История и методология механики

Лекция 10

ТРАКТАТ Х. ГЮЙГЕНСА «МАЯТНИКОВЫЕ ЧАСЫ»

Христиан Гюйгенс (1629-1695)

- Христиан Гюйгенс ван Зёйлихем
- (14 апреля 1629 — 8 июля 1695) — нидерландский механик, физик, математик, астроном и изобретатель.
- Первый иностранный член Лондонского королевского общества (1663), член Французской академии наук с момента её основания (1666) и её первый президент (1666—1681).
- Один из основоположников теоретической механики и теории вероятностей. Внёс значительный вклад в оптику, молекулярную физику, астрономию, геометрию, часовое дело. Открыл кольца Сатурна и Титан (спутник Сатурна).

  Изобрёл первую практически применимую модель часов с маятником. Положил начало волновой оптике.

Х.Гюйгенс (1629-1695)

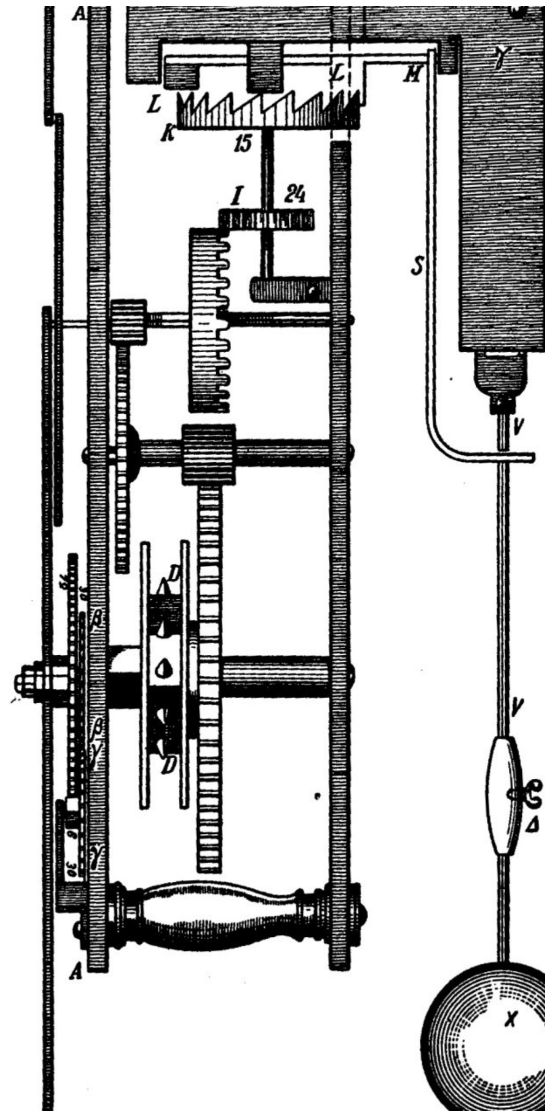
- 1629- родился в семье Константина Гюйгенса (секретарь принца Оранского)
- Домашнее образование, Лейденский университет
- 1655- открыл кольцо Сатурна и спутник-Титан
- Опыты по устройству часов с маятником -изобретение маятниковых часов со свободным спуском.
- 1657 г. - патент Генеральных штатов Голландии на это изобретение.
- 1663 г. - избран членом Лондонского Королевского общества,
- 1666 г. (в год основания Парижской Академии наук) избран ее членом с предоставлением квартиры в здании Королевской библиотеки в Париже,
- 1681 - покинул Францию
- 1695 – умер в Голландии

Х.Гюйгенс (1629-1695)

