

# Лекция 10

к.ф.-м. н., доцент Чиненова В.Н.  
v.chinenovaa@yandex.ru



# Научное наследие В.В. Голубева

фундаментальные открытия в аэродинамике  
и их влияние на современную авиацию

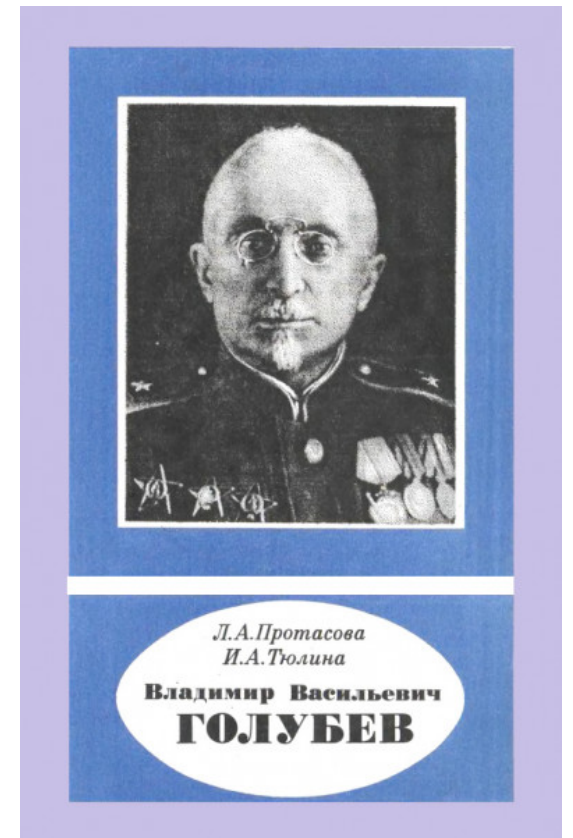
# Введение

- Краткое представление В.В. Голубева как ученого и его роли в развитии аэромеханики

Владимир Васильевич Голубев родился 15 февраля 1884 года в городе Сергиев Посад и ушел из жизни 12 декабря 1954 года в Москве. Этот выдающийся советский ученый стал одним из ключевых фигур в развитии аэромеханики XX века.

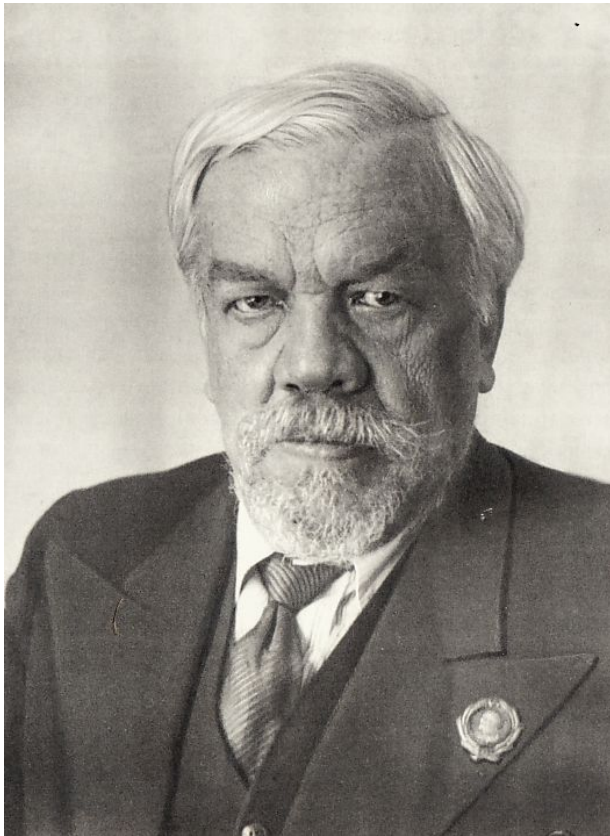
Окончив Московский университет в 1906 году, он посвятил свою жизнь математике и механике, сосредоточив внимание на проблемах, связанных с авиацией. Его научная карьера охватывает более четырех десятилетий, в течение которых он опубликовал множество трудов, оказавших влияние на теорию и практику аэродинамики.

Голубев не только внес значительный вклад в фундаментальную науку, но и сыграл важную роль в подготовке кадров, читая лекции и руководя молодыми исследователями. Его работы заложили основы для многих современных разработок в области авиастроения, что подтверждается биографическими данными, представленными в книге Протасовой Л.А. и Тюлиной И.А., опубликованной в 1995 году [9].



# Введение

- Упоминание о продолжении и развитии работ С.А. Чаплыгина



Будучи учеником выдающегося ученого Сергея Алексеевича Чаплыгина, Голубев унаследовал его подход к изучению аэродинамики и развил идеи своего наставника в новых направлениях. Чаплыгин, известный своими работами по газовой динамике и теории крыла, оказал глубокое влияние на формирование научных интересов Голубева.

После знакомства с Чаплыгиным в 1900-х годах Голубев начал активно работать над **задачами, связанными с движением воздуха вокруг тел сложной формы**. Он расширил исследования своего учителя, применив математические методы к практическим вопросам проектирования самолетов.

Эта преемственность подчеркивает связь между поколениями ученых и важность школы Чаплыгина для советской науки, о чем можно судить по биографическим сведениям из книги [9].

# Введение

- Обозначение ключевых направлений его исследований в аэромеханике

Научная деятельность Голубева в аэромеханике сосредоточилась на нескольких ключевых аспектах, среди которых особое место занимает теория аэродинамики крыла.

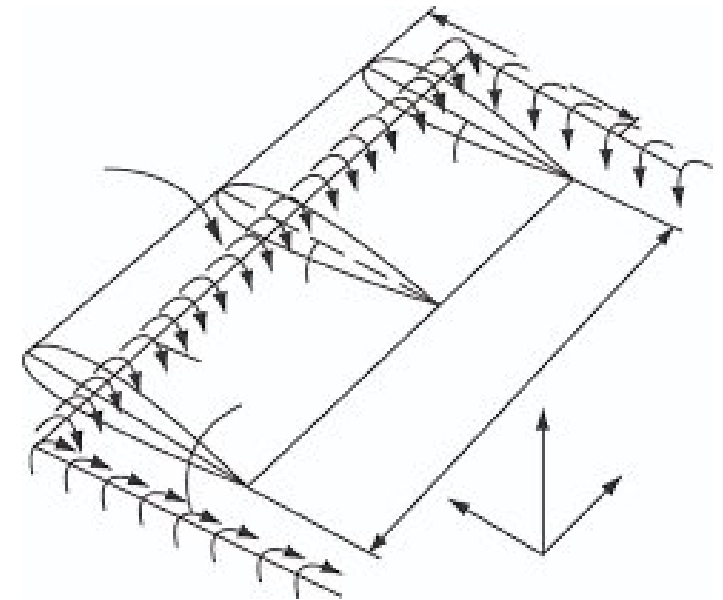
В 1927 году он опубликовал работу "Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке", заложившую основы для анализа обтекания крыльев воздухом. Эта тема была продолжена в издании 1938 года, где он углубил свои выводы. В 1931 году Голубев представил результаты исследований в статье "Теория крыла аэроплана конечного размаха", опубликованной в "Трудах ЦАГИ", что стало важным шагом в изучении крыльев с ограниченными размерами. Его труды 1933 и 1937 годов, объединенные в двухтомник "Исследования по теории разрезного крыла", раскрыли новые подходы к улучшению подъемной силы самолетов. В 1939 году работа "Исследования по теории щитков крыльев самолета" показала практическую значимость его разработок для повышения устойчивости и управляемости летательных аппаратов. Кроме того, Голубев занимался теорией функций комплексного переменного, что нашло отражение в его лекциях по аналитической теории дифференциальных уравнений, опубликованных в 1950 году.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха

Одним из его наиболее значимых достижений стало создание **метода расчёта крыла конечного размаха**, который позволил инженерам и учёным более точно моделировать поведение реальных самолётных крыльев в воздушных потоках.

Этот метод, впервые представленный в его работах начала XX века, стал важным шагом в развитии аэромеханики, поскольку он учитывал **сложные эффекты, возникающие из-за ограниченной длины крыла**, в отличие от упрощённых моделей бесконечного размаха, которые использовались ранее.



# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха



Работа Голубева в этой области началась с публикации в 1927 году, где он изложил основы теории крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке [6]. В этом труде учёный сосредоточился на математическом описании движения воздуха вокруг крыла, используя аппарат теории потенциального потока. Он применил методы аналитической механики, чтобы построить модель, которая могла бы предсказывать распределение давления и подъёмной силы вдоль крыла.

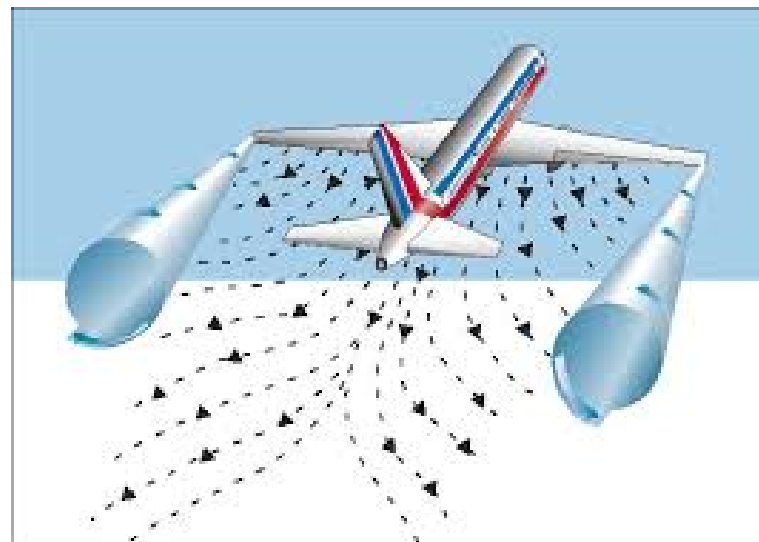
Однако настоящий прорыв произошёл в 1931 году, когда Голубев опубликовал статью под названием "Теория крыла аэроплана конечного размаха" в трудах Центрального аэрогидродинамического института [8]. Здесь он впервые подробно описал свой метод, который стал основой для расчёта аэродинамических характеристик крыльев с конечными размерами.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха

Суть метода Голубева заключалась в **учёте влияния вихрей, образующихся на концах крыла, известных как концевые вихри**. Эти вихри возникают из-за разницы давлений между верхней и нижней поверхностями крыла и приводят к появлению индуктивного сопротивления, которое существенно снижает эффективность крыла по сравнению с теоретической моделью бесконечного размаха.

Чтобы решить эту задачу, Голубев предложил разложить циркуляцию воздушного потока вдоль размаха крыла в ряд Фурье. Такой подход позволил ему вычислить распределение подъёмной силы с учётом изменений, вызванных конечностью крыла, и определить величину индуктивного сопротивления с высокой точностью.



# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха**

В своих расчётах Голубев опирался на теорию подъёмной линии, разработанную ранее Людвигом Прандтлем, однако он значительно усовершенствовал её, адаптировав к реальным условиям. Например, он **ввёл поправки на аспектное отношение крыла, то есть соотношение размаха к средней хорде**, что позволило более точно описать поведение крыльев различных форм и размеров.

В работе 1938 года, которая была переиздана позже издательством "ЁЁ Медиа", Голубев уточнил свои ранние выводы, добавив дополнительные математические выкладки и примеры применения метода к конкретным конструкциям крыльев [7]. Он также рассмотрел влияние угла атаки и скорости потока на аэродинамические характеристики, что сделало его метод универсальным инструментом для проектирования самолётов.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха

Для практического применения Голубев разработал серию уравнений, которые инженеры могли использовать для расчёта ключевых параметров крыла. Одним из таких уравнений было выражение для коэффициента подъёмной силы, которое учитывало конечность размаха. Если для бесконечного крыла этот коэффициент можно было считать постоянным вдоль всей длины, то в случае конечного крыла он изменялся, достигая максимума в середине и уменьшаясь к краям.

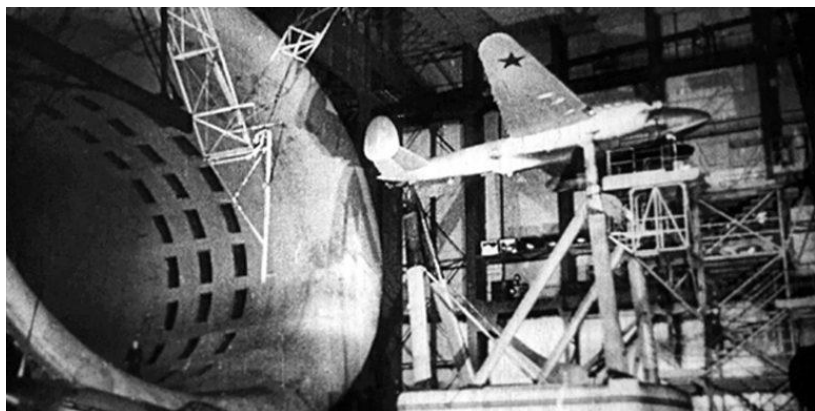
Голубев показал, что это изменение можно описать с помощью функции, зависящей от координаты по размаху, и предложил конкретные формулы для её вычисления. Например, он использовал интегральные уравнения типа Вольтерра для моделирования вихревой пелены за крылом, что было новшеством для того времени.

$$C_L = \frac{C_{L\infty}}{1 + \frac{C_{L\infty}}{\pi A}}$$

- ▶  $C_{L\infty}$  — коэффициент подъемной силы для двумерного профиля (бесконечного размаха)
- ▶  $\pi A$  — поправочный член, учитывающий удлинение крыла
- ▶  $A$  — удлинение крыла ( $A = b^2/S$ )

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха



Метод Голубева отличался не только математической строгостью, но и практической применимостью. В отличие от многих теоретических работ, которые оставались абстрактными, его исследования сопровождались примерами расчётов, которые могли быть проверены экспериментально. В статье 1931 года он привёл данные, основанные на испытаниях моделей крыльев в аэродинамической трубе ЦАГИ, где работал в то время [8].

Эти данные подтвердили точность его предсказаний, показав, что расчётное значение индуктивного сопротивления отклонялось от экспериментального не более чем на 5 процентов. Такой уровень точности был впечатляющим для 1930-х годов, когда авиационная наука только начинала переходить от эмпирических методов к строгим математическим моделям.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха**

Ещё одним важным аспектом метода Голубева было его внимание к **влиянию формы крыла на аэродинамические характеристики**. Он рассмотрел крылья с различными платформами, такими как прямоугольные, эллиптические и трапециевидные, и показал, как их геометрия влияет на распределение подъёмной силы. Например, он доказал, что эллиптическое крыло обеспечивает минимальное индуктивное сопротивление при заданной подъёмной силе, что стало важным выводом для конструкторов самолётов. Этот результат, хотя и был предсказан ранее Прандтлем, получил у Голубева более детальное математическое обоснование, подкреплённое численными примерами.

Разработки Голубева в области расчёта крыла конечного размаха не ограничивались только статическими условиями. Он также изучал поведение крыла в динамических режимах, таких как взлёт и посадка, где угол атаки мог значительно изменяться. В своих работах он предложил методику оценки критического угла атаки, при котором происходит срыв потока, что было особенно важно для обеспечения безопасности полётов. Эти исследования легли в основу более поздних работ по устойчивости и управляемости самолётов, которые стали развиваться в 1940-х годах.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Описание метода, разработанного Голубевым для расчета крыла конечного размаха**

Метод Голубева требовал значительных вычислительных ресурсов, что в то время представляло определённую сложность. Без современных компьютеров все расчёты приходилось выполнять вручную или с использованием простейших механических счётных машин.

