в соответствии с которым движение тела в пространстве может быть разложено на *независимые* компоненты.

4. Доказательство параболичности – исторически первый пример эффективного использования этих принципов при построении теории.

Закон свободного падения

Закон свободного падения (предыстория)

Доминго де Сото (Dominico de Soto), 1494-1560

Впервые сформулировал гипотезу о равноускоренном характере падения тяжелого тела (*In VIII libros physicorum* Aristotelis, 1545). Де Сото не связывал закон падения с движением по наклонной плоскости.

Галилей

Закон свободного падения Галилей сформулировал впервые в 1604 г. в письме к Паоло Сарпи:

«Расстояния, которые тело проходит при естественном движении (падении), относятся как квадраты времени падения. Следовательно, расстояния, пройденные за равное время, связаны друг с другом, как последовательные нечетные числа, начиная с единицы». Иными словами, в первый интервал времени тело проходит расстояние 1, во второй – 3, в третий – 5, в четвертый – 7, и т.д.

$$v \sim t,\ s \sim t^2$$

Изначально Галилей допустил ошибку. Он полагал, что скорость увеличиается линейно в зависимости от расстояния от точки падения. Иными словами, он полагал, что

$$v \sim s.$$

«Тело, которое движется естественным образом, увеличивает скорость в зависимости от расстояния от точки падения». В 1604 г. ошибка была исправлена.

Рисунок, иллюстрирующий соотношение между расстояниями, пройденными за равное время при равноускоренном движении

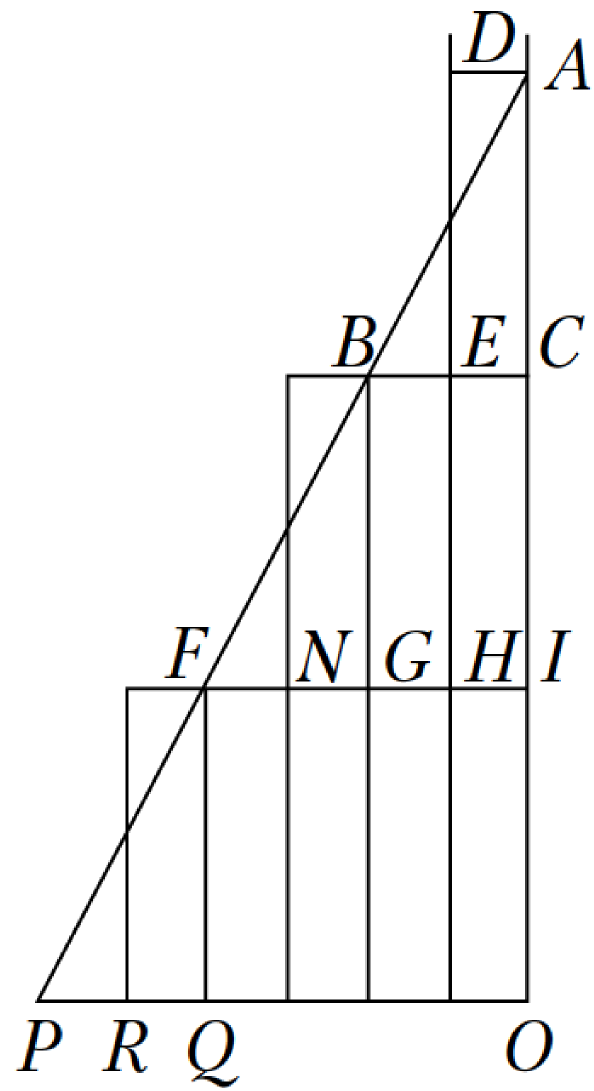
1. v ~ t,

«Следовательно, расстояния, пройденные за равное время, связаны друг с другом, как последовательные нечетные числа, начиная с единицы».

Иными словами, в первый интервал времени тело проходит расстояние 1, во второй – 3, в третий – 5, в четвертый – 7, и т.д.

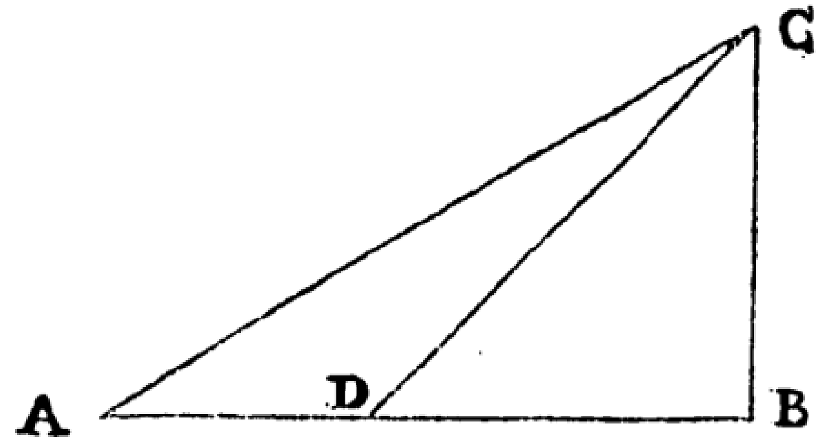
s ~ t²

Пути относятся как квадраты чисел 1, 4, 9, 16 и т.д.



Принцип Галилея (использован для доказательства закона свободного падения)

Введя определение равноускоренного движения, Галилей формулирует <u>принцип</u>, на основе которого будет построена теория брошенного тела (День 3-ий, с. 246):

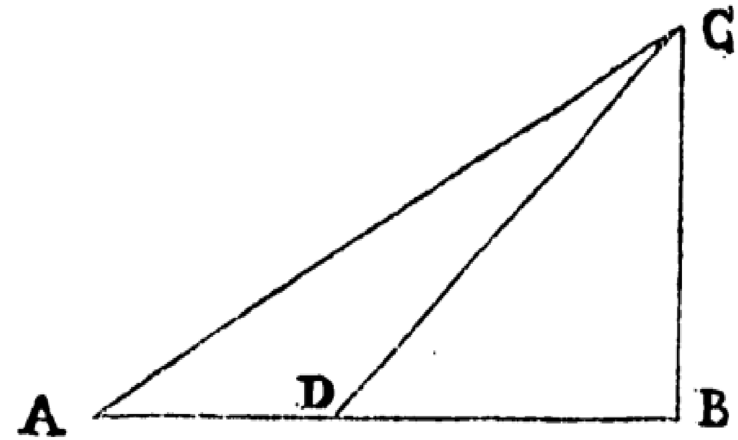


Сальвиати:

«Степени скорости, приобретаемые одним и тем же телом при движении по наклонным плоскостям, равны между собой, если высоты этих наклонных плоскостей одинаковы …; при этом указанная степень скорости одинакова с той, которую тело приобретает, достигнув точки В при свободном падении из точки С.»

Принцип Галилея (использован для доказательства закона свободного падения)

Сагредо: «Это положение кажется мне действительно столь правдоподобным, что заслуживает быть принятым без возражения. … Простой здравый смысл подсказывает мне, что если устранить все препятствия, то тяжелый и совершенно круглый шарик, движущийся по линиям CA, CB и CD, приобретет, достигнув точек A, D и B, одинаковый импульс (impeti eguali)».



Значит модель наклонной плоскости можно использовать для обоснования закона падения.

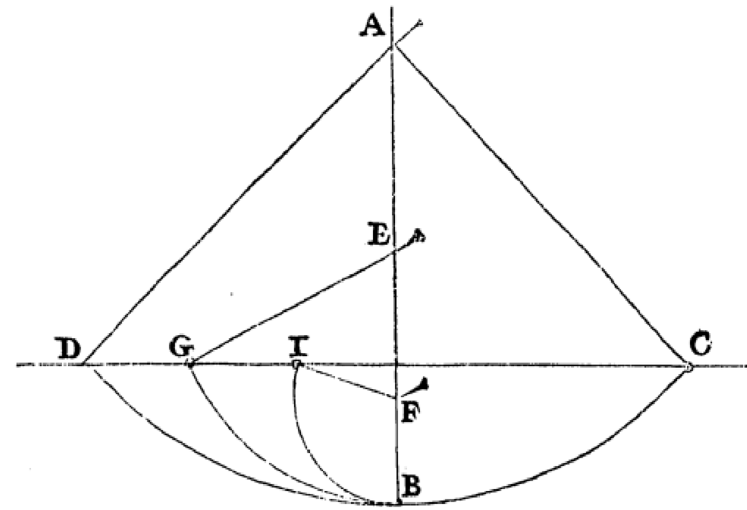
Замечание. Одинаковые скорости = одинаковые импульсы (одинаковые импетусы или моменты)

Вопрос: действительно ли у шарика в конце пути одинаковые «импульсы» (одинаковые скорости)?

Обоснование принципа Галилея. Опыт с маятником

Сальвиати: «Вы считаете это вероятным. Я иду дальше признания вероятности и постараюсь так подкрепить ее опытом, чтобы это мало чем отличалось от непреложного доказательства».

Опыт с маятником.



Вывод:

«… все моменты, развивающиеся при падении по дугам DB, GB и IB, равны между собой».

Отсюда следует, что все моменты, развивающиеся при падении по плоскостям одной высоты, равны между собой.

<u>Вопрос</u>: можно ли переносить рассуждения, относящиеся к падению по дугам, к падению по наклонным плоскостям?

<u>Замечание.</u> Вставка Вивиани в посмертное издание: вывод принципа Галилея из закона равновесия на наклонной плоскости.

Закон инерции

Закон инерции (предыстория)

Галилей. «De motu» (1590). Формулирует понятие нейтрального движения, предвосхищающее понятие инерции. Модель – шарик, катящийся по сферической поверхности с центром в центре Земли.

Термин «нейтральное движение» (motus neuter) использовался в схоластике, начиная с сер. XIII в. (Альберт Великий), для обозначения движения, которое не является ни естественным, ни насильственным. Типичный пример: вращение мельничного жернова, происходящее в горизонтальной плоскости.

Импетус средневековья и инерция классической механики

На излете средневековья, включая XVI в., теория импетуса получила широкое (хотя и не повсеместное) признание.

Водораздел между средневековым понятием импетуса и понятием инерции классической механики определяется тем, что в процессе движения импетус исчерпывается, и для продолжения движения требуется постоянная энергетическая «подпитка». В случае инерциального движения дополнительной энергии не требуется.

Вопрос об истоках понятия инерции – один из центральных вопросов истории науки. Окончательного решения так и не получил.

Параболичность траектории (предыстория)

Б. Кавальери (1598-1647).
Первое опубликованное доказательство параболичности траектории

Основные сочинения:

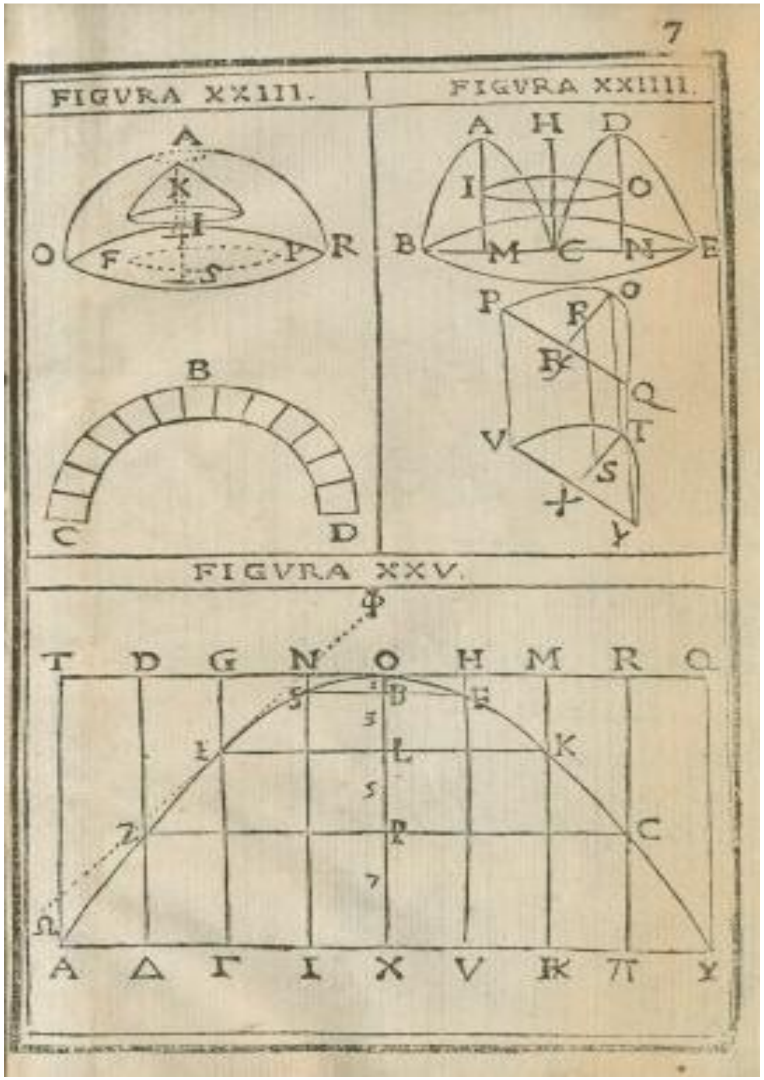
«Зажигательное зеркало или трактат о конических сечениях» (1632). В этой работе дано первое доказательство параболичности траектории полета.