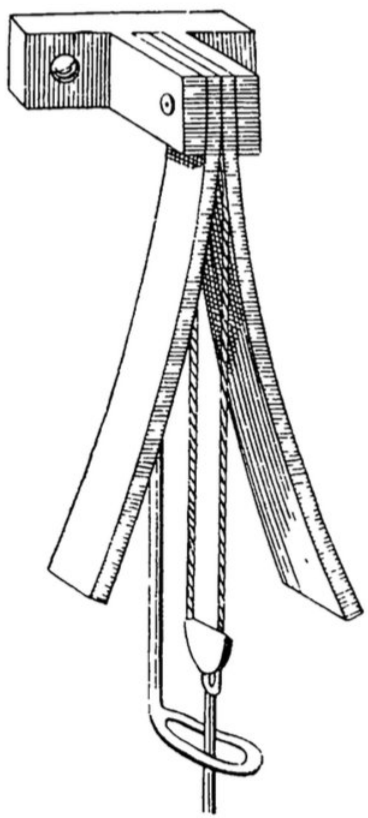
- **1673** г. трактат, имевшего целью разработать теорию маятниковых часов и всех их устройств «**Маятниковые часы или геометрические доказательства о движении маятников, приспособленных к часам**»

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- В первой части дается подробное техническое описание часов с циклоидальным маятником. Здесь подвешенный груз описывал не дугу круга, как в проекте часов 1657 г., а циклоиду.



«Маятниковые часы…»



Фиг. 2.

- *На рисунке слева изображены “щеки”, которые делают ход конца нити маятника - циклоидальным. При их отсутствии - конец нити описывал бы дугу окружности, а не циклоиды.*

«Маятниковые часы…»

- **Вторая часть** “Маятниковых часов” Гюйгенса посвящена математическому обоснованию всех предположений, допущенных ученым при проектировании и постройке часового механизма, а также формальному доказательству истинности результатов измерений, полученных на практике при помощи маятниковых часов Гюйгенса.

Х.Гюйгенс (1629-1695)

- **Первая гипотеза** представляет собой *закон инерции*.
- **Во второй** утверждается, принцип *сложения движений*
- **Третья гипотеза** содержит идею *независимости движения*
- **+ два принципа**
- ***Принцип относительности***
- ***Энергетический принцип***

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс строит фундамент динамики, он формулирует **три гипотезы,** отражающие важные закономерности механического движения.

- **Первая гипотеза** представляет собой закон инерции:

«Если бы веса не было и воздух не сопротивлялся движению тел, то каждое из них продолжало бы достигнутое движение прямолинейно и с постоянной скоростью».

- **Вторую гипотезу** можно трактовать как принцип сложения движений:

«…случается, что тела производят сложное движение, составленное из равномерного движения в том или ином направлении и из движения, вызванного весом и направленного по вертикали вниз».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- **Третья гипотеза** содержит четкую идею независимости движения, высказанную столь ясно впервые:

«Эти два движения можно рассматривать отдельно, и каждое из них не влияет на другое».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Еще два важнейших закона, или опытных принципа:
  принцип относительности и
  энергетический принцип:

«…тело не может под действием тяжести подняться выше той высоты, с которой оно упало».

«Маятниковые часы…»

- Теорему Галилея о том, что при соскальзывании с равновысоких наклонных плоскостей (из состояния покоя) тело приобретает одинаковые скорости независимо от длин плоскостей, Гюйгенс обосновал на базе **энергетического принципа**:
  «Если бы теорема была неверна, то, комбинируя определенным образом наклонные плоскости, можно было бы добиться повышения груза над исходной высотой без дополнительных затрат».
  Но тогда был бы нарушен Энергетический принцип Гюйгенса.

«Маятниковые часы…»

- **Циклоида** есть линия кратчайшего времени несвободного падения точки с данной высоты по сравнению с другими траекториями, соединяющими краевые точки.
- Время падения по циклоиде тяжелой точки не зависит от начальной высоты точки, а в процессе колебания — от амплитуды колебания.

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс исследует падение тяжелой точки по циклоидальному гладкому желобку, расположенному в вертикальной плоскости. Он теоретически доказывает **свойство абсолютной изохронности циклоидального движения, т.е. независимость периода колебаний циклического маятника от амплитуды** и, в частности, от начального положения грузика.

