Лекция 11

ЧИНЕНОВА ВЕРА НИКОЛАЕВНА

V.CHINENOVA@YANDEX.RU

ТРАКТАТ Х. ГЮЙГЕНСА «МАЯТНИКОВЫЕ ЧАСЫ»

Уже в XIV в. использовались примитивные башенные часы с гирями и так называемыми задержками, т. е. с приспособлениями, замедляющими равноускоренное движение гирь и вала, приводимого в движение цепью, несущей груз. Эти часы необходимо было ежедневно регулировать, подправлять.

В Германии в 1484 г. были сконструированы часы, отсчитывающие интервалы времени, близкие к четверти секунды.

- Галилей записал пропорциональность периода качания маятника квадратному корню из его длины.
- В переписке ученых XVII в. (**Галилея, Мерсенна, Риччиоли, Гримальди** и других) остались свидетельства того, что им было ясно: качания маятника можно и нужно использовать для измерения отрезков времени.
- Галилей высказал мысль о соединении маятника с каким-либо счетчиком числа качаний для измерения времени. Помехой на пути реализации этой идеи было затухание колебаний маятника.
- Гюйгенс был непосредственным преемником Галилея в науке.

Галилей обнаружил, **что колебания маятника изохронны, т. е. их период, в частности, не меняется при затухании колебаний**. Галилей предполагал воспользоваться маятником для создания часов. В письме от 5 июня 1636 r. голландскому адмиралу Л. Реалю он писал о соединении маятника со счетчиком колебаний. Однако к созданию часов Галилей приступил в 1641 r., за rод до смерти. Работа не была закончена. Ее должен был продолжить сын Галилея Винченцо, который медлил с возобновлением работ и приступил к ним лишь в 1649 r., незадолrо до смерти, так и не создав часов. **Гюйгенс** дополнил рассуждения Галилея. Он обращается к исследованию изохронного характера качаний математического маятника: **изохронность математического маятника** (независимость периода колебаний маятника фиксированной длины от амплитуды размаха) оказалась **справедливой лишь приближенно для малых углов размаха.**

Христиан Гюйгенс (1629–1695)

Портрет работы Каспара Нечера (1671)

Христиан Гюйгенс ван Зёйлихем
(14 апреля 1629 — 8 июля 1695) — нидерландский механик, физик, математик, астроном и изобретатель.

- Первый иностранный член Лондонского королевского общества (1663),
- член Французской академии наук с момента её основания (1666) и её первый Президент (1666—1681).
- Один из основоположников теоретической механики и теории вероятностей. Внёс значительный вклад в оптику, молекулярную физику, астрономию, геометрию, часовое дело. Открыл кольца Сатурна и Титан (спутник Сатурна). Изобрёл первую практически применимую модель часов с маятником. Положил начало волновой оптике.

Х.Гюйгенс (1629-1695)

- 1629- родился в семье Константина Гюйгенса (секретарь принца Оранского)
- Домашнее образование, Лейденский университет
- 1655- открыл кольцо Сатурна и спутник-Титан
- Опыты по устройству часов с маятником - изобретение маятниковых часов со свободным спуском.
- 1657 г. - патент Генеральных штатов Голландии на это изобретение.
- 1663 г. - избран членом Лондонского Королевского общества,
- 1666 г. (в год основания Парижской Академии наук) избран ее членом с предоставлением квартиры в здании Королевской библиотеки в Париже,
- 1681 - покинул Францию
- 1695 – умер в Голландии

Список наиболее значимых работ Х. Гюйгенса

- “О квадратуре гиперболы, эллипса и круга”,
- “О величине круга”
- “О расчетах при игре в кости”
- “Система Сатурна”
- “Маятниковые часы”
- “Как формировать и полировать линзы”,
- “Диоптрика”, “Трактат о свете”
- “О движении тел под влиянием удара”
- “О центробежной силе”
- “Космотеорос”

Х.Гюйгенс (1629-1695)

- В мемуаре **«О движении тел под влиянием удара**» Гюйгенс пользовался способом представления скоростей тела и до и после удара с помощью тех высот, падая с которых тела получали бы такие же скорости. Эти высоты Гюйгенс полагал пропорциональными квадрату самих скоростей в конце падения, устанавливая тем самым некоторую энергетическую закономерность. На основе этих соображений Гюйгенс сформулировал следующее важное предложение: при соударении двух тел сумма произведений их «величины» (массы) на квадраты их скорости остается неизменной до и после удара. Тем самым Гюйгенс впервые устанавливал **закон сохранения кинетической энергии при ударе (предполагавшемся упругим).**
- Высказывая мысль о том, что явление удара двух шаров (маятников) на равномерно плывущей и на покоящейся лодках протекает одинаково, Гюйгенс сформулировал **кинематический принцип относительности в применении к явлению соударения тел**