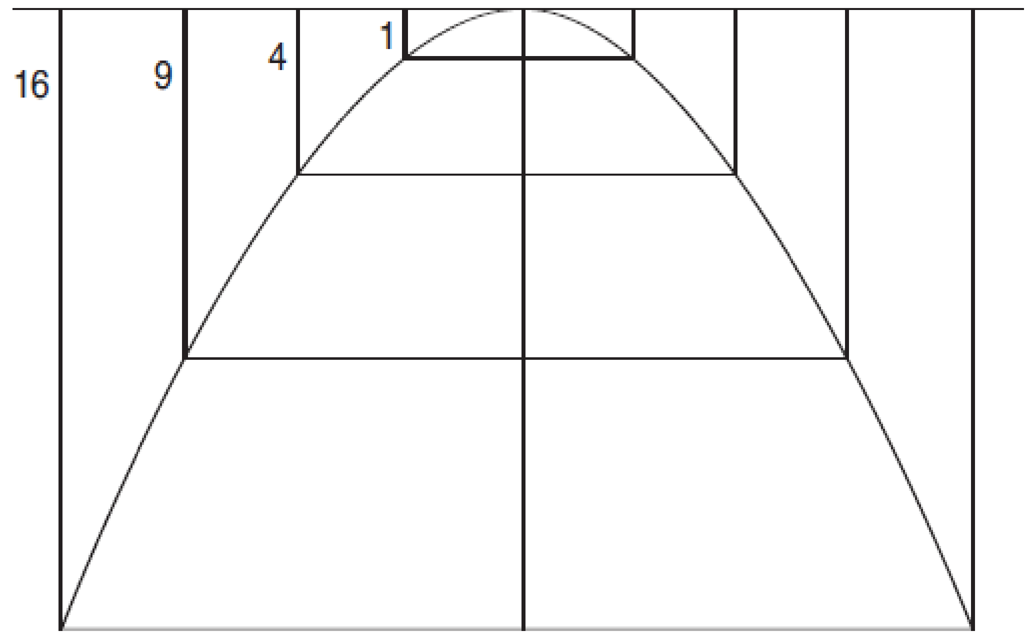
«Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых непрерывного» (1636)

Русский перевод со вступительной статьей и примечаниями С. Я. Лурье. М.— Л., 1940

«Шесть геометрических упражнений» (1647)

Параболическая траектория брошенного тела в трактате Б. Кавальери «Зажигательное зеркало» (Lo specchio ustorio, 1632).





Проблема обоснования параболической траектории в общем случае (при ненулевом угле возвышения) у Кавальери

1. В распоряжении у Кавальери были все необходимые предпосылки (постулаты) для доказательства параболичности траектории в общем случае. Однако, исходя из замысла трактата, посвященного «чудесным» свойствам конических сечений и их применению в прикладных областях, он ограничился рассмотрением элементарного частного случая – нулевого угла возвышения.

2. В конце главы, посвященной доказательству параболичности для горизонтальной стрельбы, Кавальери отмечает, что при помощи дополнительного построения эта теорема может быть доказана для произвольного угла бросания. На чертеже, иллюстрирующем доказательство, он дополнительно проводит наклонную касательную, указывающую возможное направление стрельбы под углом.

3. Использование одной и той же параболы для двух разных видов движения свидетельствует о том, что при стрельбе с возвышением снаряд будет лететь по той же параболической траектории, что и в случае горизонтальной стрельбы, следуя при этом в противоположном направлении. .

4. Реакция Галилея на результат Кавальери.

Томас Гарриот (Thomas Harriot) – «английский Галилей»
1560-1621

Томас Гарриот (1560-1621)

- Окончил Оксфордский университет (1580).

- 158о – 1592: эксперт по математике и навигации у лорда Уолтера Рэли. В 1585-6 гг. совершил путешествие в Новый свет, о котором написал книгу (1688). «Можно увидеть в мире страннейшие вещи, чем те, что обретаются между Лондоном и Стенсом» (Рэли).

- В 1592: перешел на службу к Генри Перси

- При жизни не было опубликовано ни одного научного труда (кроме книги о Новом свете). Среди рукописного наследия, занимающего ок. 8000 листов, – труды по алгебре, астрономии, навигации, оптике, баллистике и т.д.
  1631: опубликован трактат Гарриота по алгебре *Artis Analyticae Praxis*
  2009: трактат по арифметике *De numeris triangularibus et inde de progressionibus arithmeticis. Magisteria magna*.

- Гарриот – «английский Галилей». Независимо от Галилея (и по времени раньше него) Гарриот получил аналоги почти всех ключевых результатов Галилея по теории движения.

Основные результаты Гарриота в механике

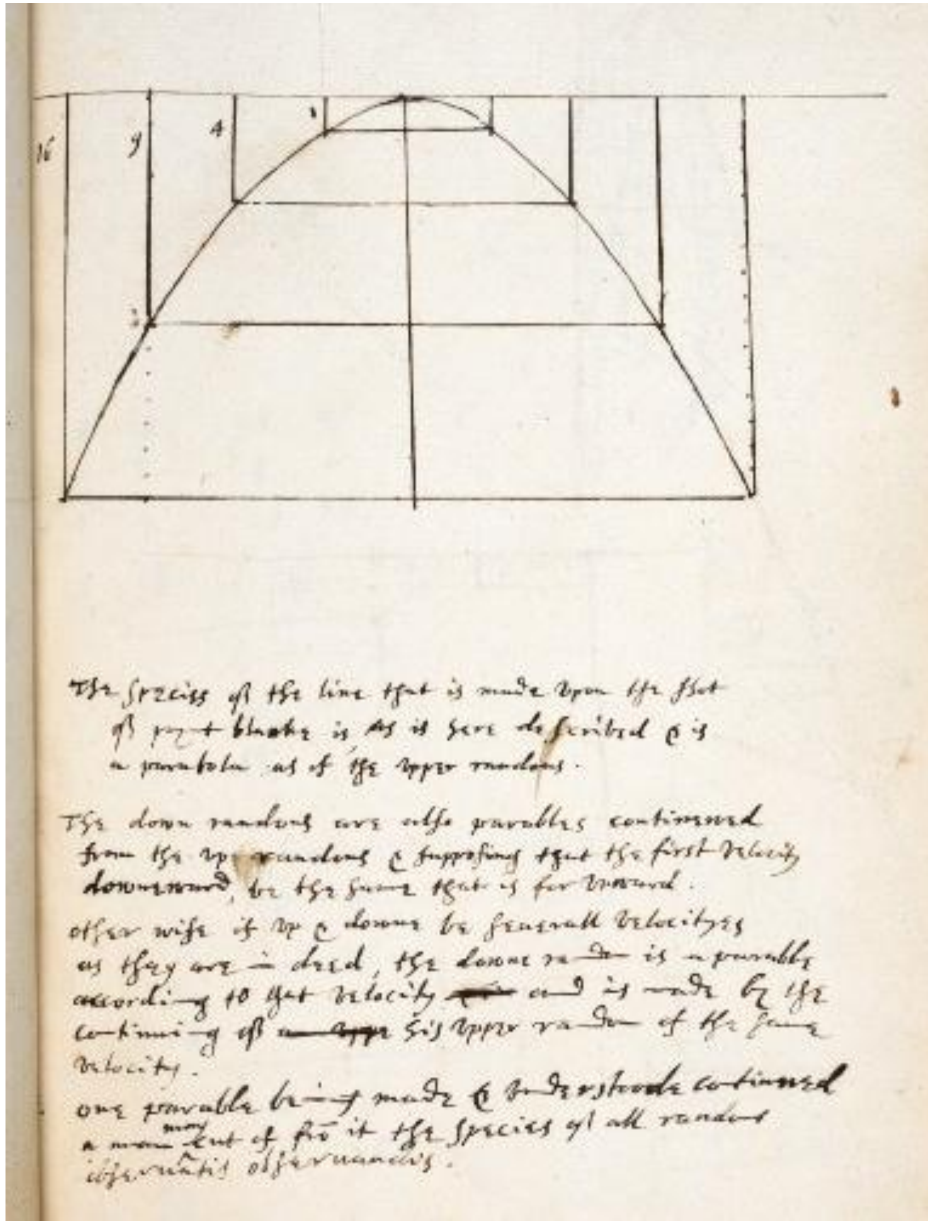
1. Закон инерции для движения в горизонтальной плоскости

2. Закон движения (качения) по наклонной плоскости

3. Закон свободного падения (квадратичная зависимость пути от времени)

4. Доказательство параболичности траектории снаряда при горизонтальной стрельбе

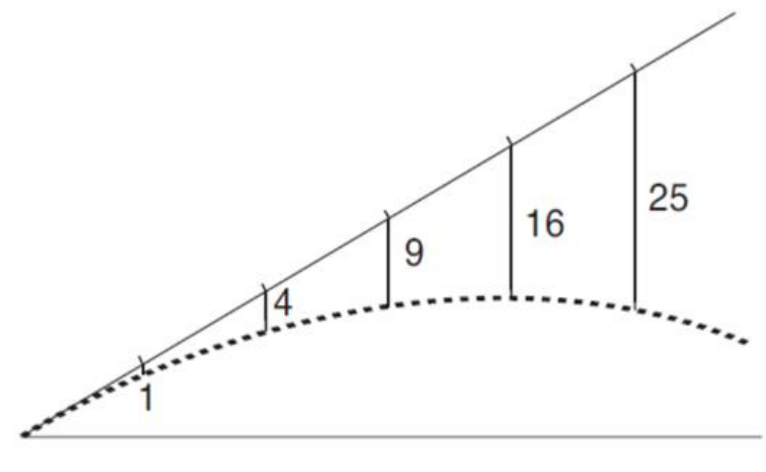
Построение параболической траектории при горизонтальной стрельбе (из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. 67r*)


The species of the line that is made upon the shot
of point blanke is as it here described & is
a parabola as of the upper randon.

The down randons are also parables continued
from the up randons & supposing that the first velocity
downward be the same that is forward.
otherwise if up & downe be generall velocityes
as they are in deed, the downe randon is a parable
according to that velocity ~~[illegible]~~ and is made by the
continuing of ~~[illegible]~~ his upper randon of the same
velocity.
one parable being made & understoode continued
a man may cut of fro it the species of all randons
[illegible] observances.

Геометрическое доказательство параболичности траектории

1. Закон инерции по отношению к перемещению по наклонной прямой (в направлении выстрела). В равные промежутки времени снаряд проходит по ней равные расстояния (на прямой отложены равные отрезки).



2. Закон квадратичной зависимости пути от времени при свободном падении. В точках наклонной прямой, равноотстоящих друг от друга, проведены вертикальные отрезки, соответствующие расстояниям, пройденным снарядом при падении. Длины этих отрезков образуют последовательность 1, 4, 9, 16, 25 …

3. Импетус и тяжесть действуют независимо. Поэтому перемещение по наклонной прямой и свободное падение – независимы.

4. Из положений (1-3) следует, что траекторией снаряда является парабола, ветви которой симметричны относительно вертикальной оси.