Х.Гюйгенс (1629-1695)

- Гюйгенс доказал, что свойство изохронности, справедливое для кругового маятника лишь при достаточно малых размахах, для циклоиды справедливо абсолютно. Он показал связь этих двух типов колебаний.
- Гюйгенс установил зависимость **полупериода** колебаний точки по циклоиде глубиной ***a***:

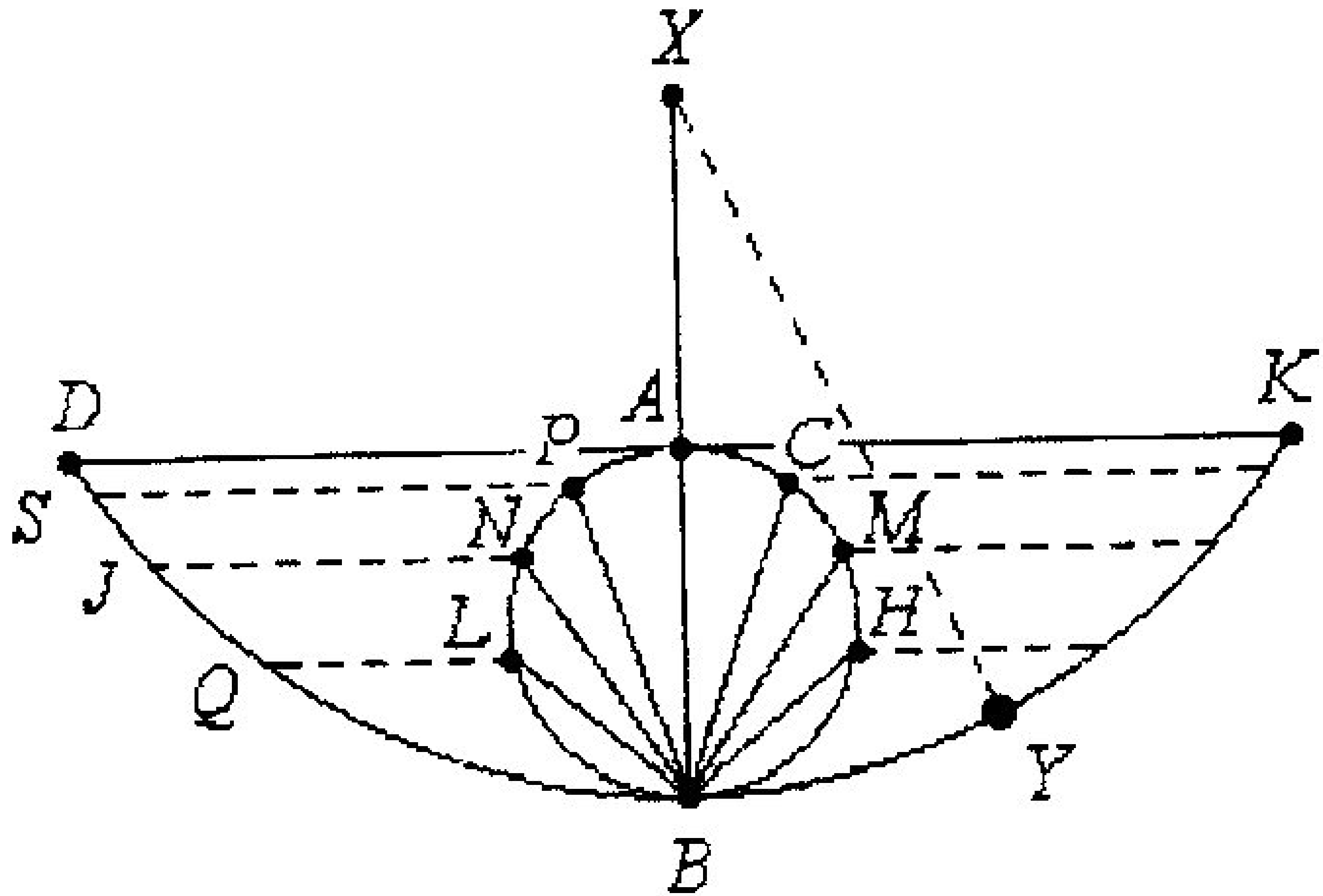
$$T=\pi\sqrt{(2a/g)}$$

- Эта формула верна и для полупериода малых колебаний кругового маятника длиной ***2a***.