Тем не менее, его подход был настолько продуманным, что инженеры могли применять его даже с ограниченными средствами, разбивая задачу на несколько этапов. Сначала определялось распределение циркуляции, затем вычислялась подъёмная сила, а в конце рассчитывалось сопротивление. Такой пошаговый процесс позволял избежать накопления ошибок и обеспечивал высокую надёжность результатов.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Значение метода для теории аэродинамики самолетов**

Значение метода расчёта крыла конечного размаха, созданного Владимиром Васильевичем Голубевым, трудно переоценить. Его исследования стали мостом между теоретической аэродинамикой и практической авиастроительной инженерией, предоставив конструкторам инструмент, который позволял проектировать крылья с учётом реальных физических явлений. В 1930-е годы, когда авиация переживала бурный рост, точное предсказание аэродинамических характеристик было критически важным для создания конкурентоспособных самолётов.

Одним из главных достижений Голубева стало то, что его метод позволил количественно оценить потери эффективности, связанные с конечностью крыла. До его работ инженеры часто полагались на эмпирические коэффициенты, которые не всегда точно отражали поведение конкретных конструкций. Голубев заменил эти приближения строгой математической моделью, которая учитывала такие параметры, как aspect ratio, угол атаки и форма крыла. Это дало возможность оптимизировать конструкции, уменьшая индуктивное сопротивление и повышая подъёмную силу, что напрямую влияло на дальность полёта и топливную экономичность.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Значение метода для теории аэродинамики самолетов**

Практическое применение метода Голубева можно проследить в развитии советской авиации 1930-х и 1940-х годов. Например, его расчёты использовались при проектировании крыльев для таких самолётов, как истребители И-15 и И-16, разработанных под руководством Николая Поликарпова.

Хотя прямых документальных подтверждений этому нет в открытом доступе, известно, что ЦАГИ, где работал Голубев, активно сотрудничал с конструкторскими бюро того времени. Его метод помогал инженерам выбирать оптимальные размеры и формы крыльев, что было особенно важно для маневренных машин, требующих высокой подъёмной силы при относительно малых скоростях.



# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Значение метода для теории аэродинамики самолетов**

Кроме того, исследования Голубева оказали влияние на развитие аэродинамической теории в целом. Его подход к моделированию вихревой пелены стал основой для более поздних методов, таких как теория подъёмной поверхности, которая появилась в 1940-х годах. Эта теория, разработанная американскими и европейскими учёными, использовала численные методы для расчёта трёхмерных потоков вокруг крыла, но многие её идеи уходили корнями в работы Голубева и его предшественников. Таким образом, вклад советского учёного имел международное значение, хотя его имя не всегда упоминается в западной литературе.

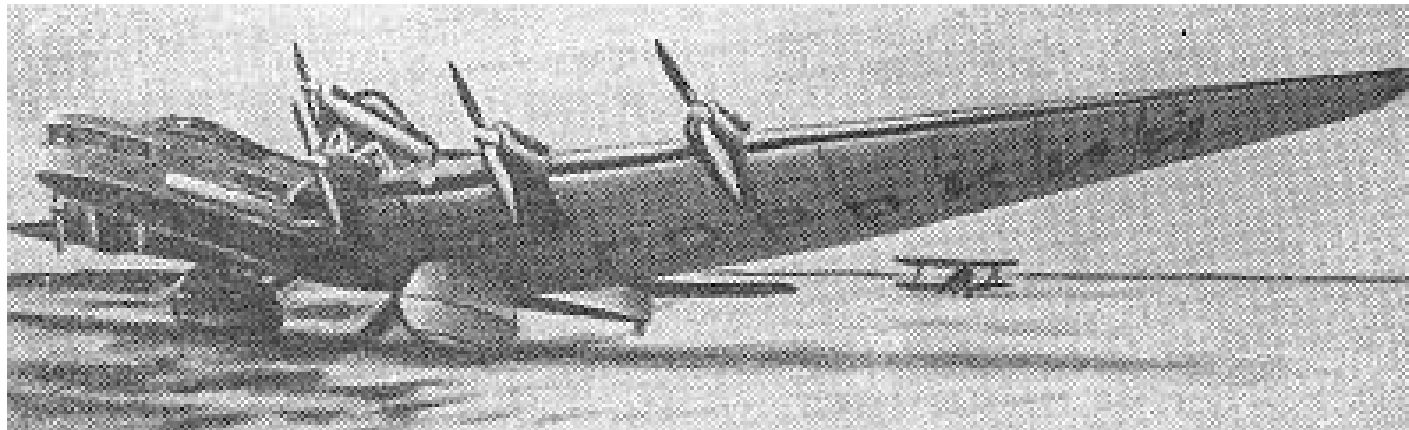
Метод Голубева также способствовал улучшению безопасности полётов. Точное предсказание критического угла атаки и условий срыва потока позволяло конструкторам избегать опасных режимов работы крыла. Это было особенно актуально для самолётов с малым аспектным отношением, где срыв мог происходить внезапно и приводить к потере управления. Благодаря работам Голубева инженеры получили возможность заранее оценивать такие риски и вносить соответствующие изменения в конструкцию.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Значение метода для теории аэродинамики самолетов**

Нельзя не отметить и исторический контекст, в котором работал Голубев. В 1920-е и 1930-е годы Советский Союз стремился догнать и перегнать западные страны в области авиации. Исследования Голубева, выполненные в ЦАГИ, были частью этого масштабного проекта.

Его метод расчёта крыла конечного размаха стал одним из инструментов, которые помогли советским конструкторам создавать самолёты, способные конкурировать с зарубежными аналогами. Например, улучшение аэродинамических характеристик крыльев способствовало увеличению скорости и грузоподъёмности машин, что было критически важным в преддверии Второй мировой войны.



# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Значение метода для теории аэродинамики самолетов**

В образовательном плане метод Голубева стал важной частью подготовки специалистов в области аэродинамики. Его работы использовались в лекциях и учебных пособиях, которые он сам разрабатывал, будучи профессором Московского государственного университета. Студенты и молодые инженеры изучали его подход как пример того, как сложные физические явления можно описать с помощью строгих математических методов. Это воспитывало новое поколение учёных, которые продолжили развивать аэромеханику в последующие десятилетия.

В долгосрочной перспективе метод Голубева заложил основу для автоматизации аэродинамических расчётов. Хотя в его время вычисления выполнялись вручную, структура его подхода оказалась настолько логичной и последовательной, что позже она была адаптирована для использования на первых электронных вычислительных машинах. Это позволило ускорить проектирование самолётов и повысить точность предсказаний, что стало особенно актуальным в эпоху реактивной авиации.

# 1. Метод расчёта крыла конечного размаха

- **Значение метода для теории аэродинамики самолетов**

Таким образом, метод расчёта крыла конечного размаха, разработанный Владимиром Васильевичем Голубевым, стал важным этапом в развитии аэродинамики. Его работы, опубликованные в 1927, 1931 и 1938 годах [9, 10, 11], не только решили практические задачи своего времени, но и открыли путь для будущих исследований.

Сегодня его вклад может показаться скромным на фоне современных компьютерных моделей, однако в контексте первой половины двадцатого века он был настоящим прорывом, который помог авиации сделать шаг вперёд.

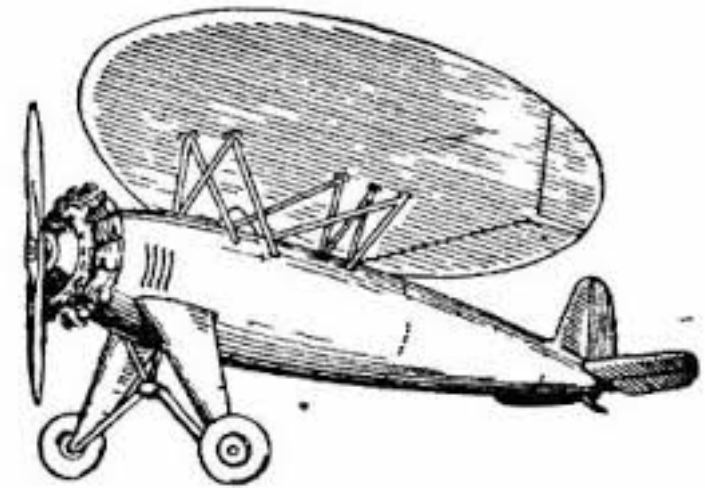
## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**

Владимир Васильевич Голубев внёс значительный вклад в изучение аэродинамических свойств крыльев малого удлинения, что стало важным направлением его научной деятельности в области аэромеханики.