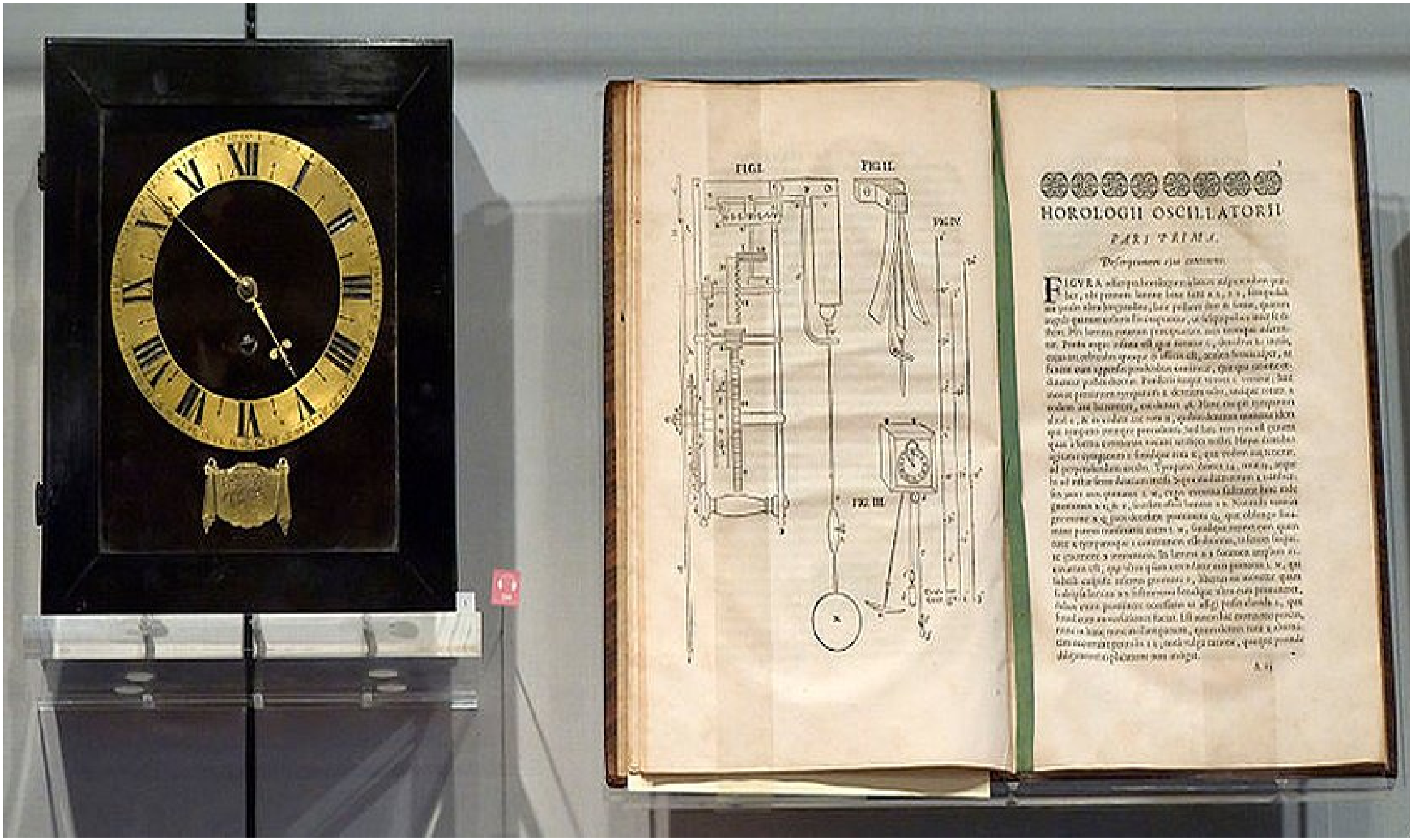
Кинематический принцип относительности Х.Гюйгенса

«Движение тел, а также их одинаковые или разные скорости надо рассматривать как относительные по отношению к другим телам, которые мы считаем покоящимися, не учитывая того, что как те, так и другие тела могут участвовать в другом общем движении. Поэтому два тела, соударяясь, даже в случае, если оба вместе участвуют еще в другом равномерном движении, для лица, также участвующего в общем движении, действуют друг на друга так, как будто бы этого общего движения не существовало»

Х.Гюйгенс (1629-1695)

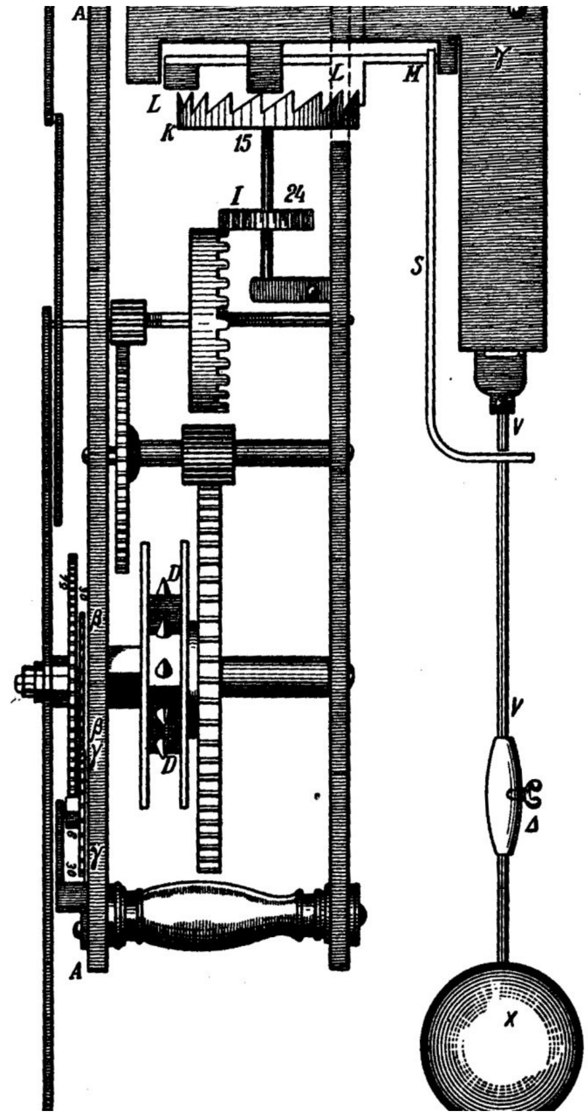
- С открытием новой конструкции часов был связан период занятий Гюйгенса преимущественно механикой, завершившийся публикацией в **1673 г.** обширного трактата, имевшего целью разработать теорию маятниковых часов и всех их устройств: «**Маятниковые часы или геометрические доказательства о движении маятников, приспособленных к часам».**
- Трактат состоит из пяти частей.