«Маятниковые часы…»

- ***Предложение №25:*** “Пусть тело падает по циклоиде с вертикальной осью и вершиной, обращенной вниз, начиная с некоторой точки на циклоиде, тогда время падения до вершины циклоиды всегда одно и то же, независимо от положения на циклоиде начальной точки движения; это время относится ко времени свободного падения вдоль всей оси циклоиды, как длина полуокружности к диаметру ее.”

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»



«Маятниковые часы…»

Часть 3 – теория эволют и эвольвент

(для правильного конструирования часов с циклоидальным маятником)

- *Гюйгенс получает замечательное свойство циклоиды: ее эвольвента - есть суть она сама.*

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Гюйгенс разработал теорию **эволют и эвольвент** (ч.III, с.82)**.**
- Гюйгенс строит маятник, груз которого совершает колебания по дуге циклоиды. Он предлагает осуществить эту идею путем укрепления в окрестности точки подвеса гибкой нити маятника особых «щек», к которым эта нить должны прилегать при колебаниях маятника в ту и в другую сторону.
- Профиль такой «щеки» как раз и будет **эволютой** траектории шарика, а кривая, описываемая грузом маятника, является ее **эвольвентой.**

«Маятниковые часы…»

- **Часть 4** – «**О центре качания**» (начала динамики твердого тела).
- Количественные характеристики, которые позже стали называться **моментом инерции твердого тела относительно оси и статическим моментом.**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Приведенная длина физического маятника; т.е. длина математического маятника, изохронного физическому:

$$l = \frac{\sum_{1}^{n} m_i \cdot r_i^2}{\sum_{1}^{n} m_i \cdot r_i}$$

- где m_i - масса частицы, r_i - ее расстояние до точки подвеса (ч.IV,с.130-131).

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- *Определение* ***численной величины ускорения свободного падения*** *груза в пустоте.*

- Гюйгенс реализует замысел Галилея - найти меру для сравнения характера различных равноускоренных движений и тем самым измерить «импульс тела к падению», точнее ускорение свободного падения тела (ч.IV, с.201-202).

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

Гюйгенс нашел **длину секундного маятника** на широте Парижа - немного больше трех футов, т.е. около **99, 45 см**. Далее он использует найденную длину секундного маятника для численного определения **ускорения свободного падения в пустоте 979,9** (Для широты Парижа она равна 980,9 $\frac{см}{сек^2}$),

называя эту величину вслед за Галилеем, - **удвоенным путем, проходимым телом при свободном падении за первую секунду.**

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Последняя часть трактата разрабатывает **теорию центробежной силы**, о которой Гюйгенс написал еще и отдельный мемуар, изданный посмертно в **1703 г (с.249-277).**

«О центробежной силе» (1703)

- По Гюйгенсу, «тяжесть есть **стремление** опускаться вниз».
- Стремление = CONATUS (лат.)

- Словом «conatus» в XVII в. обозначали **движение, которое готово совершиться, но совершению которого что-то мешает**.

