

Лекция 5
Спецкурс
«Развитие механики в России»

Чиненова В.Н.

- **Петербургская школа механики в начале XIX века.**
- **Равновесие системы со связями в трудах М.В.Остроградского**

М.В.Остроградский (1801-1861)



**Михаил Васильевич Остроградский
(Михаилъ Васильевичъ Остроградскій)**



- Родился 12 (24) сентября 1801 года в деревне Пашенная Кобелякского уезда Полтавской губернии, в семье помещика из дворянского рода Остроградских.
- В детстве был чрезвычайно любознателен к естественно-научным явлениям, хотя не проявлял тяги к учёбе.
- С 1816 года был вольнослушателем (с 1817 — студентом) физико-математического факультета Харьковского университета, где учился у Т. Ф. Осиповского.

Императорский Харьковский университет (1805)



- В 1820 году Остроградский с отличием сдал кандидатские экзамены. Однако реакционная часть харьковской профессуры добилась лишения юноши аттестата кандидата наук и диплома об окончании университета. Мотивировалось это непосещением лекций по богословию. Он так и не получил учёную степень.

- В 1822 году Михаил Васильевич, желая продолжить занятия математикой, был вынужден уехать в Париж, где в [Сорбонне](#) и [Коллеж де Франс](#) продолжал изучать математику, посещал лекции знаменитых французских учёных — [Лапласа](#), [Фурье](#), [Ампера](#), [Пуассона](#) и [Коши](#).
- 1823: приглашён в качестве [профессора](#) в коллеж Генриха IV.

- 1826: первые научные успехи. Остроградский представил Парижской Академии наук мемуар «О распространении волн в цилиндрическом бассейне». Знаменитый французский математик Коши писал об Остроградском: «Этот русский молодой человек одарён большой проницательностью и весьма сведущий».
- 1828: возвратился на родину с французским дипломом и с заслуженной репутацией талантливого учёного.

М.В.Остроградский (1801-1861)

- В 1820 г. М В. Остроградский окончил Харьковский университет, но диплома не получил
- 1822-Париж - его учителями были П.Лаплас, О.Коши, С.Пуассон, Ж.Фурье

«Мемуар о распространении волн в цилиндрическом бассейне» (1826).

- Член Петербургской АН (1830; адъюнкт с 1828)
- Член-корреспондент Парижской АН (1856)
- Член Национальной академии дем Линчеи в Риме (1853) и ряда др. зарубежных академий

Парижская Политехническая школа (1794)

- **Современниками, коллегами Лагранжа по Парижской Политехнической школе, его учениками продолжалась разработка аналитической статистики и учения о связях.**

Пьер-Симон де Лаплас ([фр.](#) *Pierre-Simon de Laplace*)
(1748-1827)



Огюстен Луи Коши (Augustin Louis Cauchy) (1789-1857)



С.Д.Пуассон (1781-1840)



- Пуассон - видный деятель Парижской политехнической школы, член Парижской АН, почетный иностранный член Петербургской АН (1826)
- «Трактат механики» (1811)

Луи Пуансо (1777-1859)



POINSOT,
(Louis)

Membre de la Légion d'honneur.

Né à Paris, le 3 Janvier 1777, déc. en 1859.

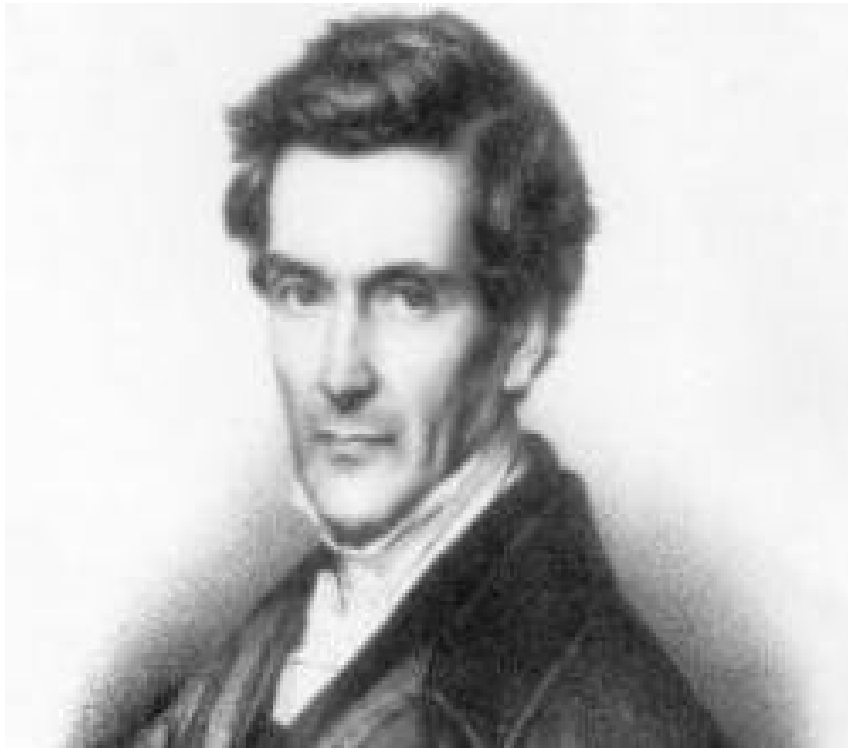
- «Начала статики» (1803)
- «Общая теория равновесия и движения систем»- Журнал политехнической школы (1806)
- Трактовал принцип возможных перемещений как следствие из принципа сложения и разложения сил, выводя его из условий равновесия системы, превращенной в свободную введением сил реакции связей.