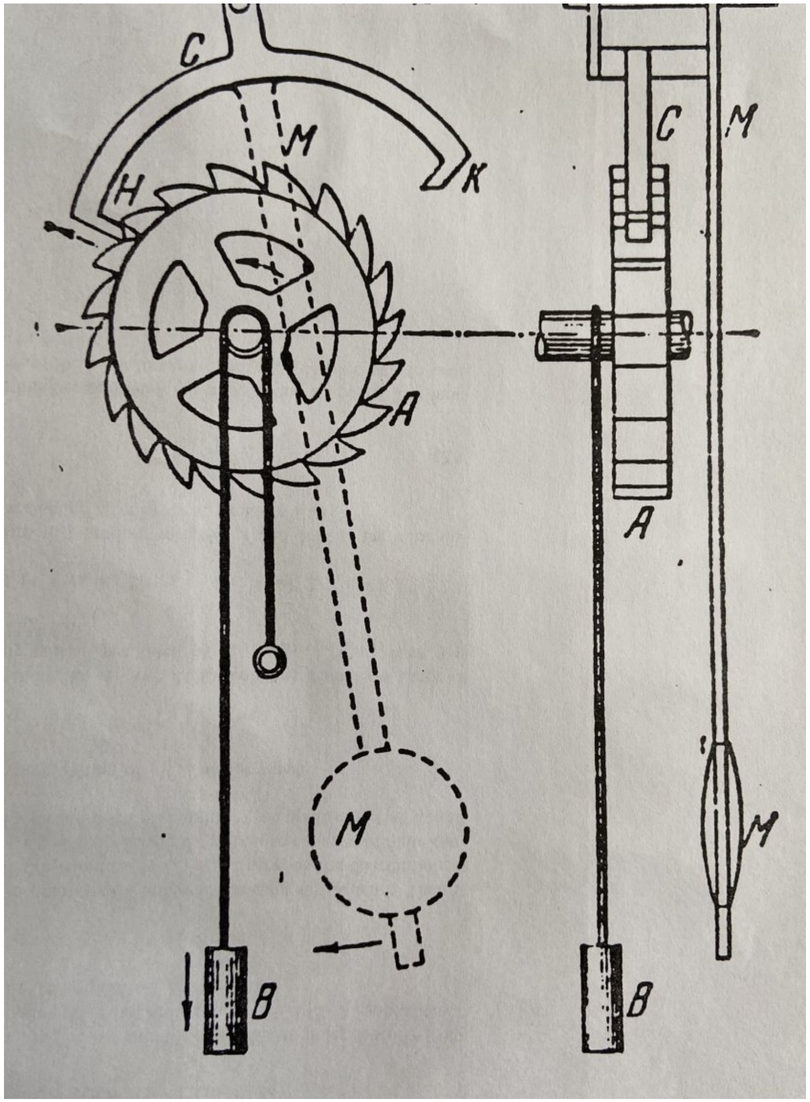
Часы Гюйгенса и его книга 1673 года Horologium Oscillatorium (Маятниковые часы) в музее Boerhaave, Лейден

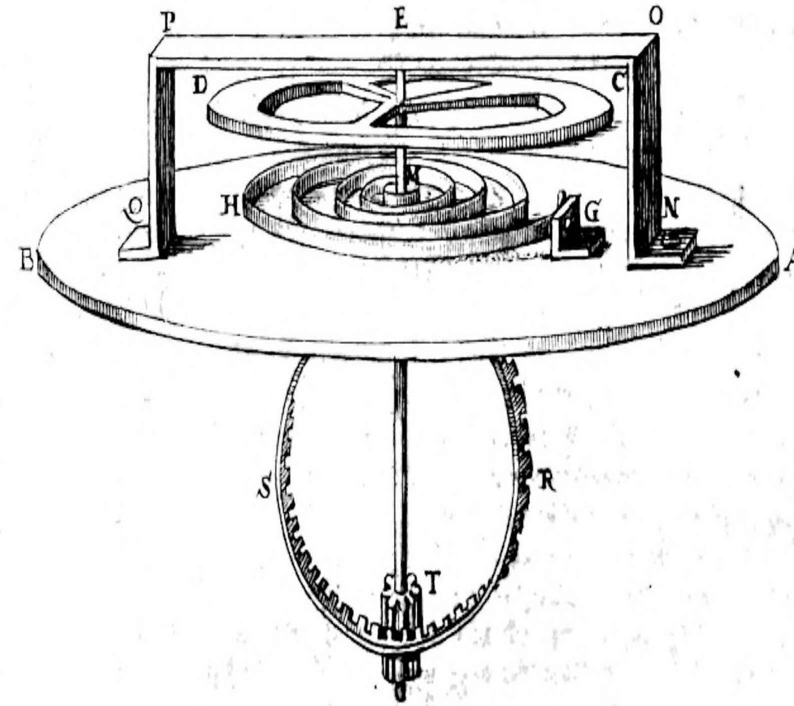


Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

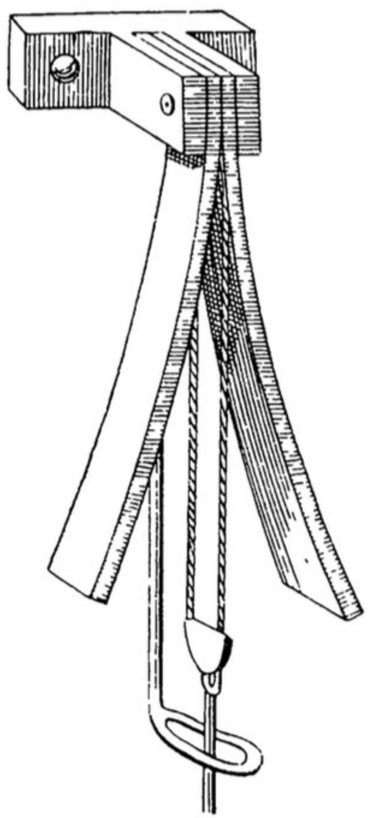
- В первой части дается подробное техническое описание часов с циклоидальным маятником. Здесь подвешенный груз описывал не дугу круга, как в проекте часов 1657 г., а циклоиду.