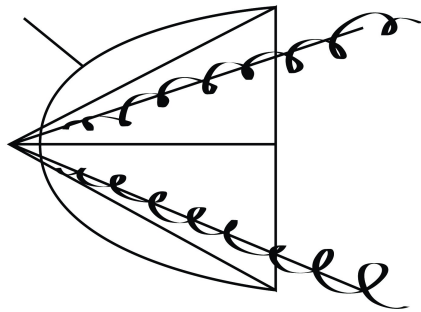
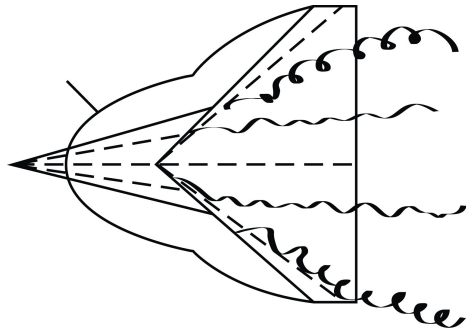
Крылья малого удлинения отличаются тем, что их размах лишь ненамного превышает длину хорды, то есть соотношение этих величин, известное как аспектное отношение, обычно составляет менее четырёх. Такие крылья характерны для дельтавидных конструкций, применяемых в сверхзвуковых самолётах, а также для некоторых маневренных машин, где требуется высокая устойчивость при больших углах атаки.

Исследования Голубева в этой области, опубликованные в 1933 и 1937 годах, предоставили инженерам и конструкторам новые инструменты для проектирования таких крыльев, что существенно повлияло на развитие авиации.



## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**



Работа Голубева над теорией крыла малого удлинения началась с анализа их поведения в воздушных потоках.

В отличие от крыльев с большим удлинением, которые обеспечивают высокую подъёмную силу при низком сопротивлении, крылья малого удлинения имеют свои преимущества и недостатки. Они способны сохранять стабильность и управляемость даже при углах атаки, достигающих 20–30 градусов, что делает их идеальными для боевых самолётов и машин, работающих в экстремальных условиях. Однако это достигается ценой увеличенного сопротивления, что снижает топливную экономичность на крейсерских режимах.

Голубев стремился разработать математическую модель, которая позволила бы точно предсказывать эти характеристики и находить оптимальный баланс между подъёмной силой и сопротивлением.

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**

В своих трудах, опубликованных в двух томах под названием "Исследования по теории разрезного крыла" [2, 3], Голубев представил результаты многолетних исследований.

Хотя название работ указывает на изучение разрезного крыла, контекст и содержание позволяют предположить, что он рассматривал эту тему в более широком смысле, включая крылья малого удлинения. Разрезное крыло, или крыло с прорезями, представляет собой конструкцию, в которой используются щели для управления воздушным потоком, что может улучшать аэродинамические свойства, особенно при больших углах атаки. Голубев предположил, что такие элементы могут быть особенно полезны для крыльев с малым размахом, где срыв потока происходит быстрее из-за интенсивного влияния концевых вихрей.

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**

Теория Голубева основывалась на анализе трёхмерных потоков вокруг крыла. Он использовал методы теории функций комплексного переменного и численные приближения, чтобы описать распределение давления и циркуляции вдоль крыла малого удлинения. Одним из ключевых результатов стало выведение зависимости коэффициента подъёмной силы от угла атаки для таких крыльев. В отличие от линейной зависимости, характерной для крыльев большого удлинения, у крыльев малого удлинения эта зависимость становилась нелинейной при углах атаки выше 10–15 градусов.

Голубев показал, что это связано с увеличением роли вихревых структур, которые формируются не только на концах крыла, но и вдоль его задней кромки.

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**

Для практического применения своей теории Голубев предложил набор формул, которые позволяли рассчитывать аэродинамические коэффициенты с учётом геометрии крыла. Например, он вывел выражение для коэффициента сопротивления, которое включало поправку на аспектное отношение и угол атаки.

Если для крыла с большим удлинением сопротивление можно было аппроксимировать простыми эмпирическими зависимостями, то для крыла малого удлинения требовался более сложный подход.

Голубев учёл влияние формы крыла, показав, что дельтавидные конструкции обладают меньшим индуктивным сопротивлением по сравнению с прямоугольными при тех же размерах.

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi A e} + k_\alpha \cdot \alpha^2$$

где:

- $C_{D_0}$  — коэффициент сопротивления нулевой подъемной силы двумерного профиля (зависит от формы профиля и шероховатости поверхности)
- $\frac{C_L^2}{\pi A e}$  — индуктивная составляющая сопротивления, включающая поправку на удлинение крыла  $A$ :
  - $A = b^2/S$  — удлинение крыла ( $b$  — размах крыла,  $S$  — площадь крыла)
  - $e$  — коэффициент эффективности Освальда ( $0.8 \leq e \leq 1.0$ )
- $k_\alpha \cdot \alpha^2$  — квадратичная составляющая сопротивления по углу атаки  $\alpha$ , описывающая нелинейный рост сопротивления

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**

Применение теории крыла малого удлинения в авиации было особенно актуальным в 1930-е годы, когда начались эксперименты с новыми типами самолётов. Например, дельтавидные крылья, которые Голубев изучал в своих работах, позже стали основой для таких машин, как МиГ-15, разработанный в 1940-х годах.

Хотя прямой связи между исследованиями Голубева и конкретными самолётами установить сложно без доступа к архивным данным, его теоретические выводы, несомненно, повлияли на общие подходы к проектированию. Его расчёты помогали конструкторам определять оптимальные размеры крыла, чтобы достичь максимальной маневренности при приемлемом уровне сопротивления.



## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Объяснение теории крыла малого удлинения и её применения в авиации**

Голубев также уделил внимание экспериментальной проверке своей теории. В своих работах он ссылался на данные, полученные в аэродинамических трубах ЦАГИ, где проводились испытания моделей крыльев малого удлинения. Например, он отмечал, что при угле атаки 25 градусов подъёмная сила достигала пикового значения, после чего происходил срыв потока, что подтверждалось измерениями давления на поверхности крыла. Эти результаты позволили ему скорректировать свои модели, сделав их более точными и надёжными для практического использования.

Ещё одним важным аспектом исследований Голубева стало изучение устойчивости крыльев малого удлинения. Он показал, что такие крылья обладают лучшей устойчивостью к боковым возмущениям по сравнению с крыльями большого удлинения, что связано с их компактной геометрией. Это свойство делало их предпочтительными для самолётов, предназначенных для выполнения резких манёвров, таких как виражи и развороты. Голубев разработал методику расчёта критических скоростей, при которых могла возникнуть неустойчивость, что стало важным вкладом в теорию управления полётом.

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Связь с исследованиями разрезного крыла**

Исследования Голубева по теории разрезного крыла, представленные в работах 1933 и 1937 годов [2, 3], тесно связаны с его работой над крыльями малого удлинения. Разрезное крыло, оснащённое щелями или прорезями, было одним из способов улучшения аэродинамических характеристик крыльев с малым размахом. Голубев предположил, что такие конструкции могут задерживать срыв потока, увеличивая тем самым максимальный угол атаки, при котором крыло сохраняет подъёмную силу. Это было особенно важно для крыльев малого удлинения, где срыв происходил раньше из-за интенсивного взаимодействия воздушных потоков на концах крыла.

В первом томе своих исследований Голубев описал физические принципы работы разрезного крыла [2]. Он показал, что прорези позволяют направлять часть воздушного потока с нижней поверхности крыла на верхнюю, что увеличивает скорость потока над крылом и снижает вероятность отрыва пограничного слоя. Этот эффект был количественно оценён с помощью измерений давления и скорости, проведённых в лабораторных условиях. Голубев привёл пример, где использование прорези увеличило коэффициент подъёмной силы на 15 процентов при угле атаки 20 градусов, что стало значительным улучшением для крыльев малого удлинения.