Параболические траектории

Гарриот: траектория полета при стрельбе с положительным углом возвышения Парабола с наклонной осью (двойной учет действия тяжести)

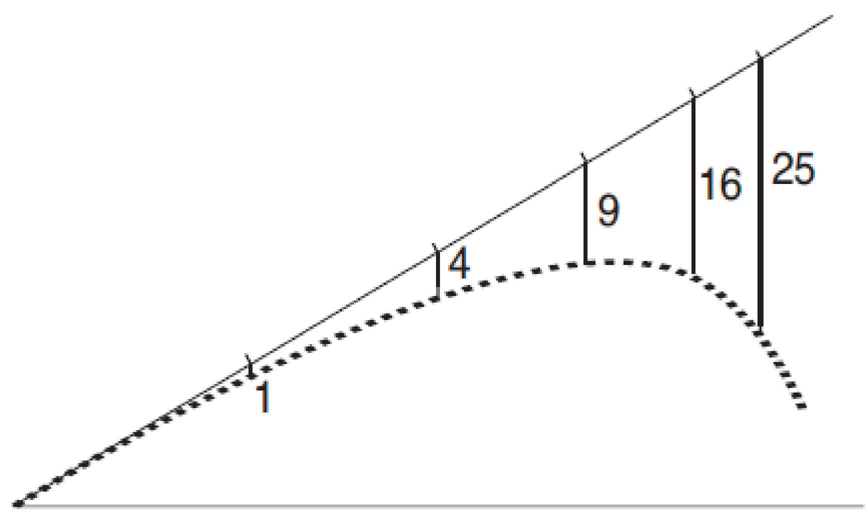
Задания

1. Доказать геометрически параболичность траектории в стандартной модели классической механики

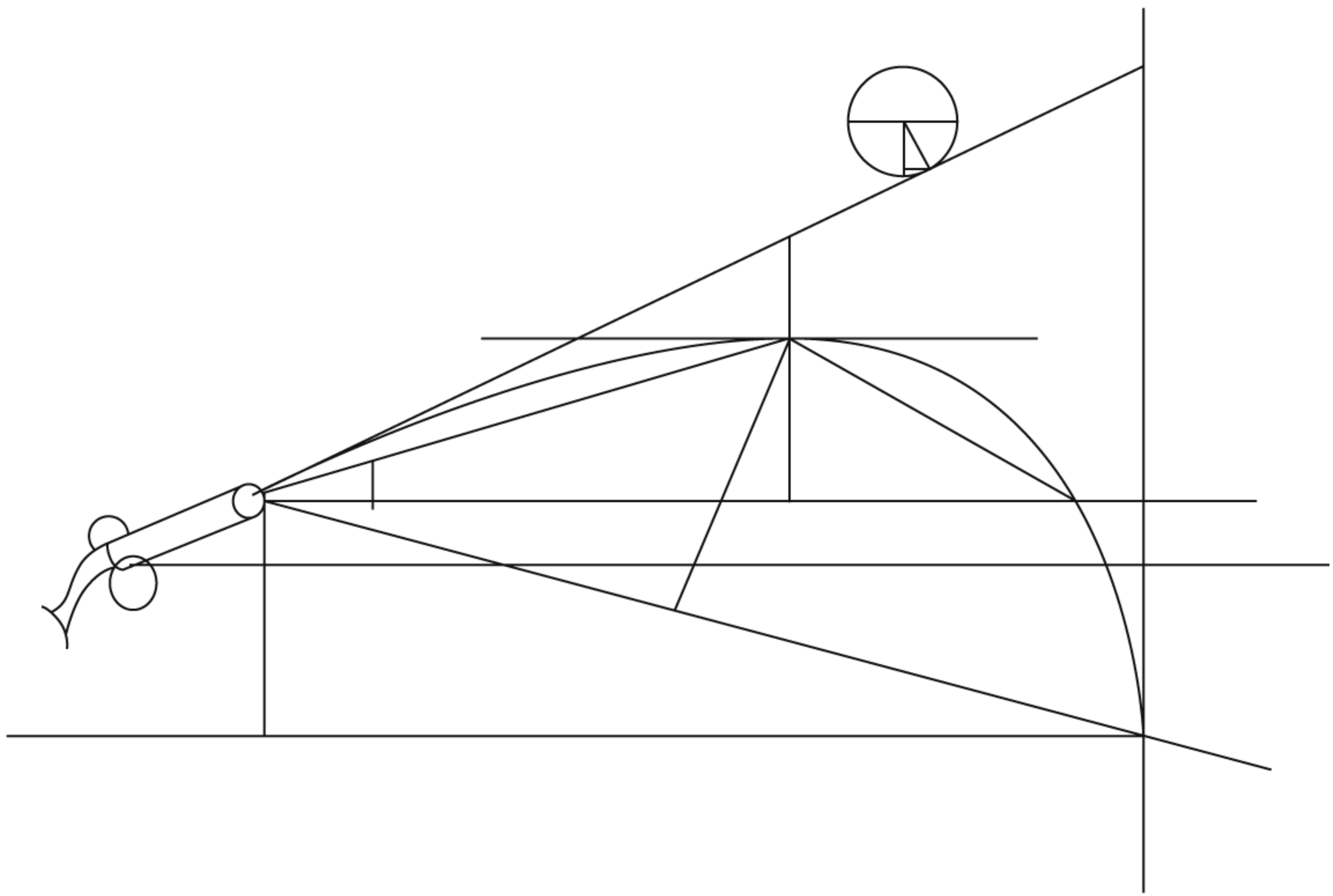
(на основе рисунка на слайде 20)

2*. Доказать геометрически параболичность траектории в модели Гарриота

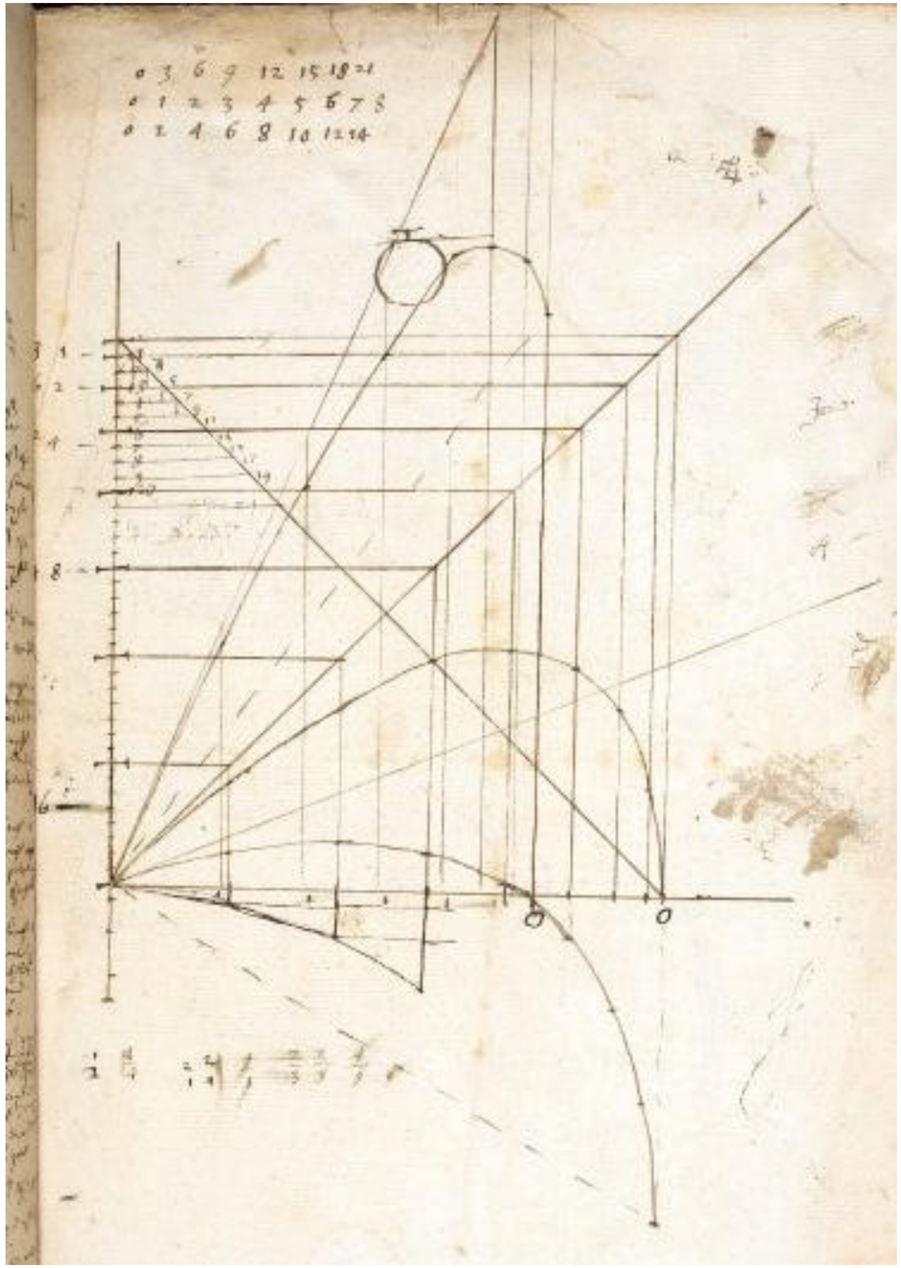
(на основе рисунка справа)



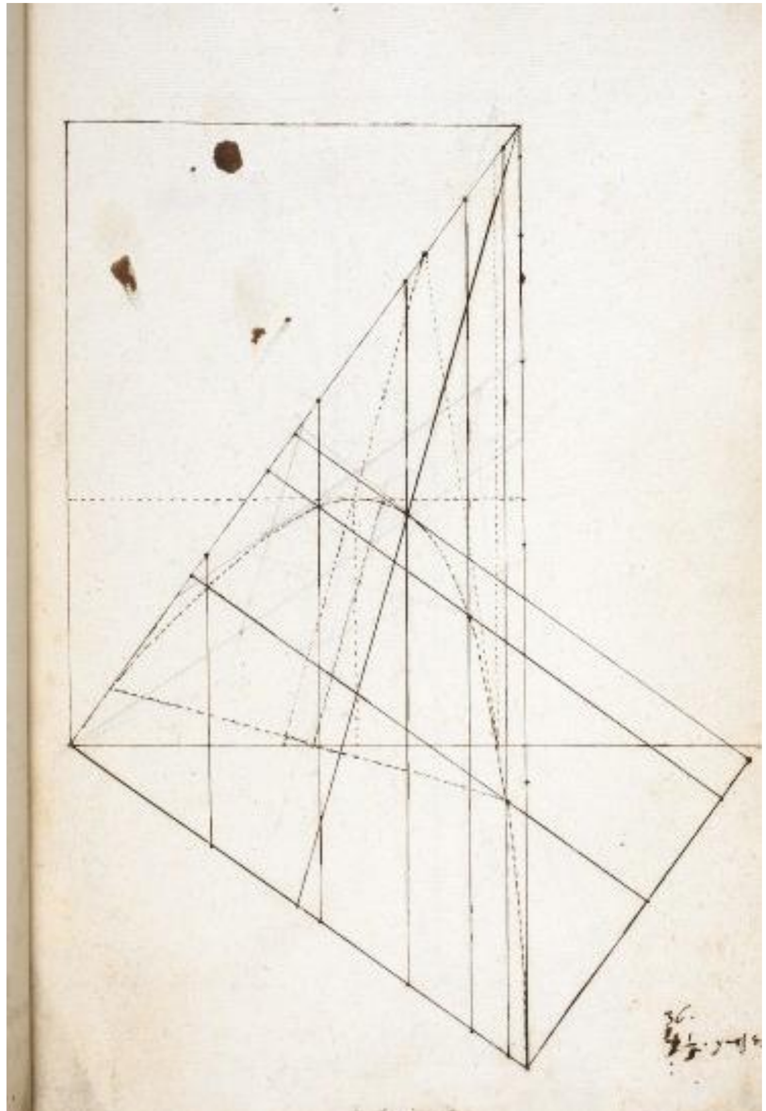
Гарриот: траектория полета при стрельбе с положительным углом возвышения
Наклонная парабола получается из-за двойного учета действия тяжести
(из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. H-60r, box a*)



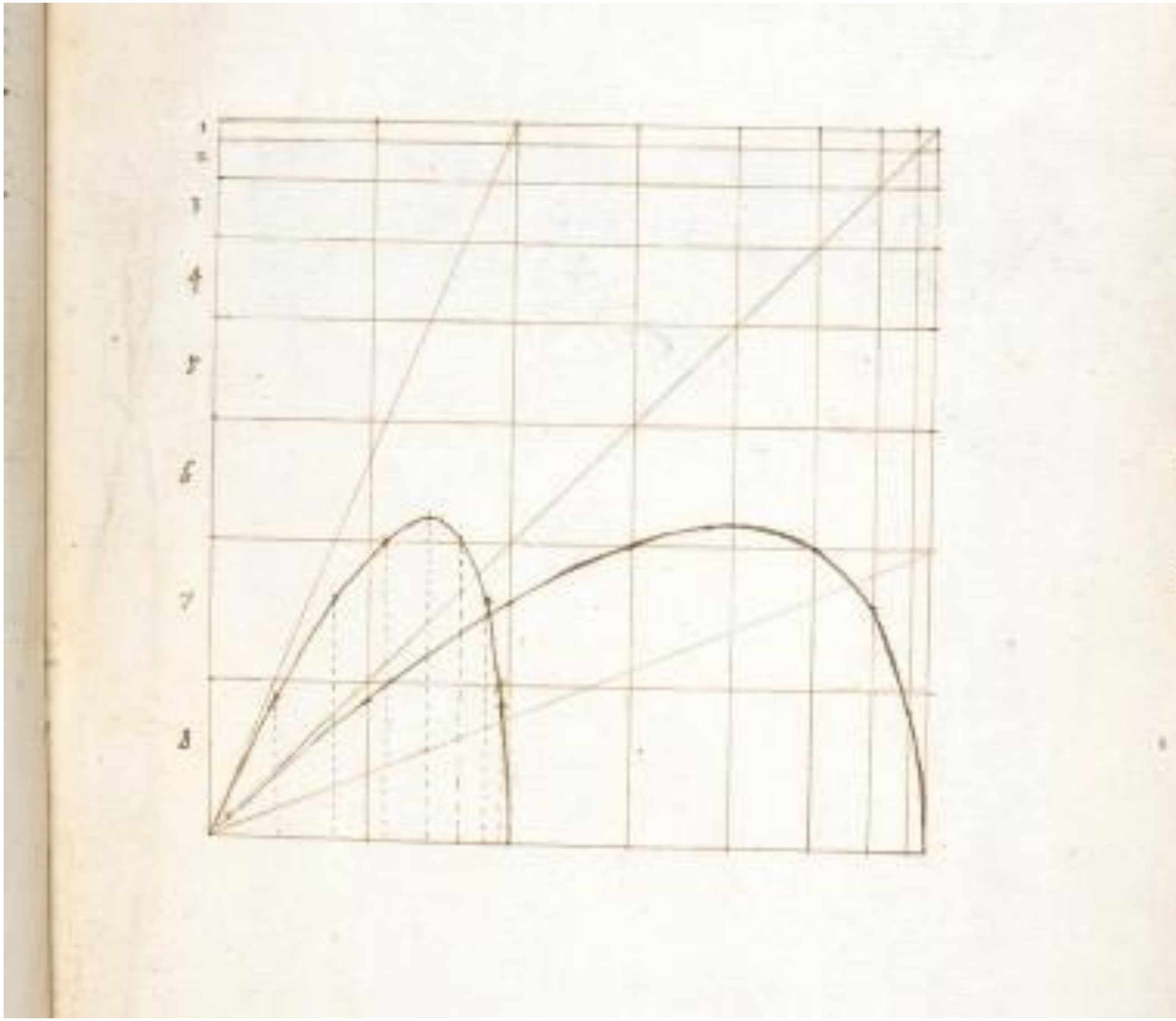
Построение параболических траекторий – двойной учет действия тяжести (из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. 4r*)