C
M
H
K
A
M
B
C
M
A
M
B


P
E
O
D
C
Q
H
G
N
B
A
S
R
T

«Маятниковые часы…»



Фиг. 2.

- *На рисунке слева изображены “щеки”, которые делают ход конца нити маятника - циклоидальным. При их отсутствии - конец нити описывал бы дугу окружности, а не циклоиды.*

«Маятниковые часы…»

- **Вторая часть** “Маятниковых часов” Гюйгенса посвящена математическому обоснованию всех предположений, допущенных ученым при проектировании и постройке часового механизма, а также формальному доказательству истинности результатов измерений, полученных на практике при помощи маятниковых часов Гюйгенса.

Х.Гюйгенс (1629-1695)

- **Первая гипотеза** представляет собой *закон инерции*.
- **Во второй** утверждается, принцип *сложения движений*
- **Третья гипотеза** содержит идею *независимости движения*
- **+ два принципа**
- ***Принцип относительности***
- ***Энергетический принцип***

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс строит фундамент динамики, он формулирует **три гипотезы,** отражающие важные закономерности механического движения.

  Первая гипотеза представляет собой закон инерции:
  «Если бы веса не было и воздух не сопротивлялся движению тел, то каждое из них продолжало бы достигнутое движение прямолинейно и с постоянной скоростью».

- **Вторую гипотезу** можно трактовать как принцип сложения движений:
  «…случается, что тела производят сложное движение, составленное из равномерного движения в том или ином направлении и из движения, вызванного весом и направленного по вертикали вниз».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- **Третья гипотеза** содержит четкую идею независимости движения, высказанную столь ясно впервые: «Эти два движения можно рассматривать отдельно, и каждое из них не влияет на другое».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Еще два важнейших закона, или опытных принципа:
  принцип относительности и энергетический принцип: **«…тело не может под действием тяжести подняться выше той высоты, с которой оно упало».**

«Маятниковые часы…»

- Теорему Галилея о том, что при соскальзывании с равновысоких наклонных плоскостей (из состояния покоя) тело приобретает одинаковые скорости независимо от длин плоскостей, Гюйгенс обосновал на базе **энергетического принципа**:
  «Если бы теорема была неверна, то, комбинируя определенным образом наклонные плоскости, можно было бы добиться повышения груза над исходной высотой без дополнительных затрат».
  Но тогда был бы нарушен Энергетический принцип Гюйгенса.

Главное содержание **второй части трактата** посвящено построению **теории движения тяжелой точки по циклоиде.**

Основным методом исследования является метод Галилея: рассматривать движение по кривой, расположенной в вертикальной плоскости, как предельный случай движения по ломаной, вписанной в эту кривую при неограниченном увеличении числа ее звеньев и при неограниченном уменьшении длины каждого звена.

Движение вдоль каждого звена представляло собой движение по наклонной плоскости.

«Маятниковые часы…»

- **Циклоида** есть линия кратчайшего времени несвободного падения точки с данной высоты по сравнению с другими траекториями, соединяющими краевые точки.
- Время падения по циклоиде тяжелой точки не зависит от начальной высоты точки, а в процессе колебания — от амплитуды колебания.

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс исследует падение тяжелой точки по циклоидальному гладкому желобку, расположенному в вертикальной плоскости. Он теоретически доказывает **свойство абсолютной изохронности циклоидального движения, т.е. независимость периода колебаний циклического маятника от амплитуды** и, в частности, от начального положения грузика.

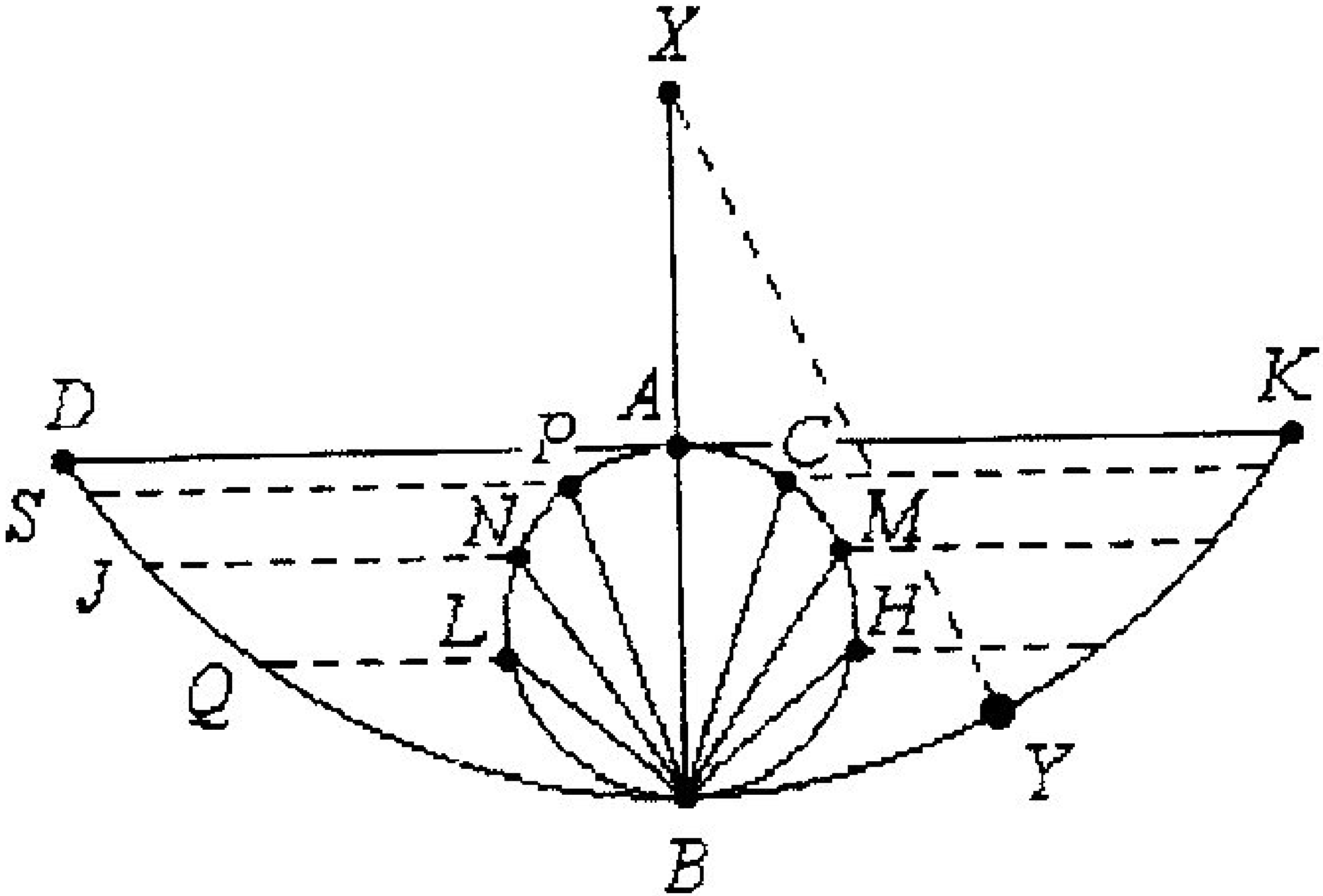
Х.Гюйгенс (1629-1695)