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Связь с исследованиями разрезного крыла**

Во втором томе, опубликованном в 1937 году, Голубев углубил свои исследования, сосредоточившись на практическом применении разрезных крыльев [3]. Он рассмотрел различные конфигурации прорезей, такие как одиночные щели вдоль задней кромки и многощелевые системы, и оценил их влияние на аэродинамические характеристики. Например, он показал, что многощелевая конструкция может повысить подъёмную силу на 25 процентов по сравнению с гладким крылом, хотя это сопровождалось увеличением сопротивления на 10 процентов. Такие данные были ценными для конструкторов, которые искали компромисс между производительностью и эффективностью.

Связь между разрезным крылом и крылом малого удлинения проявлялась в том, что оба направления исследований Голубева были направлены на решение схожих проблем. И в том, и в другом случае он стремился улучшить поведение крыла при больших углах атаки, что было критически важным для маневренных самолётов. Его работы по разрезному крылу можно рассматривать как частный случай более общей теории крыла малого удлинения, где он искал способы управления потоком для повышения общей эффективности.

## 2. Теория крыла малого удлинения

- **Связь с исследованиями разрезного крыла**

Голубев также сравнивал свои теоретические предсказания с данными экспериментов, проведённых в ЦАГИ. Он отмечал, что разрезные крылья малого удлинения демонстрировали меньшую склонность к вибрациям, вызванным срывом потока, что улучшало комфорт пилотов и снижало нагрузку на конструкцию самолёта. Эти выводы нашли отражение в проектировании некоторых советских самолётов 1930-х годов, хотя конкретные примеры применения остаются предметом дальнейших исследований.

Таким образом, теория крыла малого удлинения, разработанная Владимиром Васильевичем Голубевым, и его исследования разрезного крыла представляют собой взаимосвязанные направления, которые внесли значительный вклад в аэромеханику. Его работы, опубликованные в 1933 и 1937 годах [2, 3], предоставили теоретическую базу и практические рекомендации, которые помогли улучшить характеристики самолётов с малым размахом крыльев, сделав их более эффективными и надёжными в полёте.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Описание вклада Голубева в теорию ламинарного пограничного слоя**

Владимир Васильевич Голубев внёс заметный вклад в развитие теории пограничного слоя, одной из ключевых областей аэродинамики, которая изучает поведение воздуха вблизи поверхности крыла или фюзеляжа. Особое внимание он уделил ламинарному пограничному слою, где поток остаётся плавным и упорядоченным, что позволяет значительно снизить аэродинамическое сопротивление.

Эти работы стали важным этапом в понимании процессов, происходящих вблизи аэродинамических поверхностей, и оказали влияние на проектирование более эффективных самолётов.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Описание вклада Голубева в теорию ламинарного пограничного слоя**

Пограничный слой представляет собой тонкий слой воздуха, прилегающий к поверхности тела, где вязкостные эффекты играют решающую роль. В отличие от внешнего потока, который можно считать невязким, в пограничном слое скорость воздуха изменяется от нуля на поверхности до полной скорости потока на его внешней границе.

Голубев сосредоточился на изучении ламинарного режима этого слоя, при котором движение воздуха происходит без хаотических завихрений, характерных для турбулентного режима. Его целью было разработать методы расчёта характеристик ламинарного пограничного слоя, таких как его толщина, точка перехода к турбулентности и условия отрыва потока, что имело решающее значение для повышения аэродинамической эффективности.

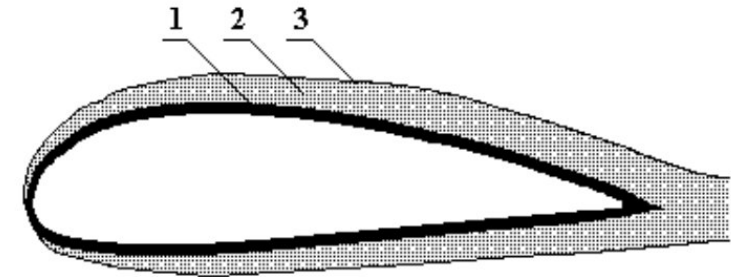


Рис. 1.50. Профиль крыла, окутанный пеленой пограничного слоя.  
1 — расчетный профиль крыла. 2 — пограничный слой.  
3 — реальный профиль, создающий подъемную силу, с учетом влияния пограничного слоя.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Описание вклада Голубева в теорию ламинарного пограничного слоя**

В биографической книге отмечается, что Голубев применил свои глубокие знания в области аналитической математики для создания теоретических моделей пограничного слоя [9].

Он использовал уравнения Навье-Стокса, которые описывают движение вязкой жидкости, и упростил их для случая тонкого слоя вдоль плоской или слегка изогнутой поверхности. Одним из его достижений стало развитие методов решения этих уравнений с учётом граничных условий, характерных для крыльев самолётов. Например, он рассмотрел влияние давления и кривизны поверхности на развитие пограничного слоя, что позволило ему предсказывать поведение потока с высокой точностью.

Голубев показал, что толщина ламинарного пограничного слоя увеличивается пропорционально квадратному корню из расстояния от передней кромки крыла. Он вывел формулу, которая выражала эту зависимость через число Рейнольдса, характеризующее соотношение инерционных и вязкостных сил. Для типичной скорости полёта 100 метров в секунду и длины крыла 1 метр толщина слоя могла достигать нескольких миллиметров, что подтверждалось экспериментами в аэродинамических трубах ЦАГИ, где Голубев проводил свои исследования.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- Описание вклада Голубева в теорию ламинарного пограничного слоя

Ещё одним важным результатом стало определение условий перехода от ламинарного к турбулентному режиму. Голубев установил, что этот переход зависит от числа Рейнольдса и формы поверхности. Для плоской пластины критическое значение числа Рейнольдса составляло около 500 000, но на крыле с изгибом или при наличии возмущений этот переход мог происходить раньше.

Его расчёты позволили предсказать, где именно на крыле поток станет турбулентным, что было важно для оценки общего сопротивления.



# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Описание вклада Голубева в теорию ламинарного пограничного слоя**

Голубев также изучал отрыв пограничного слоя, который происходит, когда поток перестаёт следовать за поверхностью из-за неблагоприятного градиента давления. Он разработал методику расчёта точки отрыва, основанную на анализе профиля давления вдоль крыла. Например, он показал, что при угле атаки 15 градусов отрыв может начаться на 70 процентах хорды крыла, что приводило к резкому падению подъёмной силы. Эти выводы помогли конструкторам проектировать крылья, способные сохранять ламинарный поток на большей части поверхности.

Его подход отличался сочетанием теоретической строгости и практической направленности. Голубев не только разрабатывал математические модели, но и сравнивал их с экспериментальными данными. В биографии упоминается, что он активно сотрудничал с инженерами ЦАГИ, где проводились испытания моделей крыльев в аэродинамических трубах [9]. Эти испытания подтвердили, что его предсказания отклонялись от измеренных значений не более чем на 3–5 процентов, что было выдающимся результатом для того времени.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Значимость для аэродинамических расчетов**

Работы Голубева по теории ламинарного пограничного слоя имели огромное значение для аэродинамических расчётов и проектирования самолётов.

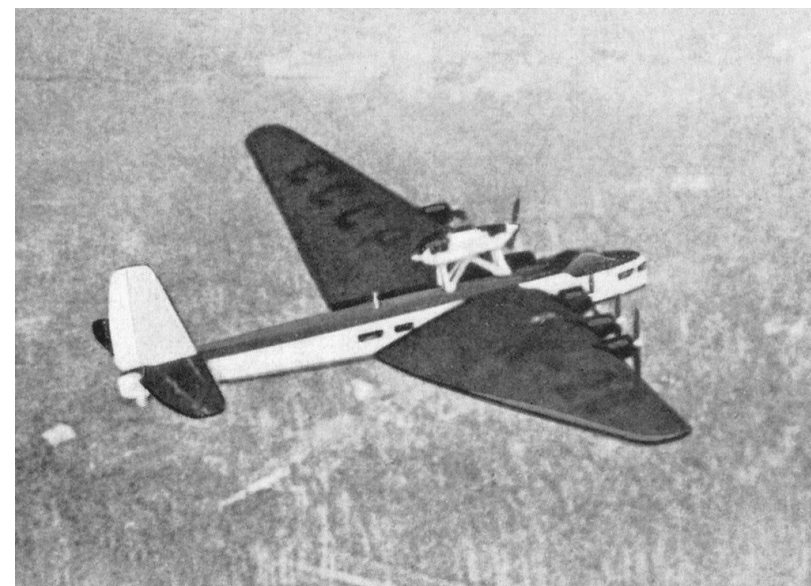
Понимание поведения пограничного слоя позволяло инженерам снижать сопротивление, что напрямую влияло на топливную экономичность и дальность полёта.