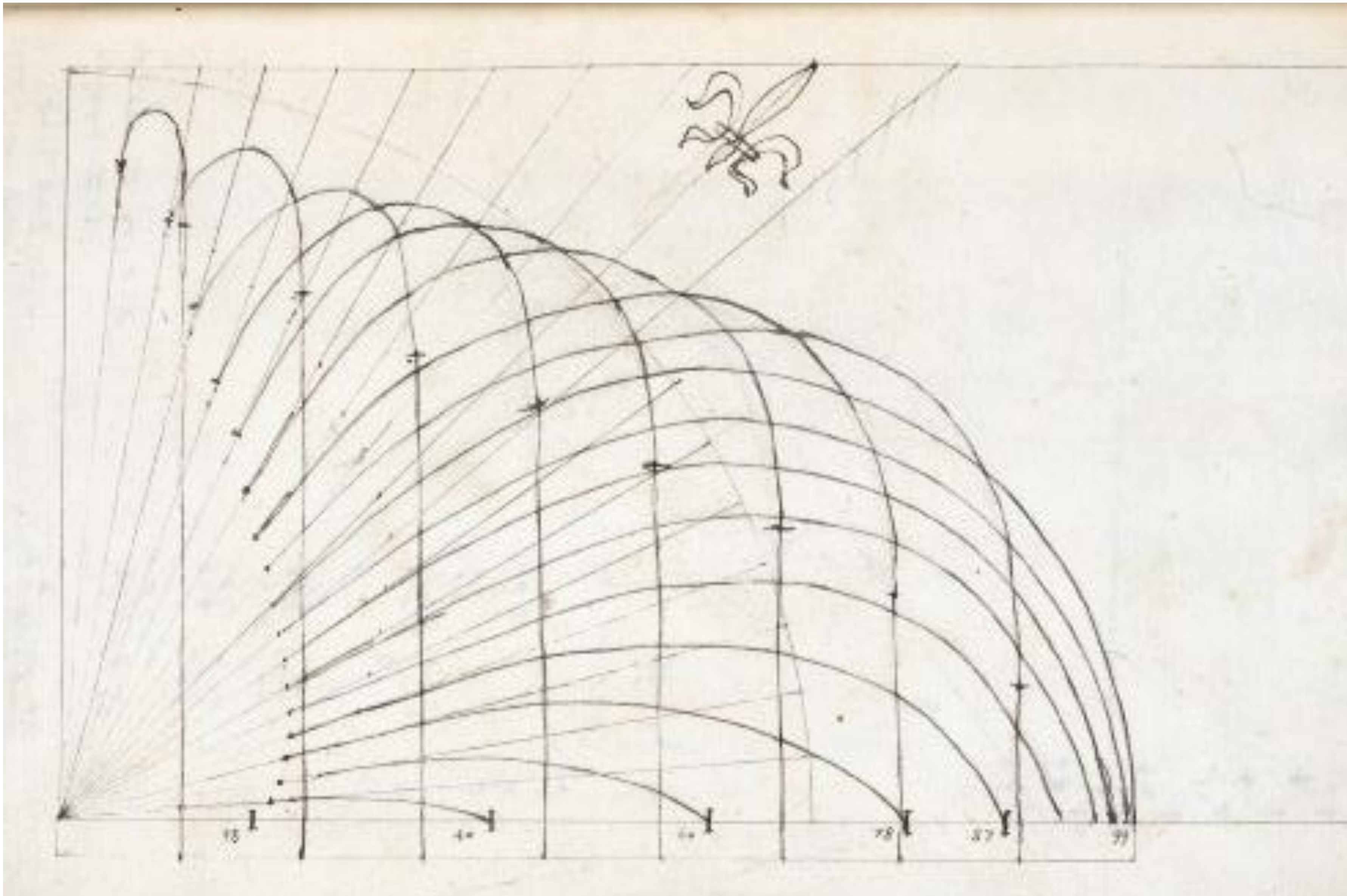
Построение параболической траектории с наклонной осью (из рукописи Гарриота *BL Add MS 6789, fol. 64r*)



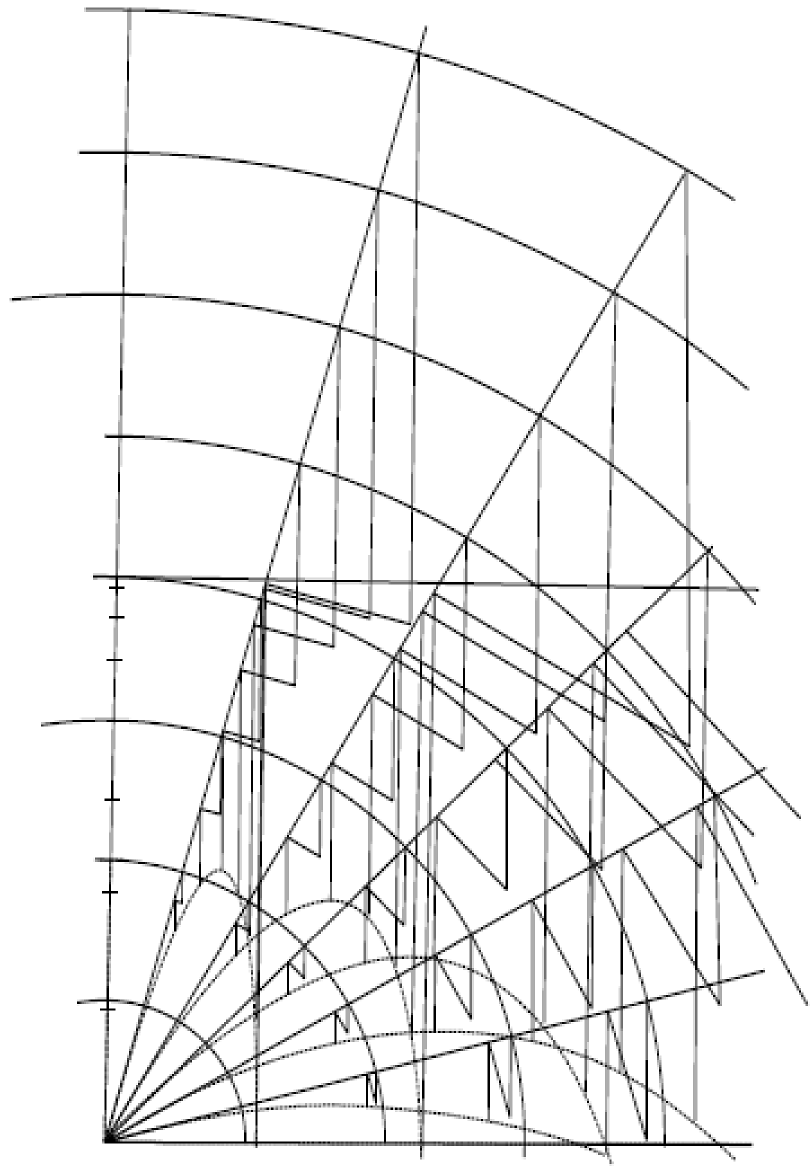
Баллистические траектории Гарриота



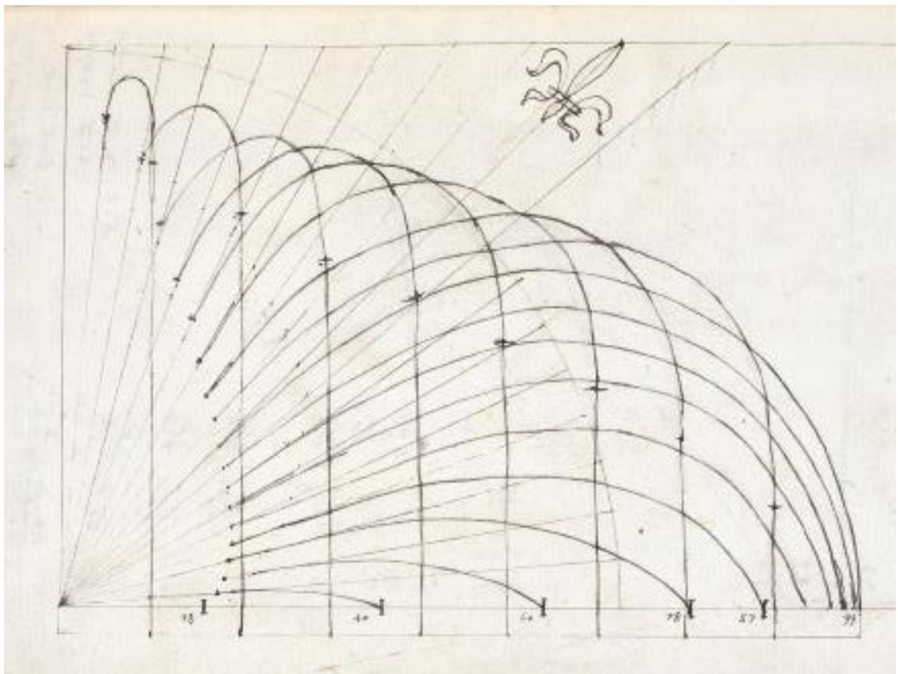
Баллистические траектории Гарриота
(угол возвышения возрастает с интервалом в 5º)

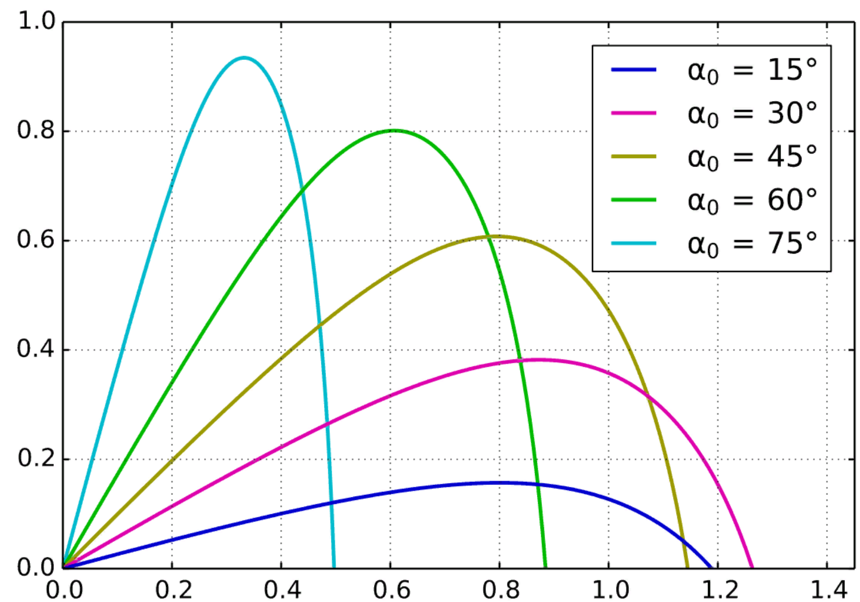


Вспомогательные линии для построения смещенных параболических траекторий (из рукописи Гарриота)