- Гюйгенс доказал, что свойство изохронности, справедливое для **кругового** маятника лишь при **достаточно малых размахах**, для циклоиды справедливо абсолютно. Он показал связь этих двух типов колебаний.
- Гюйгенс установил зависимость полупериода колебаний точки по циклоиде глубиной а:

$$T=\pi\sqrt{(2a/g)}$$

- Эта формула верна и для полупериода малых колебаний кругового маятника длиной 2а.

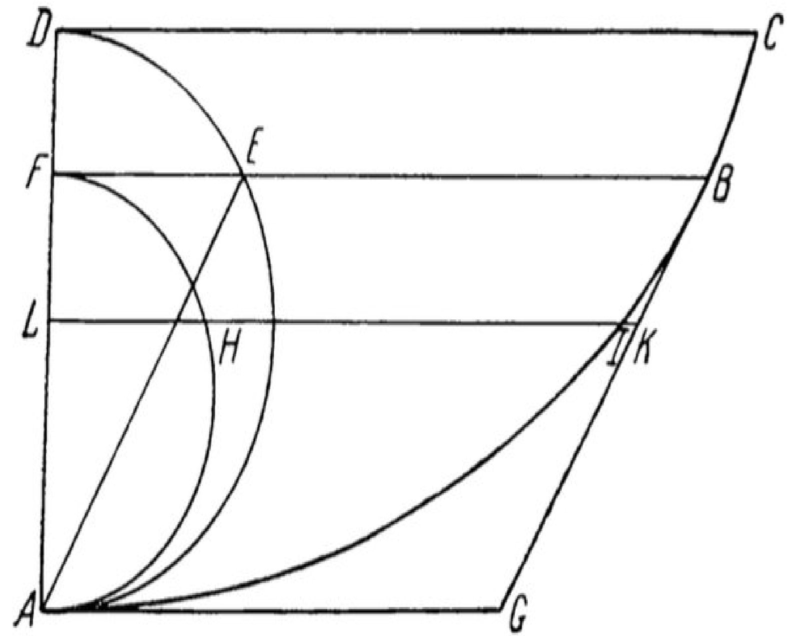
Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»



Предложение №25:

$$T=\pi\sqrt{(2a/g)}$$

“Пусть тело падает по циклоиде с вертикальной осью и вершиной, обращенной вниз, начиная с некоторой точки на циклоиде, тогда время падения до вершины циклоиды всегда одно и то же, независимо от положения на циклоиде начальной точки движения; это время относится ко времени свободного падения вдоль всей оси циклоиды, как длина полуокружности к диаметру ее.”



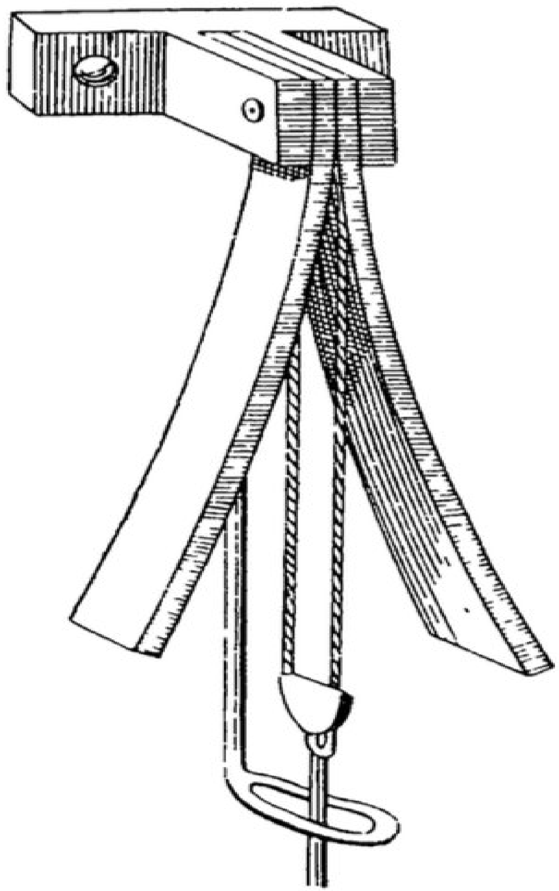
Фиг. 38.

«Маятниковые часы…»

Часть 3 – теория эволют и эвольвент

(для правильного конструирования часов с циклоидальным маятником).