Ж.В.Понселе (1788-1867)



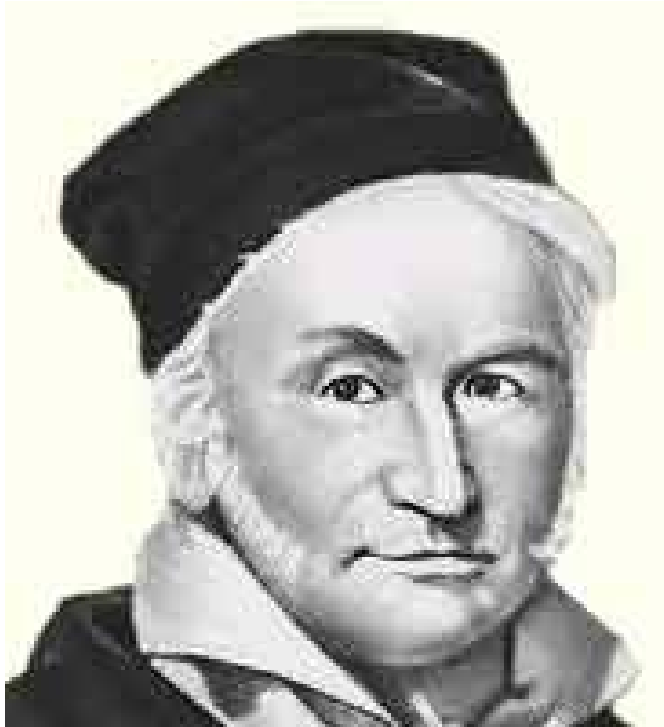
- «Курс механики, приложенной к машинам» (1826)
- «Курс индустриальной механики» (1829)
- Вместо лагранжева термина «момент силы» вводится «**работа силы**»

Г. Кориолис (1792-1843)



- «Трактат механики твердых тел и вычисления эффекта машин» (1829).
- Вводится наименование **суммы произведений возможных перемещений на проекции сил на эти перемещения термином «работа сил».**

К.Ф.Гаусс (1777-1855)



- «Об одном новом общем основном законе механики».
- Гаусс пишет об **актуальности обобщения теории принципа возможных перемещений на случай неупругих связей.**

- В 1828 г. Остроградский возвращается в Россию и преподает в должности профессора математику и механику в Корпусе инженеров путей сообщения, в Педагогическом институте, в Главном инженерном училище, в Главном артиллерийском училище, в Морском кадетском корпусе.
- Научные труды М.В. Остроградского относятся к аналитической и прикладной механике (теория притяжения, гидромеханика, проблемы колебания упругого тела, теория удара обобщение принципа виртуальных скоростей, дифференциальные уравнения механики, внешняя баллистика и др.).
- Он закончил исследование принципа виртуальных перемещений на случай систем с неудерживающими связями в 1834г., которое вышло в 1838г. под названием **«Общие соображения относительно моментов сил»**

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Под термином «**момент сил**» в отличие от Лагранжа и его школы М.В.Остроградский понимал произведение силы на виртуальное перемещение и на косинус угла между ними (в более поздней терминологии это означало **работу сил** на виртуальном перемещении точки ее приложения). Различие с тем, что понимал Лагранж под термином «момент силы» было **в знаке**.