Теоретические траектории Гарриота и траектории современной баллистики





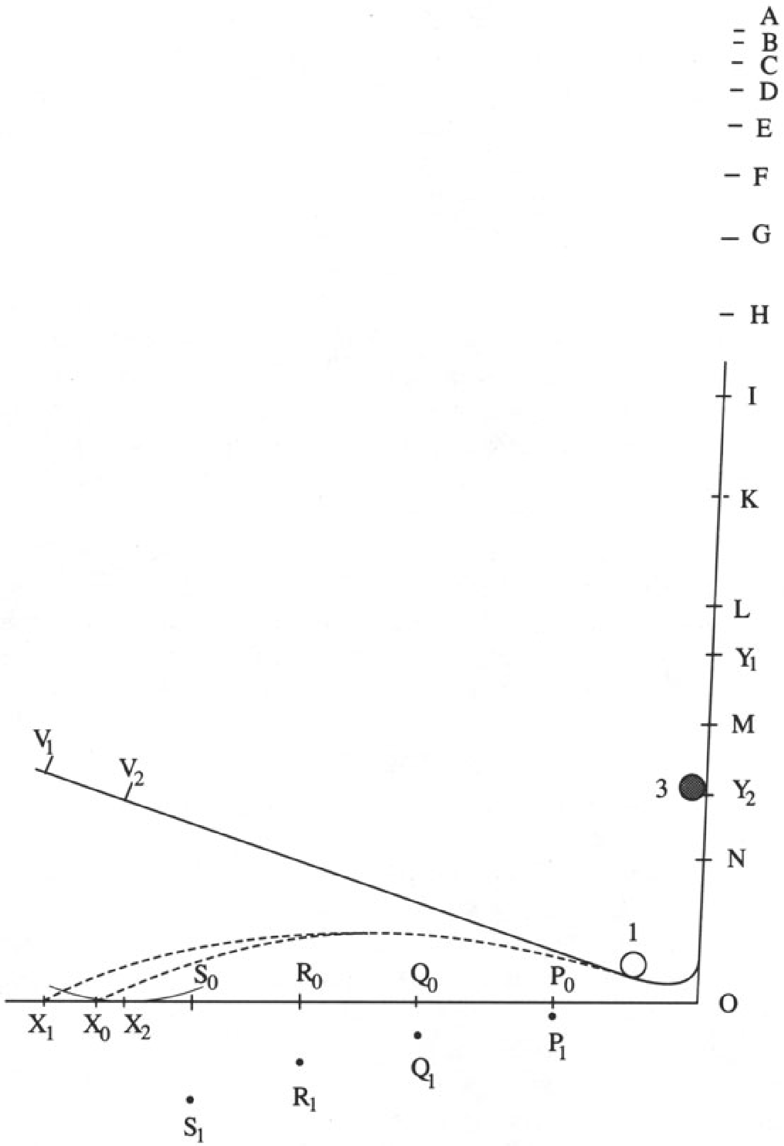
Относительная дальность стрельбы при различных углах возвышения (в % от максимальной дальности, достигаемой при 45º)

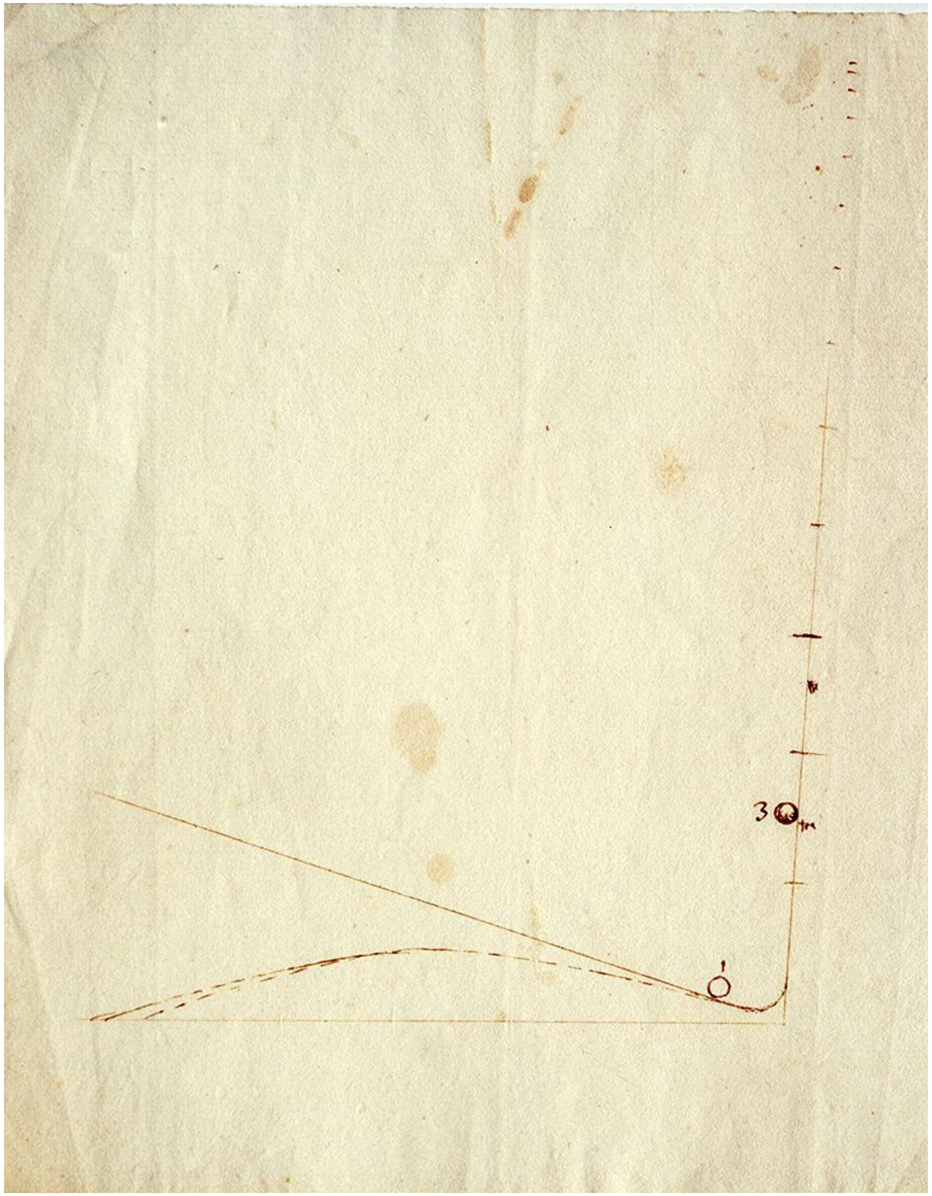
Первые три строчки таблицы – данные, взятые из трактатов по практической баллистике XVI в. (Tartaglia, Capobianco, Bourne)

Последняя строчка – теоретические результаты Гарриота

Hausse	0°	5°	7°30’	10°	15°	20°	22°30’	25°	30°	37°30’	45°
Tartaglia	*10%*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	*100%*
Capobianco	*8%*	-	*42%*	-	*71 %*	-	*88%*	-	*95%*	*99%*	*100%*
Bourne	*18%*	*40%*	-	*60,5%*	*79 %*	*88%*	-	-	-	*100% à 42°*	
Fol. 47-48	*18%*	*40%*	-	*60%*	*78 %*	*87%*	-	*93%*	*97%*	*98%*	*100%*

Траектория полета шарика. Галилей (*Ms. Gal. 72, fol. 175v*).
Ошибка, аналогичная ошибке Гарриота:
судя по отметкам на чертеже, Галилей дважды учитывает действие тяжести





Два подхода к реконструкции открытия параболичности

1. Согласно А. Койре (работы 1935-1964), Галилей не был экспериментатором. Открытие параболичности и, соответственно, законов механики, лежащих в ее основе, стало результатом его теоретических построений. Ссылки Галилея на проводимые им опыты недостоверны. Ключевую роль в создании теории полета сыграли не реальные, а мысленные эксперименты. Ими Галилей нередко злоупотреблял. Вывод получен в результате исследования печатных работ Галилея. Статья Койре «Le *De Motu Gravium* de Galilée. De l'expérience imaginaire et de son abus (1960)».

2. Согласно С. Дрейку (работы 1972-1993), открытие параболичности и лежащих в ее основе законов механики – результат экспериментальной деятельности Галилея. Реальные эксперименты играли определяющую роль в его творчестве. Этот вывод получен в результате изучения рукописи Codex Ms. Gal. 72, содержащей описание многочисленных опытов Галилея.

3. Несмотря на различие в оценке роли эксперимента, и Койре, и Дрейк исходили из единой схемы, согласно которой Галилей сначала открыл законы падения и инерции, а затем сформулировал тезис о параболичности траектории (в 1602-1609). Т.е. в начале он разработал принципы теории, и лишь затем вывел из них саму теорию.

Третий подход к реконструкции открытия параболичности (Институт истории науки Макса Планка, Берлин)

J. Renn, P. Damerow, S. Rieger, M. Camerota “Hunting the White Elephant. When and How Did Galileo Discover the Law of Fall?” (1998).

1. Ставится под сомнение общепринятая точка зрения на последовательность событий, приведших к открытию параболичности. Выдвигается тезис о том, что Галилей пришел к идее параболичности еще в 1592 г. в ходе опытов, проводившихся совместно с Г. дель Монте. Законы свободного падения и инерции он сформулировал позднее с целью обоснования параболичности. Помимо теоретического обоснования своей гипотезы Галилей искал ее экспериментального подтверждения, проводя (реальные) опыты.

2. Сочетание теоретизирования и экспериментальной практики характерная черта так называемых «инженеров-ученых» – практических механиков с теоретическими интересами, работавших во второй пол. XVI в. Наиболее известные среди них – Н. Тарталья (баллистика, наука о весах), Гвидобальдо дель Монте (теория простых машин).

3. Галилей находился под влиянием этого направления.

Галилей как инженер. Опыт практической механики

1. В 1580-е гг. Галилей учился у математика и инженера Остилио Риччи, ученика Тартальи; тот впоследствии преподавал в Инженерной школе Флоренции (Academia del Disegno).

2. В Падуе, параллельно с преподаванием в университете, Галилей читал лекции по фортификации, землемерному делу, механике, оптике.

3. Там же он возглавлял мастерскую, в которой изготавливались изобретаемые им инструменты. Практически все открытия Галилея сделаны с использованием созданных им инструментов.

4. В качестве придворного математика (у Медичи) Галилей проводил экспертизу инженерных проектов. На протяжении десятилетий занимался инженерными проблемами – подачей воды при помощи насосов, регулировкой потока воды в реках, фортификацией, кораблестроением и т.д. В 1993-94 гг. Галилей получил патент на устройство по подъему воды.

5. О том, что Галилей обладал познаниями в практической баллистике свидетельствует набросок трактата по артиллерии, сохранившийся в рукописи *Codex Ms. Gal. 72*. (запись 1602 г.)

Темы (ненаписанного) трактата Галилея по артиллерии

- Особое достоинство артиллерии в сравнении с прочими механическими «инструментами»
- О ее силе и истоках таковой
- (*)Достигается ли действие большей силы на расстоянии или вблизи?
- (*)Летит ли ядро по прямой линии, если [выпущено] не вертикально?
- (*)Какую линию описывает летящее ядро?
- О порядке и времени закладывания заряда в пушку
- Препятствия, приводящие к выходу пушки из строя и ошибкам в стрельбе
- Об установке и демонтаже пушки
- Определение калибра
- Об определении качества и точности пушки
- (*)Верно ли, что, чем длиннее пушка, тем дальше она стреляет и почему?
- (*)При каком угле возвышения достигается максимальная дальность выстрела и почему?
- (*)Верно ли, что ядро, возвращаясь вниз по вертикали, обладает той же силой и скоростью, с которой оно было выпущено вверх?
- Различные [специально] изготовленные ядра и цилиндрические снаряды (lantern) и их использование

Знаком (*) отмечены темы, относящиеся к траектории полета снаряда.