Для этого надо привести в колебательное движение грузик на нити между двумя металлическими полосами, изогнутыми в форме двух равных циклоид (два примыкающих друг к другу цикла, обращенных выпуклостями вниз).



Фиг. 2.

При к колебании нить охватывает поверхность левого или правого шаблона и, нисходя по касательной, опишет своим концом с грузиком эвольвенту той кривой, которую огибает нить. Эта жесткая «щека», взятая в форме циклоиды, имеющей своей эвольвентой такую же сдвинутую циклоиду, обеспечит движение груза по циклоиде. Именно это и доказал Гюйгенс.

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс разработал теорию **эволют и эвольвент.**
- Он строит маятник, груз которого совершает колебания по дуге циклоиды. Он предлагает осуществить эту идею путем укрепления в окрестности точки подвеса гибкой нити маятника особых «щек», к которым эта нить должны прилегать при колебаниях маятника в ту и в другую сторону.
- Профиль такой «щеки» как раз и будет **эволютой** траектории шарика, а кривая, описываемая грузом маятника, является ее **эвольвентой**.

«Маятниковые часы…»

- **Часть 4** – «**О центре качания**» (начала динамики твердого тела).
- Количественные характеристики, которые позже стали называться **моментом инерции твердого тела относительно оси и статическим моментом.**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Приведенная длина физического маятника ***l*** т.е. длина математического маятника, изохронного физическому:

$$l = \frac{\sum_{1}^{n} m_i \cdot \rho_i^2}{\sum_{1}^{n} m_i \cdot \rho_i}$$

- где m_i - масса частицы, ρ_i - ее расстояние до точки подвеса (ч.IV,с.130-131).

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- *Определение **численной величины ускорения свободного падения** груза в пустоте.*

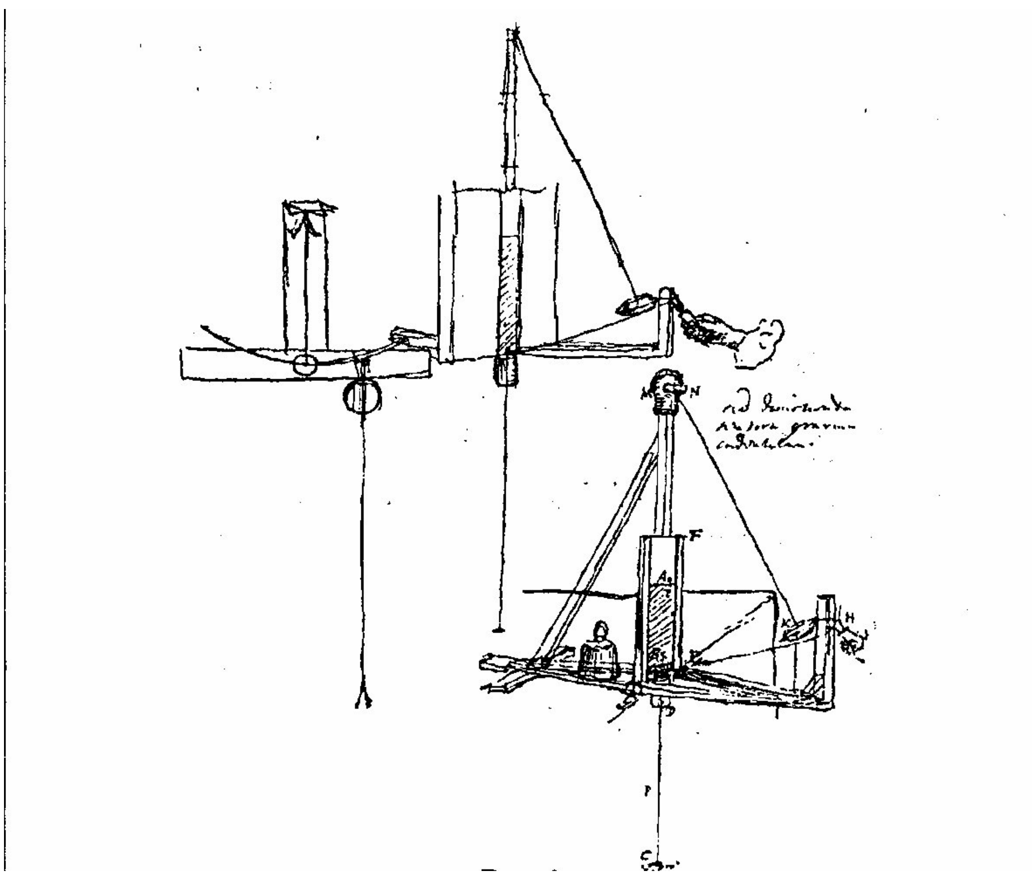
- Гюйгенс реализует замысел Галилея - найти меру для сравнения характера различных равноускоренных движений и тем самым измерить «импульс тела к падению», точнее ускорение свободного падения тела (ч.IV, с.201-202).

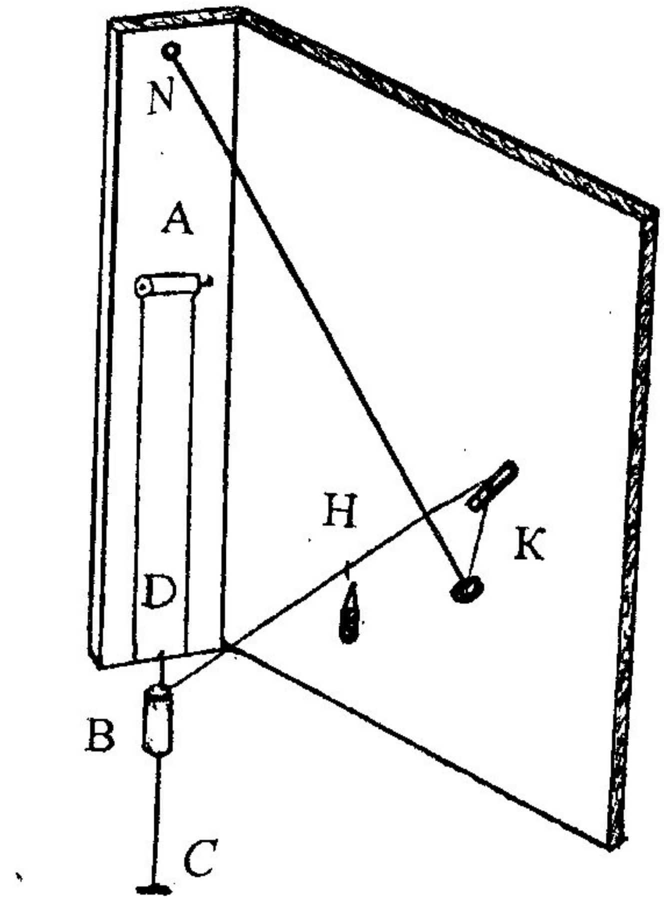
Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