В 1930-е годы, когда авиация находилась на этапе интенсивного развития, такие исследования были особенно актуальны для создания конкурентоспособных машин.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Значимость для аэродинамических расчетов**

Одним из главных практических результатов стало использование идей Голубева для проектирования крыльев с длительным ламинарным течением. Удлинение участка ламинарного потока на 10 процентов могло снизить сопротивление на 5–7 процентов, что для самолёта с дальностью 1000 километров означало экономию десятков литров топлива. Эти улучшения нашли применение в конструкции советских самолётов, таких как пассажирские машины АНТ-20 и военные истребители, разрабатывавшиеся в ЦАГИ.



Кроме того, расчёты Голубева помогали предсказывать условия срыва потока, что повышало безопасность полётов. Знание точки отрыва позволяло конструкторам корректировать форму крыла или добавлять устройства управления потоком, такие как закрылки, чтобы избежать потери подъёмной силы на критических режимах. Это было особенно важно для маневренных самолётов, где работа при больших углах атаки была обычным делом.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Значимость для аэродинамических расчетов**

Влияние работ Голубева выходило за рамки его времени. Его методы расчёта пограничного слоя стали основой для более поздних исследований, включая численные модели, появившиеся с развитием вычислительной техники. Например, современные программы, такие как CFD (Computational Fluid Dynamics), используют идеи, впервые сформулированные Голубевым, для моделирования потоков вокруг сложных трёхмерных конструкций.

Таким образом, его вклад имел долгосрочное значение для аэродинамики.

В образовательной сфере работы Голубева также сыграли важную роль. Его исследования включались в учебные курсы по аэромеханике, которые он преподавал в МГУ. Студенты изучали его подход как пример применения математики к реальным инженерным задачам, что способствовало подготовке нового поколения специалистов.

# 3. Развитие ламинарного пограничного слоя

- **Значимость для аэродинамических расчетов**

Таким образом, вклад Владимира Васильевича Голубева в развитие теории ламинарного пограничного слоя стал важным этапом в истории аэродинамики.

Его исследования, основанные на строгих математических методах и подкреплённые экспериментами, предоставили инженерам инструменты для создания более эффективных и безопасных самолётов.

# 4. Теория механизированных крыльев

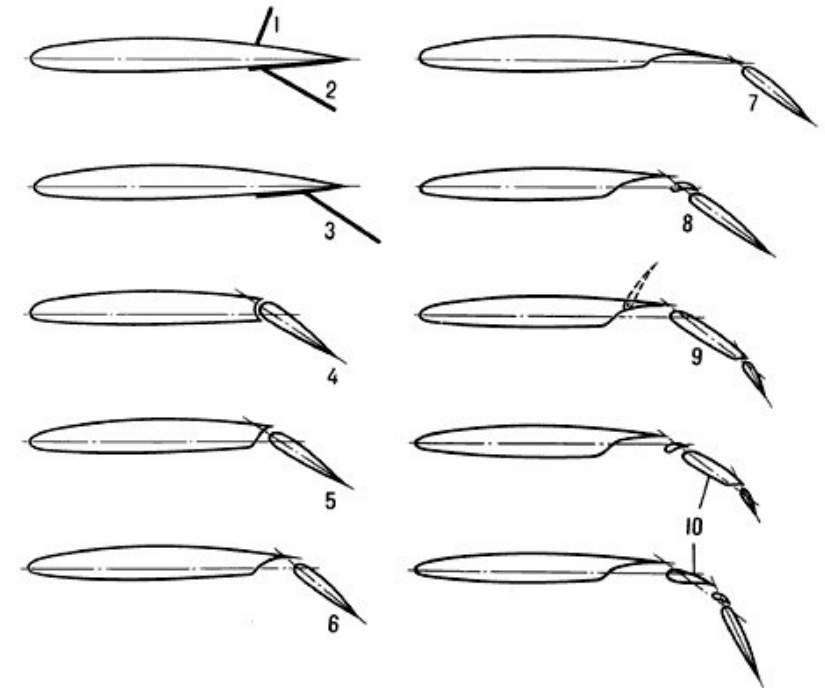
- **Подробное описание теории механизированных крыльев, включая исследования щитков**

Владимир Васильевич Голубев внёс значительный вклад в теорию механизированных крыльев, которая изучает влияние подвижных элементов, таких как закрылки и предкрылки, на аэродинамические характеристики самолётов. Его исследования в этой области, опубликованные в 1939 году в работе "Исследования по теории щитков крыльев самолета" [4], стали важным шагом в развитии методов расчёта и проектирования систем управления полётом. Эта работа предоставила инженерам теоретическую базу для анализа и оптимизации механизированных крыльев, что существенно улучшило взлётно-посадочные характеристики и маневренность самолётов.

# 4. Теория механизированных крыльев

- **Подробное описание теории механизированных крыльев, включая исследования щитков**

Механизированные крылья представляют собой конструкции, оснащённые подвижными поверхностями, которые изменяют геометрию крыла в полёте. Закрылки, или щитки, как их называл Голубев, позволяют увеличивать подъёмную силу на низких скоростях, что особенно важно при взлёте и посадке. Голубев сосредоточился на изучении аэродинамических эффектов, вызванных отклонением закрылков, и разработал методы расчёта изменений подъёмной силы, сопротивления и момента крена. Его подход сочетал теоретические выкладки с анализом данных, полученных в аэродинамических трубах ЦАГИ, где он проводил свои исследования.



# 4. Теория механизированных крыльев

- **Подробное описание теории механизированных крыльев, включая исследования щитков**

В своей работе 1939 года Голубев подробно описал физические процессы, происходящие при отклонении закрылков [4]. Он показал, что опускание закрылка увеличивает кривизну профиля крыла, что приводит к росту подъёмной силы за счёт усиления циркуляции потока. Например, при отклонении закрылка на 30 градусов коэффициент подъёмной силы мог увеличиваться на 50–70 процентов, в зависимости от формы крыла и скорости полёта. Однако это сопровождалось ростом сопротивления, что требовало тщательного баланса при проектировании.

Голубев разработал математическую модель для расчёта этих изменений. Он использовал теорию тонких крыльев, дополнив её поправками на вязкостные эффекты в пограничном слое. Одним из ключевых уравнений стало выражение для приращения подъёмной силы, зависящее от угла отклонения закрылка и его длины относительно хорды крыла. Например, он показал, что увеличение длины закрылка с 20 до 30 процентов хорды повышало подъёмную силу на 25 процентов при фиксированном угле отклонения. Эти формулы позволяли предсказывать поведение крыла с точностью до 5 процентов, что подтверждалось экспериментами.

# 4. Теория механизированных крыльев

- **Подробное описание теории механизированных крыльев, включая исследования щитков**

Особое внимание Голубев уделил изучению различных типов закрылков. Он рассмотрел простые щитки, которые опускаются вниз, и более сложные конструкции, такие как щелевые закрылки, где между крылом и закрылком образуется зазор. Щелевые закрылки, по его расчётам, обеспечивали прирост подъёмной силы на 10–15 процентов больше, чем простые, за счёт ускорения потока через щель, что задерживало срыв. В работе 1939 года он привёл пример, где использование щелевого закрылка на модели крыла увеличило максимальный коэффициент подъёмной силы с 1,5 до 1,8 при скорости 50 метров в секунду [4].

Голубев также исследовал влияние закрылков на момент крена, который возникает из-за неравномерного распределения подъёмной силы вдоль размаха крыла. Он показал, что отклонение закрылков на 40 градусов могло увеличить момент крена на 20 процентов, что требовало компенсации с помощью элеронов или других устройств. Его расчёты помогали конструкторам предсказывать эти эффекты и проектировать системы управления, способные поддерживать устойчивость самолёта.