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Остроградский расширил применение принципа виртуальных скоростей, дав новую более общую формулировку принципа: «Для равновесия системы необходимо и достаточно, чтобы дифференциал $Pdp + Qdq + Rdr + \dots$ не был положительным ни при каком возможном перемещении»

- «Ясно, что для сохранения равновесия этой системы, подверженной действию различных сил, необходимо, чтобы при любом бесконечно малом перемещении системы груз не опускался» (Лагранж)
- Однако Лагранж записал только строгое равенство нулю вариации вертикальной координаты груза.
- Остроградский предложил записывать общую формулу статики в виде:

$$Pdp + Qdq + Rdr + \dots \leq 0$$

- **Лагранж разработал алгоритм использования неопределенных множителей Лагранжа в общем случае равновесия системы материальных точек, подверженной ограничению со стороны неудерживающих связей.**
- **Метод Остроградского позволяет найти не только величину неопределенного множителя, но и его знак, который был безразличен в случае систем с удерживающими (двусторонними) связями.**

М.В.Остроградский (1801-1861)

- **Механический смысл
неопределенных множителей -
реакции связей – в этом методе
приобретает особую отчетливость,
так как знак $\mid$
позволяет судить о том, какие из
связей перестают влиять с
некоторого момента времени
(освобождают точку)**

М.В.Остроградский (1801-1861)

- **Пример:** случай равновесия материальной точки на гладкой освобождающей поверхности, например на поверхности гладкой сферы:

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Уравнение, которому удовлетворяют координаты материальной точки, запишем в виде:

$$x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = C$$

где $C = 0$, если точка находится на сфере, $C > 0$, если точка вне сферы.

Продифференцируем уравнение связи:

$$2x dx + 2y dy + 2z dz = dC$$

dC равно нулю, когда точка на сфере, больше нуля, когда она вне сферы

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Условие равновесия точки под действием силы с проекциями, X, Y, Z :

$$Xdx + Ydy + Zdz = dp$$

где $dp = 0$ для неосвобождающей связи,
для случая освобождения точки
 $dp < 0$ связи.

М.В.Остроградский (1801-1861)

Пусть на точку действует только ее вес,
тогда последнее условие примет вид:

Умножим вариацию связи на неопределенный множитель Лагранжа и сложим с условием равновесия:

$$2l x dx + 2l y dy + (-mg + 2l z) dz = dp + l dC$$

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Так как виртуальные перемещения точки, не покидающей сферу, входят в число виртуальных перемещений, правая часть равенства равна нулю из условия неопределенности множителя λ и независимости вариаций координат, следует

$$x = 0, y = 0, 2\lambda z = mg$$

- Этот же случай позволяет получить из уравнения связи

$$z = \pm R$$

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Рассмотрим теперь равенство $dp + l dC = 0$

Так как $dp \neq 0$, то $l dC \neq 0$.

Если связь освобождает, то $dC > 0$ и $l > 0$

Следовательно, точка на внешней поверхности гладкой сферы под действием веса может находиться в равновесии только при

т.е. в верхнем положении $l = mg / 2R$

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Изменение знака $\mid$ при обращении этой величины в нуль означало бы, что точка покидает связь (реакция, проходя через значение нуль, должна изменить знак; давление поверхности должно быть заменено натяжением нити).
- Остроградский рассматривает равновесие веревочного многоугольника, имеющего n узлов, в которых приложены заданные силы. Он указывает два метода решения задачи о равновесии гибкой нити, каждый элемент которой находится под действием данных сил.

М.В.Остроградский (1801-1861)

- Ученик Остроградского, его ассистент в Институте инженеров путей сообщения, **Карл Яниш** в своей работе продолжил развитие и **обобщение принципа виртуальных перемещений**, дав первое строгое доказательство этой формулы статики в общем случае (требование неположительности суммы элементарных работ сил на виртуальных перемещениях).