Гюйгенс нашел **длину секундного маятника** на широте Парижа - немного больше трех футов, т.е. около **99, 45 см**. Далее он использует найденную длину секундного маятника для численного определения **ускорения свободного падения в пустоте 979,9** (Для широты Парижа она равна 980,9 $\frac{см}{сек^2}$),

называя эту величину вслед за Галилеем, - **удвоенным путем, проходимым телом при свободном падении за первую секунду.**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»





Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- «Этот результат точно совпадает с очень тщательными опытами, которые я произвел. В этих опытах момент времени, в который оканчивалось падение, определялся не ухом или глазом, так как оба были бы недостаточно достоверны; путь, пройденный при падении определялся безошибочно другим методом, который я сейчас попытаюсь изложить» (с.202).

ŒUVRES COMPLÈTES

DE

CHRISTIAAN HUYGENS

PUBLIÉES PAR LA

SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES

TOME DIX-SEPTIÈME (17)

L'HORLOGE À PENDULE DE 1651 À 1666.
TRAVAUX DIVERS DE PHYSIQUE,
DE MÉCANIQUE ET DE TECHNIQUE DE 1650 À 1666.
TRAITÉ DES COURONNES ET DES PARHÉLIES
(1662 OU 1663).

LA HAYE
MARTINUS NIJHOFF
1932

II *C.* QUESTION DE LA DIMINUTION DE LA PESANTEUR PAR L'ÉLOIGNEMENT DU CENTRE DE LA TERRE (1666).

an ad radicem et in vertice montis 3000 pedum aliqua differentia eſſet in horologio? non eſt notabilis[1]).

II *D.* MESURE DE LA DISTANCE VERTICALE PARCOURUE EN UN TEMPS DONNÉ PAR UN CORPS QUI TOMBE LIBREMENT ET PREUVE EXPÉRIMENTALE DU FAIT QUE CE CORPS COMMENCE SA CHUTE AVEC UNE VITESSE NULLE.

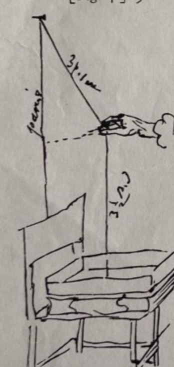
II *D.* § 1[2]). Expertus 21 Oct. 1659.

Semiſecundo minuto cadit plumbum [Fig. 4][3]) ex altitudine 3 pedum et dimidij vel 7 pollicum circiter. Ergo unius ſecundi ſpatio ex 14 pedum altitudine[4]).

II *D.* § 2[2]). Expertus denuo 23 Oct. 1659.

pendulum adhibui [Fig. 4][3]) cujus ſingulæ vibrationes $\frac{3}{2}$ ſecundi unius. unde ſemivibratio qua uſus ſum erat $\frac{3}{4}''$. Erat penduli longitudo circiter 6 p. 11 unc. Sed vibrationes non ex hac longitudine ſed conferendo eas cum pendulo horologij colligebam. Illius itaque ſemivibratione cadebat aliud[5]) plumbum ſimul e digitis demiſſum ex altitudine 7 pedum 8 unc. Ergo colligitur hinc uno ſecundo caſurum ex altitudine 13 ped. $7\frac{1}{2}$ unc. ferè[6]).

[Fig. 4.][3])



Ergo in priori experimento[7]) debuiſſent fuiſſe non toti 3 ped. 5 poll.

Sumam autem uno ſecundo deſcendere plumbum pedibus 13. unc. 8[8]). Merſenne 12 ped. paris. uno ſecundo confici ſcribit[9]). 12 ped. Paris. conficiunt circiter 12 ped. 8 unc. Rhijnland[10]). Ergo Merſenni ſpatium juſto brevius eſt uno pede Rhijnl.

II *D.* § 3[11]) (1659). Et in his quidem eam obtinere cum experimenta alia tum parabolicæ lineæ demonſtrant quas in ſpeculi plani ſuperficie inclinata quocunque angulo ſphærula perfecte rotunda deſignat, quibus nullæ deſcribi poſſunt accuratiores. Ex quibus etiam probatur certiſſimè grave cadens per omnes tarditatis gradus tranſire nam ſi ita non eſſet, lineæ iſtæ non tantum non poſſent eſſe parabolæ, ſed ne curvæ quidem in vertice deprehenderentur ſed angulo quodam inflexæ. Si enim verbi gratia

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Последняя **пятая** часть трактата разрабатывает **теорию центробежной силы**, о которой Гюйгенс написал еще и отдельный мемуар, изданный посмертно в **1703 г** **(с.249-277).**

«Маятниковые часы…»