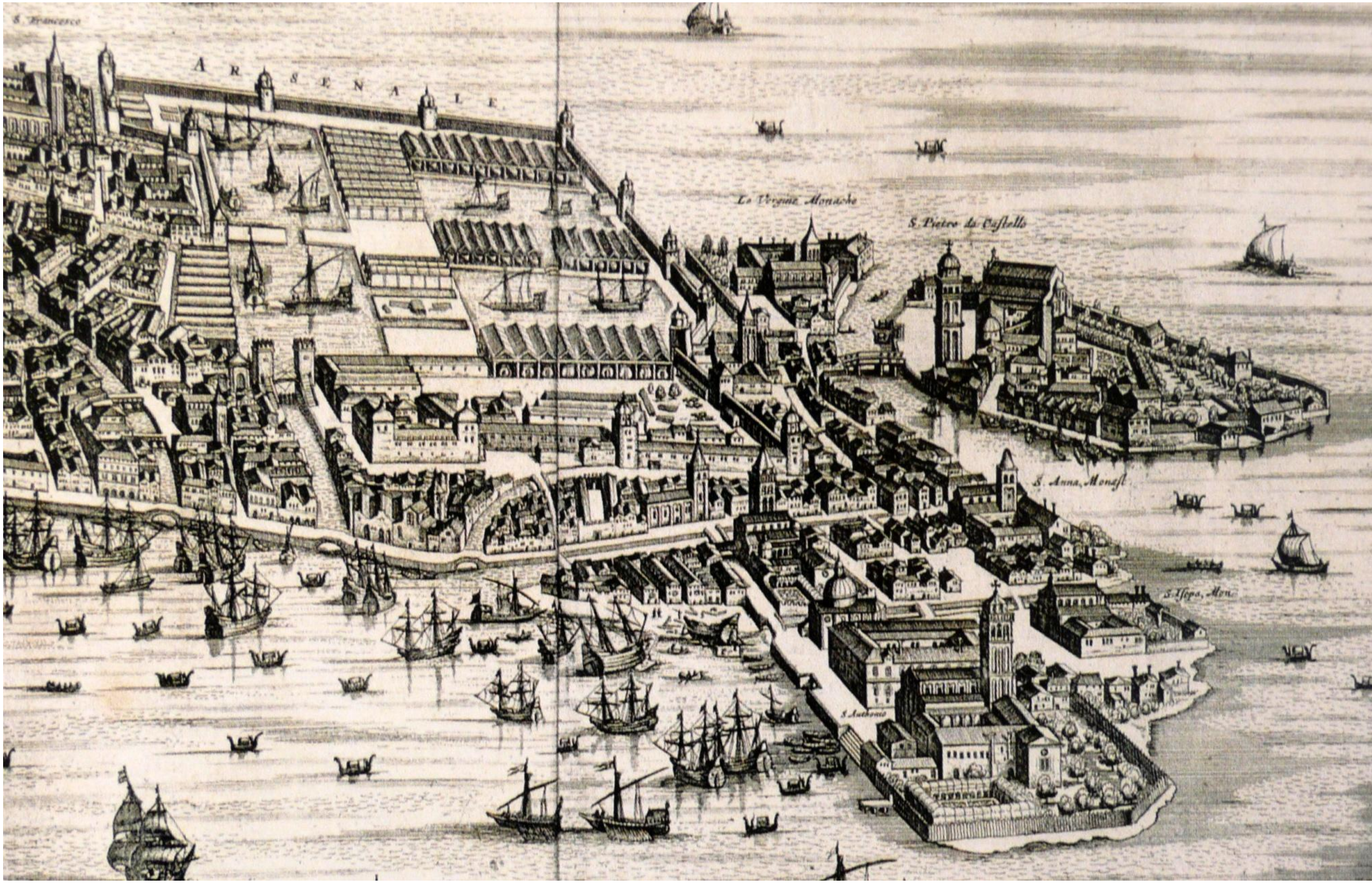
Галилей о Венецианском Арсенале

«Сальвиати. Обширное поле для философствования, думается мне, дает пытливым умам постоянная деятельность вашего знаменитого арсенала, синьоры венецианцы, особенно в области, что требуется для механики, поскольку всякого рода инструменты и машины постоянно применяются здесь большим числом мастеров, из которых многие путем наблюдений над созданиями предшественников и размышления при изготовлении собственных изделий приобрели большие познания и остроту рассуждения.

Сагредо. Вы нисколько не ошибаетесь, синьор. Я, будучи по природе любознательным, часто ради удовольствия посещаю это место, наблюдая за деятельностью тех, которых по причине их превосходства над остальными рабочими мы называем мастерами; беседы с ними не один раз помогли мне разобраться в причинах явлений не только чудесных, но и казавшихся сперва совершенно невероятными».

Галилей. «Беседы и математические доказательства двух новых наук» (1638).
День первый

Венецианский Арсенал в XVII в.
Гравюра картографа Яна Блау (издание 1724 г.)



Венецианский Арсенал в XIV в.

«И как в венецианском арсенале
Кипит зимой тягучая смола,
Чтоб мазать струги, те, что обветшали,

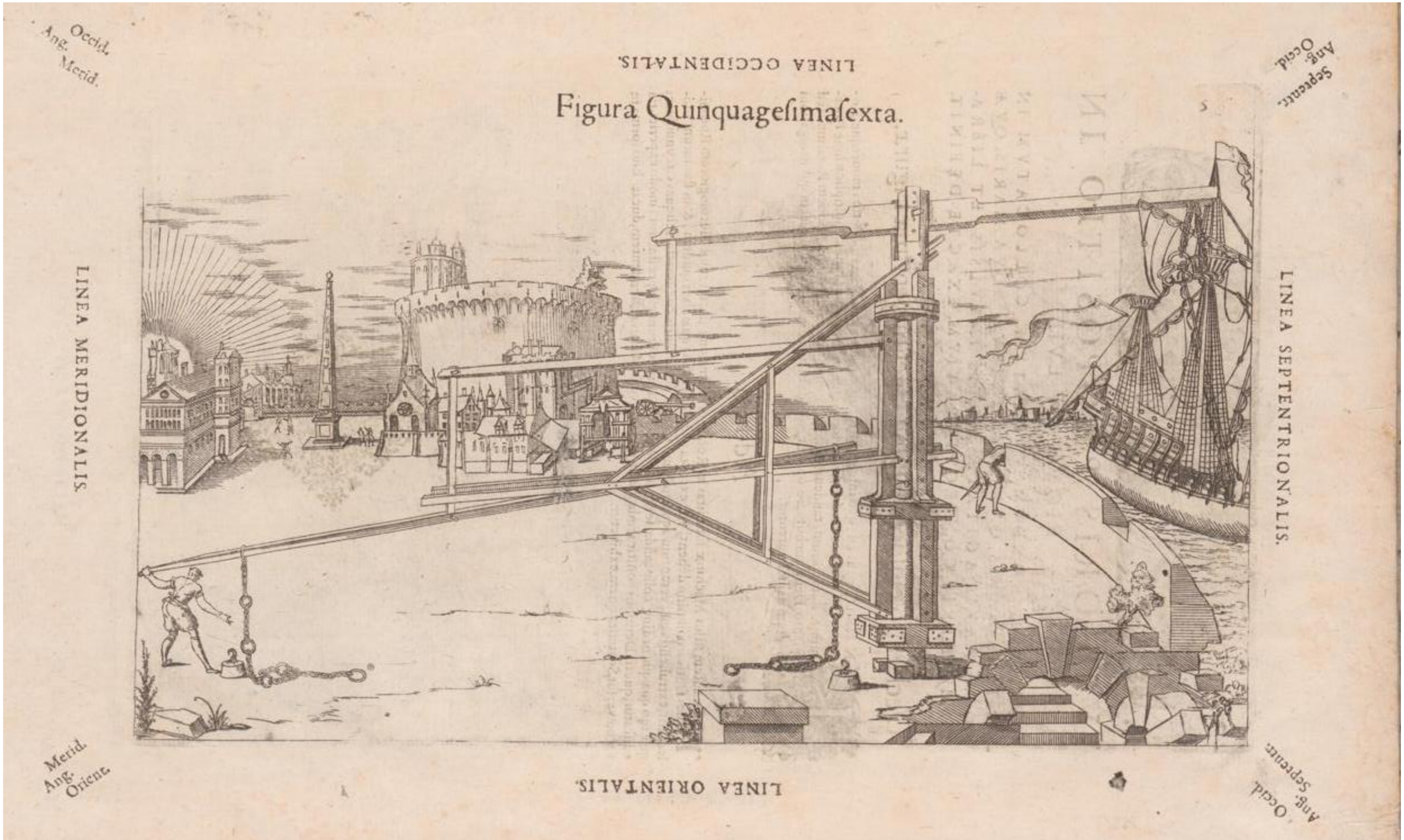
И все справляют зимние дела:
Тот ладит вёсла, этот забивает
Щель в кузове, которая текла;

Кто чинит нос, а кто корму клепает;
Кто трудится, чтоб сделать новый струг;
Кто снасти вьёт, кто паруса латает…»

Данте «Божественная комедия»

(21-я песнь «Ада»)

Подъемный механизм. Изображена система рычагов, лежащая в основе степенного полиспаста. Механизм снабжен противовесом.
Jacques Besson. Theatrum instrumentorum et machinarum (1578)



Эксперимент в науке и в технике

1. Эксперимент в науке состоит в преобразовании природного процесса, параметры которого не поддаются количественной оценке, в искусственный (технический) процесс, количественные параметры которого могут быть «считаны» с соответствующих приборов. Сопоставление результатов эксперимента с теоретическими предсказанными позволяет решить вопрос о верификации/фальсификации естественнонаучной гипотезы.

2. Идея научного эксперимента в естествознании – новшество XVII в. Теоретические представления о природе создавались в рамках натурфилософии со времен античности. Но целенаправленное экспериментирование начинается только в эпоху Научной революции.

3. Вопрос: в чем причина этой перемены? Почему преобразование природного феномена в технический стало в XVII в. законным способом верификации естественнонаучных теорий?

4. Ближайшим аналогом научного эксперимента является технический эксперимент, с незапамятных времен практиковавшийся при создании новых средств труда – инструментов и механизмов.

5. Основной тезис: источником идеи экспериментирования в теоретической механике был эксперимент в механике машин.

6. Расцвет практической механики в XVI в. Теоретическое осмысление новых машин и техническое экспериментирование.

Беседы и математические доказательства двух новых наук , 1638.

День четвертый

Доказательство параболичности траектории полета снаряда

Отступление. Эксперименты Галилея по построению параболической траектории брошенного тела.

1. Опыты с Гвидобальдо дель Монте в 1590-х гг. – качение шарика по наклонной плоскости.

2. Описание двух способов построения параболы при помощи качения шарика по наклонной плоскости (день 2-ой, с. 230).

Способ 1

«Сальвиати. Существует много способов начертить такую линию, но я познакомлю вас только с двумя наиболее простыми. У меня имеются бронзовый шарик, весьма правильной формы, величиною не более ореха. Брошенный на металлическое зеркало, лежащее не совсем горизонтально, но несколько наклонно, так что при движении он может по нему катиться, производя при этом легкое давление, шарик этот оставляет след в виде тонкой и правильной параболической линии, более длинной или более короткой, смотря по степени наклона металлической плоскости».

Отступление. Эксперименты Галилея по построению параболической траектории брошенного тела.

Способ 1 (продолжение)

Здесь мы имеем ясный и наглядный опыт, показывающий, что движение брошенных тел происходит по параболическим линиям,— явление, впервые замеченное нашим другом, который дал ему и доказательство в своей книге о движении, с чем мы познакомимся в нашей следующей беседе. Шарик, вычерчивающий указанным выше образом параболы, необходимо предварительно подержать в руке и тем согреть и увлажнить его для того, чтобы он оставил затем на металлическом зеркале ясные следы».

Отступление. Эксперименты Галилея по построению параболической траектории брошенного тела.

Способ 2

«Другой способ начертить искомую параболу на призме состоит в следующем. Вобьем в стену два гвоздя на одинаковой высоте над горизонтом и на таком расстоянии друг от друга, чтобы оно равнялось двойной ширине прямоугольника, на котором желательно построить полупараболу; между одним и другим гвоздем подвесим тонкую цепочку, которая свешивалась бы вниз и была такой длины, чтобы самая низкая точка ее находилась от уровня гвоздя на расстоянии, равном* длине призмы. Цепочка эта, свисая, расположится в виде параболы, так что, отметив ее след на стене пунктиром, мы получим полную параболу, рассекаемую пополам перпендикуляром, проведенным через середину линии, соединяющей оба гвоздя».

«Беседы и математические доказательства» (день 4-ый) заканчиваются обещанием Галилея дать доказательство параболичности траектории при помощи цепной линии.

Аналогия между параболической траекторией и цепной линией
(Ms Gal. 72 fol. 43r)

Параболическая траектория брошенного тела
Галилей, «Беседы и математические доказательства» (1638)

День 4-ый

1. В «Беседах» отсутствует теорема о параболичности для общего случая, когда снаряд выпущен под произвольным углом возвышения.

2. Теорему о параболичности траектории Галилей доказывает только для случая горизонтального выстрела (теорема 1, предложение 1).

В доказательстве используются три «предшественника» законов классической механики:

- закон инерции,
- закон квадратичной зависимости пути от времени при свободном падении
- правило параллелограмма (и представление о независимости компонент движения).

Параболическая траектория брошенного тела
Галилей, «Беседы и математические доказательства» (1638)

День 4-ый

У Галилея только закон квадратичной зависимости пути от времени носит общий характер. Два других закона относятся лишь к случаю горизонтальной стрельбой.

3. Согласно Галилею, перемещение снаряда по линии действия импетуса равномерно только в случае горизонтальной стрельбы. Строго говоря, принцип инерции Галилей сформулировал для движения не по горизонтали, а по окружности, центр которой совпадает с центром Земли (принцип круговой инерции).

4. Закон параллелограмма движений выполняется в отношении стрельбы в «горизонтальном» направлении. Только в этом случае полет снаряда есть композиция двух *независимых* движений – перемещения по окружности, центр которой совпадает с центром Земли, и падения по вертикали (задача 1, предложение 4).