- Ученики

- Н. Д. Брашман,
В. Я. Буняковский
, И. А. Вышнеградски
й, Д. М. Дела
рю, Д. И. Журавс
кий, Н. П. Пе
тров, Ф. В. Чижов и

Школа М.В.Остроградского

Габриэль
Ламе
(1795-1870)

Математическая школа Остроградского

М.В. Остроградский
(1801-1861)
академик Петербургской АН,
профессор Института путей сообщения,
Главного педагогического института,
Морского кадетского корпуса, Михайлов-
ской артиллерийской академии

Механики – ученики М.В. Остроградского

А.Ф. Ястржембекский
(1808-1872)
Институт путей сообщения

Д.П. Журавский
(1821-1891)
Институт путей сообщения

Г.Е. Паукер
(1822-1889)
Почетный академик Петер-
бургской АН, министр
путей сообщения

Н.Н. Петров
(1836-1920)
Почетный академик Петер-
бургской АН, Институт
путей сообщения

Линия
Корпуса
путей
сообще-
ния

И.А. Вышнеградский
(1832-1895)
Почетный академик
Министр финансов (1887-1892)

А.В. Гадолин
(1828-1892)
Михайловская артиллерийская
академия

В.Л. Кирпичев
(1844-1904)
Михайловская артиллерийская
академия

Механики – коллеги М.В.Остроградского

Линия
Михай-
ловской
артилле-
рийской
акаде-
мии

Н.Д. Брашман
(1796-1866)
его ученики в Москве:
Слуцкий, Громеко, Жу-
ковский, Чаплыгин

П.Л. Чебышев
(1821-1894)
академик Петербургской
АН, теория механизмов

П.Л. Чебышев
(1821-1894)
академик Петербургской
АН, теория механизмов

С.В.Ковалевская
(1850-1891)
член-корреспон-
дент АН

Основ-
ные
школы
русской
балли-
стики

Н.В. Маневский
(1823-1892)
член-корреспондент АН,
Михайловская артилле-
рийская академия

Д.К. Бобылев
(1842-1917)
Михайловская артилле-
рийская академия, Пе-
тербургский университет,
Институт путей сообще-
ния

По структуре и при изложении некоторых разделов механики «Курс» Брашмана очень близок к «Лекциям по аналитической механике» Остроградского. Это отмечает и сам Брашман в предисловии к своему «Курсу»: «В теории равновесия системы я удержал ту общность, которую ей дал Остроградский. Равным образом удержал его правило малейшего действия и пользовался в теории удара отчасти его запискою *Sur la théorie des percussions*. В этом мемуаре теория мгновенных действий изложена с большой общностью, не ограничивая условия независимостью их от времени» ¹).

Осип (Иосиф) Иванович Сомов (1815-1876)



русский математик и механик,
ученик Н. Д. Брашмана,
академик Императорской
Санкт-Петербургской
академии наук; трижды
награждался Демидовской
премией.

- Родился в селе Отрада Клинского уезда Московской губернии.
- В 1835 году окончил физико-математический факультет Московского университета со степенью кандидата. За работу «**Теория определённых алгебраических уравнений высших степеней**», напечатанную в 1838 году, был удостоен Демидовской премии Петербургской академии наук.

- Несколько лет работал учителем математики в Московском коммерческом училище и в Дворянском институте (до 1841).
- Подруководством Н. Д. Брашмана подготовил магистерскую диссертацию «Об интегралах алгебраических иррациональных дифференциалов с одной переменной», которую защитил в 1841 году. В том же году поступил на работу в Императорский Санкт-Петербургский университет в качестве адъюнкт-профессора и до конца жизни жил в Санкт-Петербурге. Читал высшую алгебру, аналитическую геометрию. Курсы лекций по дифференциальному исчислению и аналитической механике.

И.И. Сомов (1815-1876)

- По окончании университетского курса в 1835 г., он был удостоен степени кандидата и стал работать над задуманным им еще в университете обширным трудом, вышедшим в Москве в 1838 г. под заглавием "Теория определенных алгебраических уравнений высших степеней". Этим трудом, удостоенным Академией Наук Демидовской премии, 23-летний Сомов сразу обратил на себя внимание в ученом мире.
- В 1841 г. он защитил в Московском университете диссертацию: "Об интегралах алгебраических иррациональных дифференциалов с одною переменною" и был удостоен степени магистра, а вскоре после этого был приглашен Петербургским университетом, по предложению профессора А. Н. Савича, на место адъюнкт-профессора. В Петербургском университете С. оставался в течение 35 лет, читая различные части чистой и прикладной математики, постоянно следя за наукой и внося в свои лекции все то, что появлялось в ней нового.

- Кроме большого количества крупных математических трудов, И.И.Сомов оставил также ряд интересных работ по механике:
- Несколько работ об ускорениях высших порядков с приложением этого понятия к исследованию свойств кривых и поверхностей.
- Разрабатывая теорию эллиптических функций, он применил ее к задаче о вращении твердого тела вокруг неподвижной точки в случае Эйлера-Пуансо и Лагранжа-Пуассона.