- **Тяжелое тело, подвешенное на отвесной нити, или натягивает нить, или после обрыва ее падает равноускоренно. Гюйгенс считает, что то же самое происходит при равномерном вращении камня в праще. Камень или натягивает нить, или, сорвавшись, вначале двигается равномерно ускоренно в радиальном направлении.**
- **В обоих перечисленных случаях натяжение нити пропорционально силе (по терминологии Гюйгенса), обеспечивающей равноускоренное движение точек при нарушении связи. Коэффициентом пропорциональности этих двух факторов служит «величина тела» (масса).**
- **Силу, способную подобно тяжести оборвать нить, Гюйгенс назвал *центробежной силой*.**

«О центробежной силе» (1703)

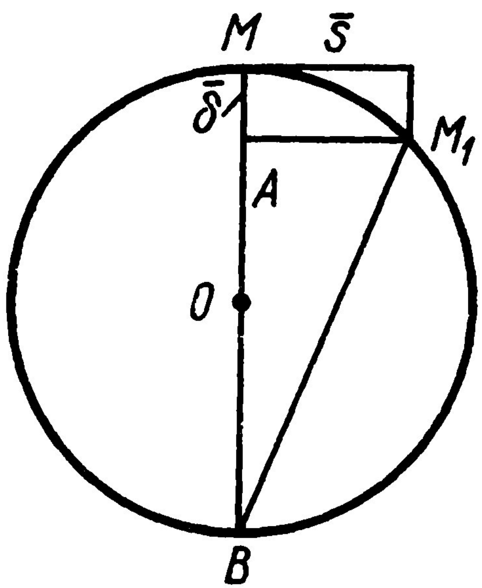
- По Гюйгенсу, «тяжесть есть **стремление** опускаться вниз».
- Стремление = CONATUS (лат.)

- Словом «conatus» в XVII в. обозначали **движение, которое готово совершиться, но совершению которого что-то мешает**.

«Маятниковые часы…»

- Пусть тело (точка) движется равномерно по окружности радиуса *R* . Постоянную скорость точки обозначим через *u*. Бесконечно малое перемещение точки ММ, за время *τ* можно представить как сумму (векторную) перемещения по касательной, которое происходило бы по инерции со скоростью *u*,

и радиального перемещения



$$б = \frac{a\tau^2}{2}$$

a — центростремительное ускорение.

Гюйгенс нашел величину ***ma*** (где ***m*** –масса точки), названную им **центробежной силой**

$$s^2 = (2R - \delta)\,\delta = 2R\,\delta - \delta^2 = 2R\,\frac{a\tau^2}{2} - \left(\frac{a\tau^2}{2}\right)^2.$$

Так как время τ бескон*с*чно мало, то последним членом можно пренебречь. Отсюда $s^2 = 2R\delta$ или $u^2\tau^2 = 2R\cdot a\tau^2/2$, так получается величина искомого ускорения $a = u^2/R$.

Еще до Гюйгенса молодой Ньютон в годы чумы (1665—1666), находясь в Вулсторпе, вывел такое же соотношение для **центростремительного ускорения**.

Когда в 1673 г. из трактата «Маятниковые часы» он узнал основную концепцию Гюйгенса о центробежной силе (вывода там еще не было), то чрезвычайно высоко оценил подход Гюйгенса к этому вопросу:

«...**если тело обращается около Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила и есть центростремительная... Такого рода предложениями Гюйгенс в превосходном своем сочинении «*Horlogium oscillatorium*» и сопоставил силу тяжести с центробежными силами обращающихся тел».**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

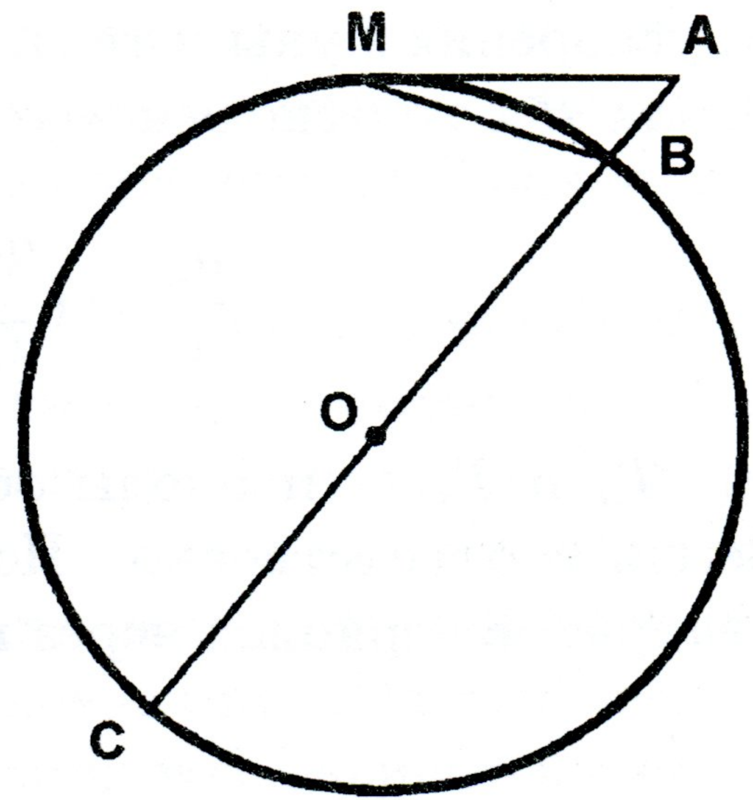
- Центробежная сила приложена к нити, а центростремительная к движущемуся грузику.
- Арифметическая величина обеих сил одна и та же и равна

$$\frac{mv^2}{R}$$

m=1, где *v* - скорость движения грузика,

R - радиус окружности,

m -масса грузика.



В заключении стоит сказать, что мемуары Христиана Гюйгенса дают читателю интересный взгляд на развитие науки и технологий в 17 веке, а также показывают, как научные идеи могут привести к новым открытиям и улучшениям в жизни людей.

Его исследования и открытия помогали другим ученым, которые продолжали работать в данной области.

Сегодня, уже более 300 лет спустя после написания мемуаров, законы Гюйгенса остаются важной базой для фундаментальных наук.