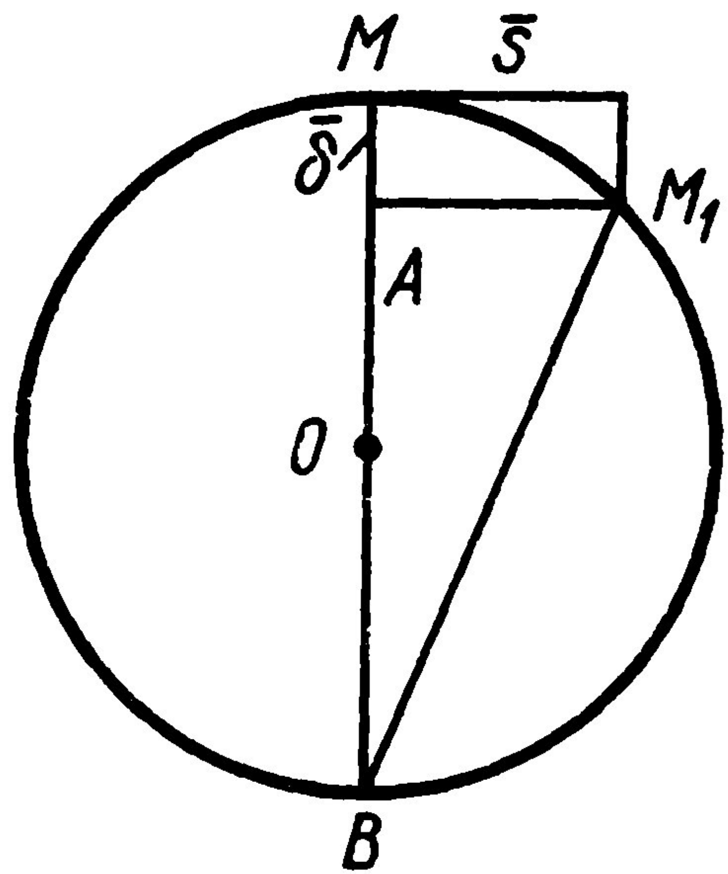
Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- **Натяжение нити пропорционально силе** (по терминологии Гюйгенса), обеспечивающей равноускоренное движение точки при нарушении связи.
- Коэффициентом пропорциональности этих двух факторов служит «величина тела» (масса).
- **Действие силы может быть измерено тем ускоренным движением, которое получается под ее влиянием.**
- **Действие силы измеряется производимым ею ускорением**

«Маятниковые часы…»

- **Тяжелое тело, подвешенное на отвесной нити, или натягивает нить, или после обрыва ее падает равноускоренно. Гюйгенс считает, что то же самое происходит при равномерном вращении камня в праще. Камень или натягивает нить, или, сорвавшись, вначале двигается равномерно ускоренно в радиальном направлении.**
- **В обоих перечисленных случаях натяжение нити пропорционально силе (по терминологии Гюйгенса), обеспечивающей равноускоренное движение точек при нарушении связи. Коэффициентом пропорциональности этих двух факторов служит «величина тела» (масса).**
- **Силу, способную подобно тяжести оборвать нить, Гюйгенс назвал *центробежной силой*.**

«Маятниковые часы…»



«Маятниковые часы…»

- Пусть тело (точка) движется равномерно по окружности радиуса *R* . Постоянную скорость точки обозначим через *u*. Бесконечно малое перемещение точки *MM*, за время *τ* можно представить как сумму (векторную) перемещения по касательной, которое происходило бы по инерции со скоростью *u*, и радиального перемещения

$$б = \frac{a\tau^2}{2}$$

a — центростремительное ускорение.

$$s^2 = (2R - \delta)\,\delta = 2R\,\delta - \delta^2 = 2R\frac{a\tau^2}{2} - \left(\frac{a\tau^2}{2}\right)^2.$$

Так как время τ бесконсчно мало, то последним членом можно пренебречь. Отсюда $s^2 = 2R\delta$ или $u^2\tau^2 = 2R \cdot a\tau^2/2$, так получается величина искомого ускорения $a = u^2/R$.