Галилей о траектории снаряда при произвольном угле возвышения орудия (при положительном угле бросания)

1. Вначале Галилей рассматривает случай горизонтальной стрельбы и доказывает для него теорему о параболичности траектории. Из этой теоремы он выводит ряд свойств движения снаряда по нисходящей ветви параболы.

2. Затем Галилей рассматривает случай стрельбы под положительным углом к горизонту. Без каких-либо пояснений (как будто речь идет о самоочевидном факте) он использует свойства, характеризующие полет снаряда, выпущенного горизонтально.

Галилей исходит из того, что траектория полета состоит из двух симметричных ветвей, каждая из которых является полупараболой. При этом обе они совпадают с полупараболой, описываемой снарядом, выпущенным в горизонтальном направлении из верхней точки траектории.

Галилей о траектории снаряда при произвольном угле возвышения орудия (при положительном угле бросания)

3. «Постулат» о симметричности восходящей и нисходящей ветви Галилей использует в доказательстве теоремы о том, что максимальная дальность стрельбы («амплитуда параболы») достигается при угле возвышения в 45º

(следствие к теореме 4, предложение 7).

На этот «постулат» опирается также доказательство теоремы о равенстве «амплитуд парабол» при стрельбе под углами, «отклоняющимися на одну и ту же величину в ту или другую сторону от половины прямого»

(теорема 5, предложение 8) .

Критика подхода Галилея его современниками

1. Критика Декарта

На отсутствие оснований для отождествления *восходящей* ветви при положительном угле возвышения и *нисходящей* ветви при горизонтальной стрельбе первым указал Рене Декарт. Согласно Декарту, Галилей поступил незаконно, поскольку неявным образом опирался на утверждение, которое хотел доказать (письмо М. Мерсенну).

2. Пробел в рассуждениях Галилея отметил также Торричелли.

«Когда линия стрельбы отлична от горизонтальной, то есть, идет вверх или вниз, траекторией брошенного тела будет некоторая кривая линия … Однако, вывод, что эта кривая будет параболой и, тем более, [той самой] параболой, которую описывает тело, брошенное горизонтально из ее вершины, является до сих пор, скорее, желаемым, нежели точно установленным (hactenus desideratur magis, quam probatur).»

E. Torricelli, Opera geometrica (1664). Раздел «О полете брошенного тела».

Вопрос об истоках представления о тождестве двух ветвей

В основе представления Галилея о тождестве восходящей и нисходящей ветвей траектории лежали соображений симметрии. Галилей исходил из тезиса о том, что траектория полета снаряда при положительном угле возвышения должна быть симметричной относительно вертикальной оси.

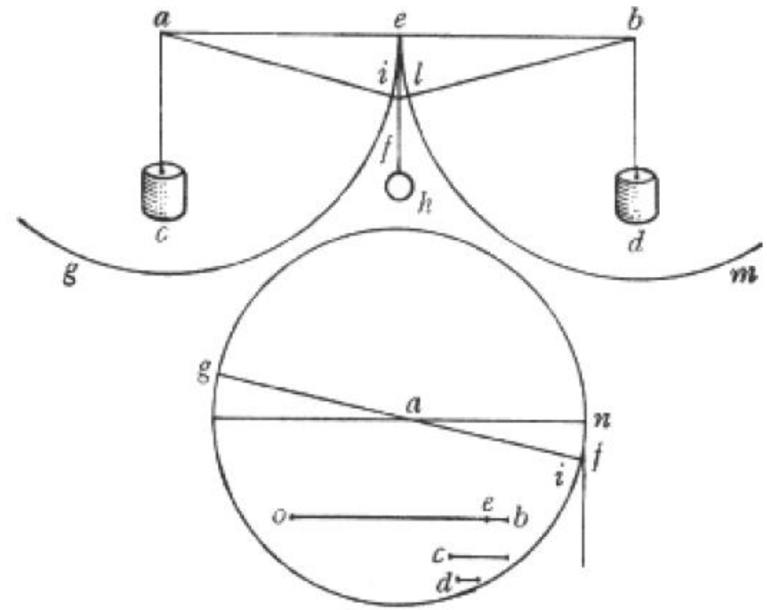
Каковы истоки этого представления?

Остроту вопросу придает следующее обстоятельство. Опыт артиллерийской стрельбы (см. лекция 6) говорит о том, что ветви реальной баллистической траектории не симметричны: ее восходящая ветвь всегда является более пологой, а нисходящая – крутой. Это обстоятельство было хорошо известно практическим артиллеристам во времена Галилея. С ним хорошо согласуется стандартная модель трехчастной траектории.

Современная баллистика в качестве причины смещения траектории в направлении выстрела указывает на сопротивление воздуха. Баллистика времен Галилея точной причины не знала. С ее точки зрения, к смещению вершины могли приводить действия других факторов. Какие, было непонятно.

Аналогия между траекторией полета и цепной линией

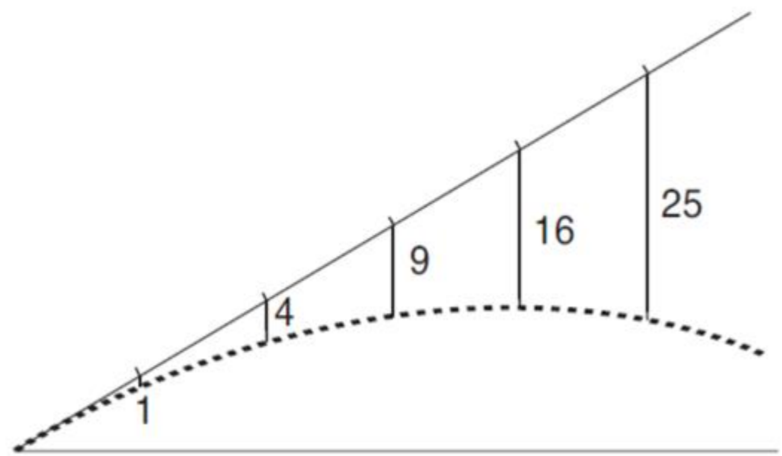
При изучении траектории брошенного тела Галилей опирался на аналогию с висящей цепочкой. Он полагал, что цепная линия является параболой. Идея использования цепочки в качестве модели зародилась у него в самом начале творческого пути. Основанием служило представление о структурном подобии действия пары сил: на летящий снаряд –импетуса и тяжести, на звенья цепочки –упругой силы и тяжести. Судя по рукописи *Codex Ms. Gal. 72*, Галилей неоднократно возвращался к этой идее. До последних дней он верил в тождество баллистической траектории и цепной линии. В конце «Бесед и математических доказательств» (1638) обещает дать в следующем издании книги доказательство параболичности траектории, опирающееся на аналогию с провисающей цепочкой. Рисунок из «Бесед» Галилея, иллюстрирующий доказательство наличия стрелки у висящей цепочки.



Э. Торричелли. Геометрическое доказательство параболичности траектории в классической механике (основные постулаты)

1. Закон инерции по отношению к перемещению по наклонной прямой (в направлении выстрела). В равные промежутки времени снаряд проходит по ней равные расстояния (на прямой отложены равные отрезки).

2. Закон квадратичной зависимости пути от времени при свободном падении. В точках наклонной прямой, равноотстоящих друг от друга, проведены вертикальные отрезки, соответствующие расстояниям, пройденным снарядом при падении. Длины этих отрезков образуют последовательность 1, 4, 9, 16, 25 …



3. Импетус и тяжесть действуют независимо. Поэтому перемещение по наклонной прямой и свободное падение – независимы.

4. Из положений (1-3) следует, что траекторией снаряда является парабола, ветви которой симметричны относительно вертикальной оси.

Э. Торричелли «О движении брошенного тела» (1644)

Доказательство параболичности траектории полета снаряда при произвольном угле возвышения

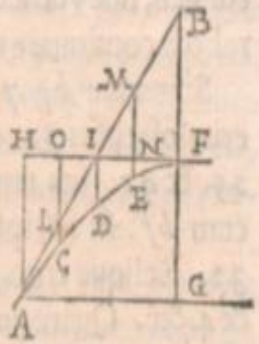
HO = OI = IN = NF = FS = SV

LC = 1, ID = 4, ME = 9, BF = 16, PR = 25, QT = 36

PROPOSITIO III.

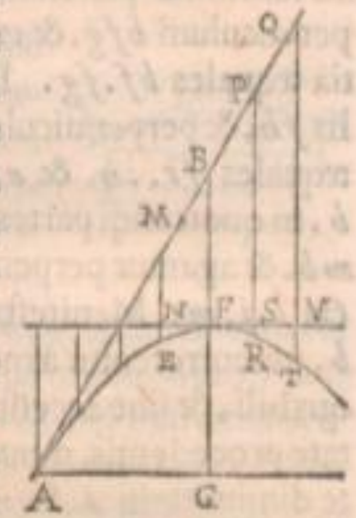
Linea curua, quæ describitur à mobili secundum quamlibet eleuationem proiecto, parabola est, & prorsus eadem, quam describeret mobile si cum horizontali impetu proiceretur à vertice eiusdem lineæ curuæ.

Sit linea proiectionis directiua *ab*. vtcumq; eleuata, & linea curua *acde*, cuius sublimius punctum sit *f*. Ducatur perpendiculum *bfg*. & erunt per præcedentia æquales *bf*. *fg*. Ducatur horizontalis *fh*, & perpendicularis *ah*. erunt iterũ æquales *fi*. *ib*, & *ai*, *ib*. Diuidatur *ab*. in quotcunq; partes ęquales *al*, *li*, *im*



Sumantur *bp*. *pq*. ipsi *bm* ęquales; erit descensus *pr*. quinq; temporum vt 25. & *qt*. sex temporum vt 36. Sed cum *bf*. sit 16, ipsa *pf*. est 24. & *qu* 32. Reliquę ergo *fr*, *ut*, sunt vt unum & 4. &c. Quare puncta *f*, *r*, *t*. per quę incedit mobile sunt in eadem continuata parabola in qua sunt *e*, & *f*.

Linea etiam curua, quę describitur à mobili secundum quamlibet directionem deorsum proiecto, parabola est, & eadem prorsus quam describeret mobile si horizontaliter concitatum à uertice ipsius proiceretur.



Критика теории движения Галилея
(Декарт и Роберваль)

1. Декарт о квадратичном законе свободного падения Галилея:

«Если допустить, что он (этот закон) верен, то можно очень легко показать, что брошенные тела летят по параболе; если же он ложен, то полученный им (Галилеем) вывод может быть весьма далек от истины».

(Из письма Мерсенну, 1638)

2. М. Мерсенн сообщает Торричелли:

«Ни Роберваль, ни Декарт [так и] не смогли поверить в истинность одного из основных утверждений Галилея, а именно, что тела, выходящие из состояния покоя, проходят все ступени медленности, а не начинают двигаться [сразу] с некоторой скоростью. Если вам есть, что сказать в подтверждение этого основного утверждения, сообщите нам.»

(Из письма к Торричелли, февраль 1645).

Критика теории движения Галилея
Экспериментальная проверка закона падения по наклонной плоскости (Мерсенн)

«Отметив высоту в пять футов, мы взяли плоскую поверхность, вырезали в ней канавку, отполировали ее, чтобы, придавая разные углы наклона, пускать вдоль нее очень круглые шарики из свинца и дерева. …

Мы пускали их из разных мест под разными углами наклона; одновременно другой шарик того же размера и веса [свободно] падал [вниз] в воздухе с высоты пяти футов; при этом мы обнаружили, что за то время, что шарик падает с высоты пяти футов, тот же шарик «падает» вдоль плоскости, наклоненной под углом в пятнадцать градусов, лишь на один фут, в то время, как он должен был бы «упасть» на шестнадцать дюймов.»

Mersenne M., Harmonie universelle (1636-1637), I («Traitez de la nature des sons, et des mouvemens de toutes sortes de Corps») p. 111

Критика Ж. П. де Робервалем закона свободного падения Галилея

«Относительно предположения, которое ты сделал (вместе с Галилеем), а именно, что тяжелое тело, подброшенное вверх, … в момент падения в ту точку, из которой оно было выпущено, имеет тот же градус импетуса, который был им получен от бросающего (и благодаря которому тело достигло определенной высоты); я говорю, что это весьма далеко от истины: на основе экспериментов, повторенных несколько раз, я смею утверждать, что импетус тела, запущенного [вверх] при помощи лука или баллисты, более чем в четыре раза превышает его импетус в момент падения.

И это также подтвердил знаменитый опыт, специально проведенный в Голландии: ядро, выпущенное из пушки вертикально вверх, [достигнув земли] входило в нее на весьма малое расстояние, которое было даже вполовину меньше, чем при выстреле в упор.

Более того, что бы ни говорили многие из тех, кто, без сомнения, либо никогда не проводил опытов, либо делал их небрежно, время подъема стрел, выпущенных из луков и баллист, значительно короче, нежели время их спуска, что я много раз наблюдал. [Сопротивление] воздуха здесь не имеет никакого значения, ибо воздух присутствует как при движении вверх, так и при движении вниз.»