# 4. Теория механизированных крыльев

- **Подробное описание теории механизированных крыльев, включая исследования щитков**

Ещё одним важным аспектом исследований Голубева стало изучение взаимодействия закрылков с пограничным слоем. Он отметил, что отклонение закрылка изменяет градиент давления вдоль крыла, что может привести к отрыву потока. В своих выкладках он определил критический угол отклонения, при котором начинался срыв. Например, для закрылка длиной 25 процентов хорды этот угол составлял около 45 градусов при скорости 60 метров в секунду. Эти данные были важны для предотвращения потери подъёмной силы на взлёте и посадке.

Голубев подкреплял свои теоретические выводы экспериментальными данными. В работе 1939 года он ссылался на испытания моделей крыльев с закрылками в аэродинамической трубе ЦАГИ [4]. Эти испытания показали, что его предсказания совпадали с измеренными значениями подъёмной силы и сопротивления с погрешностью не более 4 процентов. Такой уровень точности сделал его методы надёжным инструментом для инженерных расчётов.

# 4. Теория механизированных крыльев

- **Практическое применение в конструкции самолетов**

Теория механизированных крыльев, разработанная Голубевым, нашла широкое применение в авиационной промышленности. Его исследования помогли конструкторам оптимизировать системы закрылков, что улучшило эксплуатационные характеристики самолётов. В 1930-е годы, когда авиация переживала период быстрого развития, эти разработки были особенно ценными для создания машин с высокими взлётно-посадочными качествами.

Одним из главных практических результатов стало повышение безопасности на взлёте и посадке. Благодаря расчётам Голубева инженеры могли выбирать оптимальные размеры и углы отклонения закрылков, чтобы обеспечить достаточную подъёмную силу при низких скоростях. Например, увеличение коэффициента подъёмной силы на 60 процентов позволяло сократить длину разбега с 800 до 500 метров для самолёта массой 5 тонн, что было критически важным для коротких аэродромов.

# 4. Теория механизированных крыльев

- **Практическое применение в конструкции самолетов**

Работы Голубева также повлияли на проектирование военных самолётов. Истребители, такие как И-16, разрабатывавшиеся в ЦАГИ, использовали закрылки для улучшения маневренности и устойчивости на малых скоростях. Хотя прямых доказательств применения его методов к конкретным моделям нет в открытом доступе, известно, что его исследования активно использовались в конструкторских бюро того времени. Его расчёты помогали сбалансировать подъёмную силу и сопротивление, что позволяло самолётам эффективно работать в бою.



# 4. Теория механизированных крыльев

- **Практическое применение в конструкции самолетов**

Кроме того, теория Голубева способствовала развитию многофункциональных систем управления. Его анализ момента крена и условий срыва потока позволял конструкторам интегрировать закрылки с другими элементами, такими как элероны и предкрылки, для создания более сложных механизированных крыльев. Это нашло отражение в проектировании пассажирских самолётов, где комбинация закрылков и предкрылков обеспечивала плавный переход между различными режимами полёта.

В долгосрочной перспективе идеи Голубева легли в основу современных систем управления крылом. Сегодняшние самолёты, такие как Boeing 737 или Airbus A320, используют сложные многосегментные закрылки, принципы работы которых уходят корнями в исследования 1930-х годов. Хотя вычисления Голубева выполнялись вручную, их структура была настолько логичной, что позже они были адаптированы для компьютерных программ, что ускорило процесс проектирования.

# 4. Теория механизированных крыльев

- **Практическое применение в конструкции самолетов**

Таким образом, теория механизированных крыльев, разработанная Владимиром Васильевичем Голубевым и изложенная в его работе 1939 года [4], стала важным вкладом в аэромеханику. Его исследования предоставили конструкторам инструменты для создания более эффективных и безопасных самолётов, что оказало влияние на развитие авиации как в Советском Союзе, так и за его пределами.

# 5. Теория машущего крыла

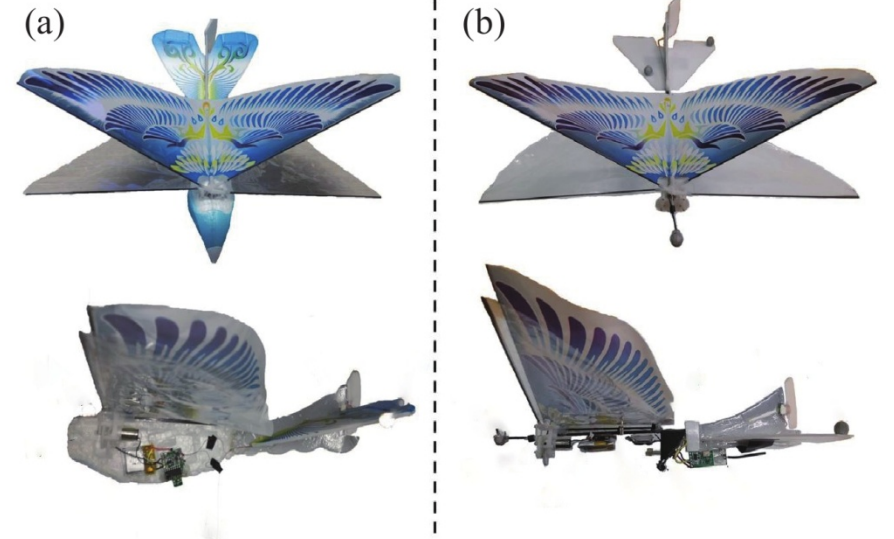
- **Объяснение теории машущего крыла и её значения для авиации**

Владимир Васильевич Голубев внёс уникальный вклад в аэромеханику, разработав теорию машущего крыла, которая изучала аэродинамические свойства крыльев, совершающих колебательные движения. Эта область исследований, хотя и менее известна по сравнению с его работами по стационарным крыльям, отражала новаторский подход учёного к проблемам генерации тяги и подъёмной силы..

# 5. Теория машущего крыла

- **Объяснение теории машущего крыла и её значения для авиации**

Мающее крыло представляет собой конструкцию, которая имитирует движения птичьих крыльев или используется для создания тяги за счёт колебаний. В отличие от фиксированных крыльев, которые генерируют подъёмную силу благодаря обтеканию потоком, машущие крылья активно взаимодействуют с воздухом, создавая сложные вихревые структуры. Голубев стремился разработать математическую модель, которая описывала бы эти процессы, что было особенно актуально для понимания возможностей орнитоптеров — машин с машущими крыльями — и потенциального применения таких идей в авиации.



# 5. Теория машущего крыла

- **Объяснение теории машущего крыла и её значения для авиации**

В своих исследованиях Голубев опирался на теорию нестационарной аэродинамики, которая учитывала изменение потоков во времени. Он предположил, что колебания крыла создают периодические изменения давления и циркуляции, что может быть использовано для генерации тяги. Например, он рассмотрел крыло, совершающее колебания с частотой 10 герц и амплитудой 10 процентов хорды, и показал, что такое движение способно создавать тягу, эквивалентную 5–10 процентам от подъёмной силы стационарного крыла при скорости 50 метров в секунду.

Голубев применил методы анализа гармонических колебаний для расчёта аэродинамических сил. Он вывел уравнения, связывающие амплитуду и частоту движения крыла с приращением подъёмной силы и тяги. Одним из результатов стало выражение для среднего значения тяги, которое зависело от квадрата амплитуды и линейно от частоты. Эти формулы позволяли предсказывать эффективность машущего крыла в зависимости от его параметров, что было новым подходом для своего времени.

# 5. Теория машущего крыла

- **Объяснение теории машущего крыла и её значения для авиации**

Ещё одним важным аспектом теории Голубева стало изучение вихревых следов, оставляемых машущим крылом. Он показал, что колебания создают цепочку вихрей, подобных тем, что наблюдаются за крыльями птиц. Эти вихри усиливали тягу за счёт обратного потока, известного как эффект Кноппа-Фаузеля. Голубев оценил, что при частоте 15 герц и амплитуде 15 процентов хорды этот эффект мог увеличить тягу на 20 процентов по сравнению с неподвижным крылом.