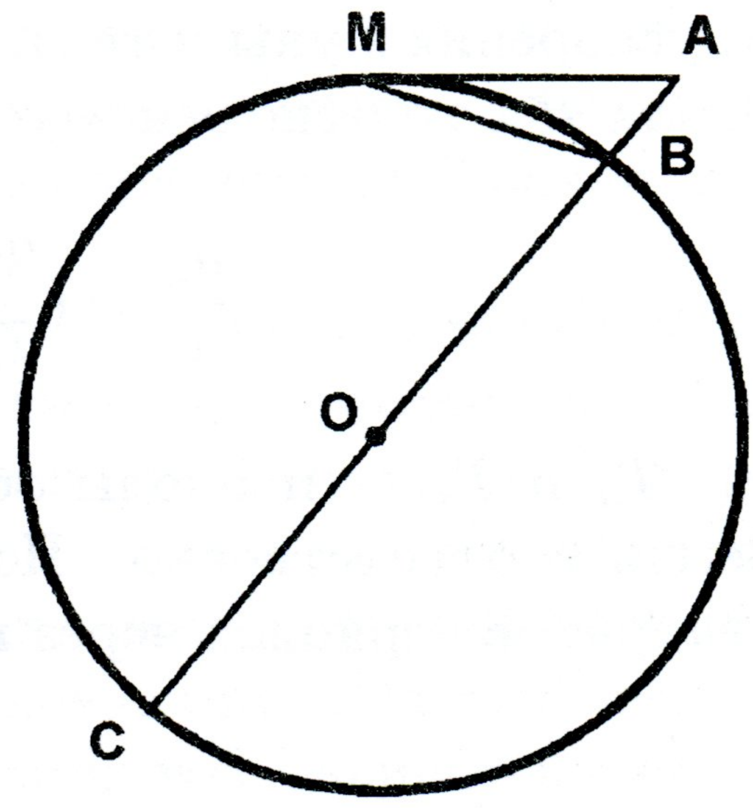
- Еще до Гюйгенса молодой Ньютон в годы чумы (1665—1666), находясь в Вулсторпе, вывел такое же соотношение для центростремительного ускорения. Когда в 1673 г. из трактата «Маятниковые часы» он узнал основную концепцию Гюйгенса о центробежной силе (вывода там еще не было), то чрезвычайно высоко оценил подход Гюйгенса к этому вопросу:
- «...*если тело обращается около Земли по кругу под действием силы тяжести, то эта сила и есть центростремительная... Такого рода предложениями Гюйгенс в превосходном своем сочинении «Horlogium oscillatorium» и сопоставил силу тяжести с центробежными силами обращающихся тел*».

Х. Гюйгенс «Маятниковые часы»

- Центробежная сила приложена к нити, а центростремительная к движущемуся грузику.
- Арифметическая величина обеих сил одна и та же и равна

$$\frac{mv^2}{R}$$

m=1, где *v* - скорость движения грузика,
R - радиус окружности,
m -масса грузика.



- По словам первого биографа Гюйгенса В. Гравезанда, он был первым из смертных, кто точно измерил время.

Контрольные вопросы

1) Что такое «тяжесть сообразно положению»? На какой наклонной плоскости тело "тяжелее сообразно положению" - на более крутой или менее крутой?
2) Как Галилей обосновывает свой «Основной тезис» о равновысоких наклонных плоскостях: **«…степени скорости, приобретаемые одним и тем же телом при движении по наклонным плоскостям, равны между собой, если высоты этих наклонных плоскостей одинаковы».**
3) Сформулируйте "Принцип Торричелли"

Контрольная

- Постройте доказательство "по Архимеду" следующей теоремы:
  «**Пусть дан рычаг *EGD* с неподвижной точкой *G*, причем в точках *D* и *E* подвешены тяжелые плоские фигуры *A* и *B* соответственно. Требуется доказать, что при условии выполнения соотношения *EG/GD = A/B* и при наличии общей меры *N* соизмеримых отрезков *EG* и *GD* этот рычаг будет находиться в равновесии».**