(из письма к Торричелли).

Критика Робервалем принципа инерции

Допуская, что в отсутствии тяжести снаряд продолжает прямолинейное движение, Роберваль не признает, что он при этом движется равномерно:

«Откуда взялось это [утверждение]? На самом деле, наблюдение за всеми видами полета брошенных тел постоянно опровергает его. Причина в том, что … движению препятствует воздух, сопротивление которого заметно снижает скорость полета. Если кто-то скажет, что (в данном случае) влияние воздуха не учитывается, то зачем тогда надо было составлять таблицы? Зачем надо было вводить это новое правило управления артиллерийскими орудиями? Очевидно, что все это было сделано ради практического действия, которое производится в воздухе … или в воде (где мы еще больше отклоняемся от закона [инерции]).

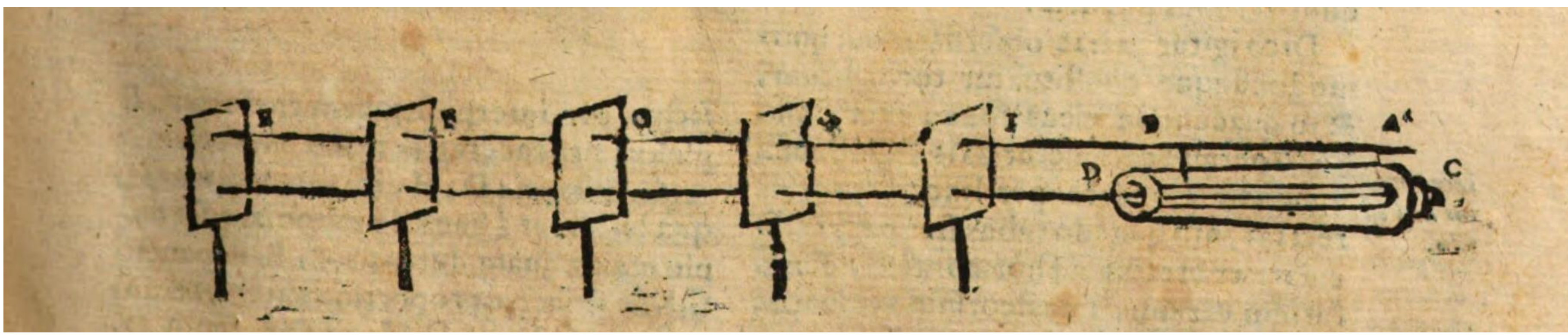
Даже если предположить, что существует среда, являющаяся абсолютно текучей и проницаемой (что является выдумкой), то кто сможет доказать, что даже в ней насильственный импетус не «понесет ущерба», но всегда останется равным самому себе? Такое возможно [только], если импетус признать субстанцией, которая [в соответствии с определением] не может ни погибнуть, ни уничтожить себя …»

(из письма к Торричелли).

Экспериментальная проверка параболичности траектории полета в XVII в.

Экраны для отслеживания траектории полета снаряда

Niccolo Cabeo, In quatuor libros Meteorologicorum Aristotelis commentaria (1646),
Lib. 3, p. 41.
Вопрос 9. О пути ядра, выпущенного из бомбарды в произвольном направлении, и о том, какую линию оно описывает
Bombarda sive sclopus (мушкет, ручная бомбарда*)*

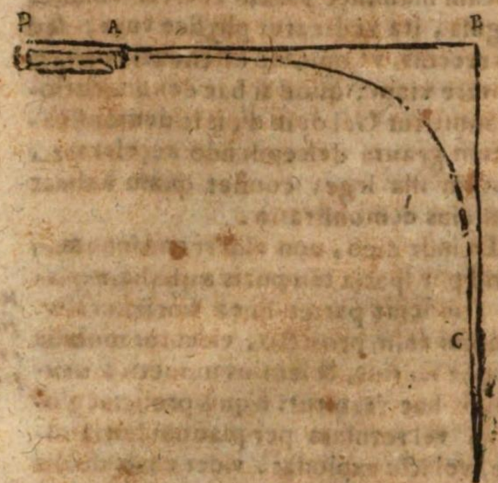


Исследование полета ядра, выпущенного из мушкета XVI-XVII вв., современными методами

Ядро мушкета (XVII век)

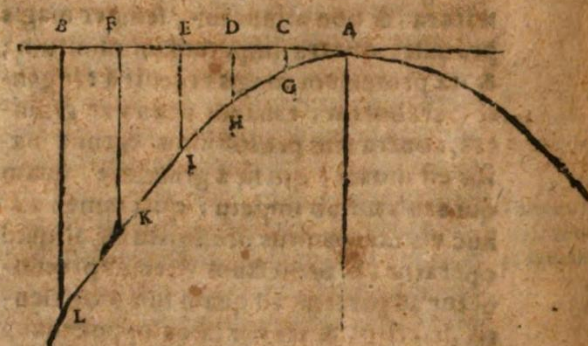
Niccolo Cabeo
In quatuor libros Meteorologicorum Aristotelis commentaria (1646), Lib. 3, p. 48.

Вопрос 9. О траектории ядра, выпущенного из бомбарды в произвольном направлении, и о том, какую линию оно описывает



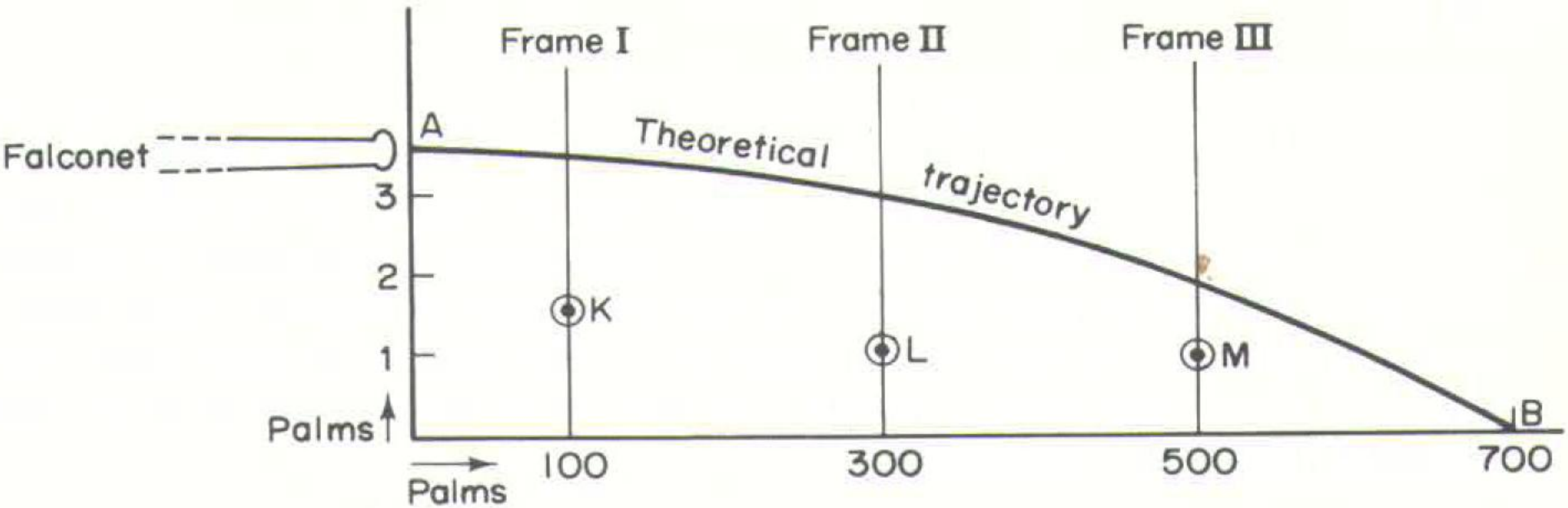
bus. ſtatim ab egreſſu bombardæ incipit declinatæ, & paulatim declinat, quantũ ab illa linea recta A, B, declinat linea curua parabolica cuius parabolę illa A, B, ſit tangens. cum autem iam vehementer declinat, ita vt à practicis dicatur terminatus ictus globi, globus non fertur perpendiculariter ſtatim deorſum, ſed adhne progreditur ad partes C, ad quas dirigebatur à bombarda, quia adhuc remanet aliquid impetus, licet præualeat grauitas, vnde magis fertur deorſum, quam ad partes B, ſi ergo ſumeretur punctum, in quo globus ſolum perpendiculariter

... vt ſi in primo palmo deſcendit per digitum; in ſecundo palmo deſcendet 3. in 3. 5. & ſic deinceps. hoc manifeſte conſtat eſſe falſum. in experientia ſupra poſita, qua cognoſcitur via globi, & quantum recedat à linea recta horizontali, in ſingulis palmis. ex quo experimento euidenter conſtat, non ferri prr talem lineam parabolicam, incipientem à vertice parabolæ. ſi enim ducatur linea tangens parabolam in vertice A, B, & in illa ſumantur partes æquales C, D, E, F, & ab illis punctis ducantur lineæ perpendiculares ad parabolam. ſciturum optime, quam proportionem ſeruẽt inter ſe C, G, & D, H, & E, I, & F, K, & ſic de reliquis, at conſtat ex experientia mihi, non ſic recedere à linea horizontali globum. in diſtantiis æqualibus inter ſe.



Экспериментальная проверка параболичности траектории полета

«Ваша книга о полете снарядов, свидетельствующая о Вашем весьма остром уме, достигла Генуи и дала возможность нашим гражданам провести ряд экспериментов с разного рода стрелковыми орудиями; я был удивлен тем, что столь *хорошо* обоснованная теория так *плохо* работает на практике». (Письмо Дж.Б. Реньери к Торричелли от 2.08.1647)



Торричелли. Попытка оправдаться: о параболической траектории

«При написании этой книжечки о движении я не имел намерения утверждать что-либо, выходящее за рамки гипотез (*ex hypothesi*). Этим мой подход отличается от точки зрения тех, кто считает истинными два хорошо известных предположения (*suppositioni*): а именно, что расстояния, проходимые при падении в равные промежутки времени, находятся в отношении нечетных чисел к единице, и что расстояния, проходимые горизонтально в равные промежутки времени, равны между собой».

Ответ Торричелли Дж. Б. Реньери

«Мне совсем неважно, являются ли принципы учения *de motu* истинными или ложными. Ибо, если они не истинны, мы можем действовать так, как будто бы они … истинны, а затем оценивать все остальные рассуждения, выведенные из этих принципов, не как «смешанные» (т.е. принадлежащие смешанным наукам – *scientiae mixtae – Е.З.*), а как чисто геометрические. Я делаю вид, то есть, предполагаю, что тело или точка движется вверх или вниз в соответствии с известной пропорцией и что в горизонтальном направлении она движется равномерно. Если это так, то я говорю, что все будет происходить именно так, как сказал Галилей, а вслед за ним, и я.

Если же движения свинцового, железного или каменного шара не соответствуют этим предположениям, то все нарушается, и мы скажем, что такие движения мы не рассматриваем».

Из письма Торричелли Микеланджело Риччи (10.02.1646)

О противоречивом характере высказываний Торричелли по вопросам баллистики

А.Р. Холл: «У читателя трактата Торричелли *De motu* возникает естественное предположение, что, когда тот пишет об артиллерийских орудиях, то имеет в виду настоящие пушки и ружья и что в таблицах, в которых расстояния выражены в шагах, приведены параметры реальных баллистических траекторий, а не геометрических линий на картинках, и что при конструировании стрелкового квадранта он имеет в виду его использование в стволах реальных орудий».

A.R. Hall, Ballistics in the 17th Century. Cambridge, 1952 (p. 98-99)

Замечание. Основной текст трактата “De motu” Торричелли написан на латыни, языке философов; однако, пояснения, касающиеся практической баллистики, сделаны по-итальянски , чтобы простые артиллеристы могли его понять. Письма, в которых обсуждаются вопросы практики стрельб, также написаны по-итальянски.

Вопрос о практическом значении параболической траектории остается открытым …

Внешняя баллистика в XVII веке

У баллистики в этот период отсутствовала необходимая экспериментальная основа. Уровень инженерных технологий не позволял создать научную теорию стрельбы.

Технологические факторы, которые делали оружие XVII века непригодными для экспериментирования:

Стволы орудий часто имели неправильную форму, которая к тому же изменялась при нагревании.

Цапфы не всегда были симметричными относительно оси орудия.

В момент выстрела вследствие толчка изменялся угол возвышения орудия.

При выстрелах использовалось разное количество пороха, поэтому, сила, выталкивавшая снаряд из жерла пушки, и, как следствие, его начальная скорость варьировалась.

Ядра были разной плотности, а также различались по форме.

Не могли быть приняты во внимание атмосферные факторы: давление воздуха, его влажность и т.д., существенно влияющие на траекторию и дальность полета.

Вывод: в баллистике XVII века ключевую роль продолжал играть личный опыт канонира.