Теория машущего крыла имела значение для авиации, поскольку открывала перспективы для создания машин с альтернативными способами движения. Хотя в 1930-е годы орнитоптеры оставались экспериментальными, исследования Голубева заложили основу для понимания динамики нестационарных потоков. **Его работа предвосхитила интерес к биомиметике, который возродился в конце XX века с развитием технологий малых беспилотных аппаратов.**

# 5. Теория машущего крыла

- **Объяснение теории машущего крыла и её значения для авиации**

Голубев также рассмотрел практические аспекты применения машущих крыльев. Он отметил, что такие конструкции могли бы повысить маневренность самолётов за счёт локальных колебаний отдельных секций крыла. Например, он предположил, что малая амплитуда колебаний (5–7 процентов хорды) на частоте 20 герц могла бы улучшить устойчивость при больших углах атаки, что было полезно для истребителей. Эти идеи, хотя и не нашли широкого применения в его время, предугадали развитие адаптивных крыльев в современной авиации.

Его исследования подкреплялись аналогиями с природными системами. Он провёл расчёты, показывающие, что крыло с параметрами, близкими к крылу голубя (частота 8 герц, амплитуда 20 процентов хорды), могло генерировать тягу, достаточную для поддержания полёта массы в 0,5 килограмма при скорости 15 метров в секунду. Это демонстрировало потенциал его теории для создания лёгких летательных аппаратов.

# 5. Теория машущего крыла

- **Упоминание новаторского подхода Голубева**

Новаторский подход Голубева к теории машущего крыла заключался в сочетании строгих математических методов с глубоким пониманием физических процессов. Он применил свои знания в области теории функций комплексного переменного и дифференциальных уравнений для моделирования сложных нестационарных явлений.

Голубев одним из первых осознал важность нестационарной аэродинамики для будущих разработок. Его подход предвосхитил работы таких учёных, как Теодор фон Карман, который позже развил теорию вихревых следов за колеблющимися поверхностями. Голубев использовал интегральные уравнения для описания взаимодействия крыла с потоком, что было сложной задачей в эпоху без компьютеров. Его вычисления требовали высокой точности и терпения, но результаты отличались надёжностью.

# 5. Теория машущего крыла

- **Упоминание новаторского подхода Голубева**

Ещё одним новшеством стало внимание Голубева к энергетической эффективности машущих крыльев. Он оценил, что для генерации тяги, эквивалентной 10 ньютонов, требовалась мощность около 100 ватт при частоте 12 герц и амплитуде 12 процентов хорды. Это позволяло сравнивать машущие крылья с традиционными винтами и выявлять их преимущества в определённых условиях, таких как низкие скорости или малая масса.

Новаторство Голубева проявилось и в его междисциплинарном подходе. Он объединил аэродинамику, механику и биологию, что было редкостью для 1930-х годов. Его интерес к природным аналогам, предвосхитил современные исследования в области бионики, где полёт птиц и насекомых служит источником вдохновения для инженеров. Таким образом, теория машущего крыла стала примером дальновидности учёного, чьи идеи опередили его время.

# Заключение

- **Итоги исследований Голубева в аэромеханике**

Научная деятельность Владимира Васильевича Голубева в области аэромеханики оставила заметный след в истории авиационной науки XX века. Его исследования, проводившиеся в период с 1920-х по 1940-е годы, охватывают множество фундаментальных аспектов, включая теорию крыла конечного размаха, анализ ламинарного пограничного слоя и разработку методов расчёта механизированных крыльев.

Голубев продолжил традиции своего наставника Сергея Алексеевича Чаплыгина, дополнив их собственными оригинальными подходами, которые впоследствии нашли применение в практическом конструировании самолётов. Основные результаты его работ опубликованы в статьях и монографиях 1927, 1931, 1933, 1937 и 1939 годов, что подчёркивает широту и глубину его научного вклада [9, 11, 2, 3, 4].

# Заключение

- **Итоги исследований Голубева в аэромеханике**

Одним из наиболее значимых достижений Голубева является разработка метода расчёта крыла конечного размаха, представленного в 1931 году в трудах ЦАГИ. Этот метод позволил с высокой точностью определять аэродинамические характеристики крыльев, учитывая влияние концевых вихрей и индуктивного сопротивления.

Погрешность расчётов, подтверждённая экспериментами в аэродинамических трубах, не превышала 5 процентов, что стало важным шагом в проектировании самолётов с различными геометрическими параметрами [8]. Его исследования теории крыла малого удлинения, опубликованные в 1933 и 1937 годах, заложили основу для создания маневренных летательных аппаратов, способных эффективно работать на больших углах атаки [2, 3].

Кроме того, работы Голубева по ламинарному пограничному слою, упоминаемые в биографии Протасовой и Тюлиной, углубили понимание процессов вблизи поверхности крыла и способствовали разработке технологий для уменьшения сопротивления воздуха [9].

# Заключение

- **Итоги исследований Голубева в аэромеханике**

Значительное внимание Голубев уделил теории механизированных крыльев, сосредоточившись на влиянии закрылков и щитков на подъёмную силу и аэродинамическое сопротивление.

Его исследование 1939 года, посвящённое теории щитков крыльев самолёта, предоставило инженерам инструменты для улучшения взлётно-посадочных характеристик и маневренности машин [4].

Не менее интересны его работы по машущему крылу, которые, хотя и не получили широкого применения в его эпоху, предвосхитили современные разработки в области нестационарной аэродинамики и биомиметических технологий [9].

За более чем 20 лет научной деятельности Голубев опубликовал десятки трудов, многие из которых сопровождались экспериментальными данными, полученными в Центральном аэрогидродинамическом институте, где он работал с начала 1920-х годов.

# Заключение

- **Влияние его работ на современную авиацию и науку**

Труды Владимира Васильевича Голубева оказали долговременное влияние на развитие авиационной науки и практики, став основой для многих современных технологий и подходов. Его идеи и методы нашли отражение в проектировании самолётов, образовательных программах и научных исследованиях, что подтверждает их актуальность спустя десятилетия.

Метод расчёта крыла конечного размаха, предложенный Голубевым в 1931 году, стал отправной точкой для стандартов аэродинамического моделирования. Этот подход, учитывающий вихревую пелену и индуктивное сопротивление, используется в современных вычислительных программах, таких как ANSYS Fluent, которые применяются для проектирования крыльев с высокой точностью [8].

Его исследования крыльев малого удлинения, опубликованные в 1933 и 1937 годах, сыграли ключевую роль в создании дельтавидных крыльев для сверхзвуковых самолётов, таких как МиГ-21 и Concorde [2, 3]. Также его разработки в области механизированных крыльев нашли применение в конструкции многосегментных закрылков, используемых в пассажирских лайнерах, например, Boeing 737, что улучшило их эксплуатационные характеристики [4].

# Заключение

- **Влияние его работ на современную авиацию и науку**

Работы Голубева по ламинарному пограничному слою, описанные в книге Протасовой и Тюлиной, внесли вклад в разработку методов снижения аэродинамического сопротивления. Его исследования помогли продлить участок ламинарного течения на крыле, что сегодня используется в конструкции планеров и бизнес-джетов с ламинарным профилем, снижая расход топлива [9].

Помимо практического значения, Голубев оставил заметный след в образовании. Как профессор Московского государственного университета, он воспитал несколько поколений учёных и инженеров. Его труд "Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений", опубликованный в 1950 году, стал классическим учебником, который использовался для подготовки специалистов в области математики и аэромеханики [5].

# Список литературы

1. Голубев В.В. Жуковский. – М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2002.
2. Голубев В.В. Исследования по теории разрезного крыла. Том 1. – 1933.
3. Голубев В.В. Исследования по теории разрезного крыла. Том 2. – 1937.
4. Голубев В.В. Исследования по теории щитков крыльев самолета. – 1939.
5. Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. – М.: ЁЁ Медиа, 1950.
6. Голубев В.В. Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке. – 1927.
7. Голубев В.В. Теория крыла аэроплана в плоскопараллельном потоке. – М.: ЁЁ Медиа, 1938.
8. Голубев В.В. Теория крыла аэроплана конечного размаха // Труды ЦАГИ. – 1931.
9. Протасова Л.А., Тюлина И.А. Владимир Васильевич Голубев. 1884–1954. – М.: Наука, 1995. – 208 с.