

История и методология механики

Лекция № 4

Чиненова Вера Николаевна

v.chinenova@yandex.ru

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ НАПРАВЛЕНИЕ УЧЕНИЯ О РАВНОВЕСИИ

**Направление геометрической
статики в трудах последователей
Архимеда**

Геометрический подход (геометрическая статика): в основе лежит геометрическое представление сил (в виде отрезков) и манипуляция с этими отрезками в рамках правила параллелограмма сил и системы пары сил. Кинематические соображения не применяются. Классический пример геометрической статики – работы Архимеда.

Кинематический подход: в основе лежит принцип *возможных* перемещений (или скоростей). Реально тело находится в равновесии. Но при этом условия равновесия получаются при предположении о *возможных* движениях частей системы (в простейших случаях – это обычные перемещения за конечное время, в более сложных – инфинитезимальные за бесконечно малое время). Кинематический подход лежит у истоков аналитической линии в развитии механики.

Геометрическая статика в XVI-XVII вв.

К XI—XVI вв. труды Архимеда были в Европе забыты, и интерес к геометрической методике решения задач статики не проявлялся.

Знакомство с трудами Архимеда началось после разгрома турками Византии (взятие Константинополя—1453 г.), когда беженцы-греки завезли в Италию некоторые античные манускрипты. Одной из особенностей эпохи Возрождения был активный интерес к прошлому, к античному искусству и науке.

(Впрочем первый латинский перевод сочинений Архимеда был сделан в XII в.)

Труды последователей Архимеда в XVI-XVII веках

Начинаются переводы и освоение трудов Архимеда, Паппуса, Герона и других.

Так возник кружок итальянских ученых XVI в. — последователей Архимеда (Франческо Мавролико, Коммандино, Гвидо Убальди, Галилей в молодые годы).

В большинстве своем они были кабинетными учеными и это придало их комментариям и продолжениям исследований Архимеда преимущественно формальный характер без ориентировки на запросы практики.

Труды последователей Архимеда в XVI-XVII веках

Последователи Архимеда XVI в. объявили учение о равновесии, связанное с рассмотрением перемещений в статике, лишенным научного значения.

- Глава архимедовой школы в Италии в XVI в. **Гвидо Убальди (маркиз Дель Монте)** считал, что в вопросе о равновесии и устойчивости весов Иордан Неморарий «нагромоздил развалины».
- **Симон Стевин** также резко критиковал методiku оперирования перемещениями грузов при изучении равновесия:

**Гвидо Убальди маркиз Дель Монте
(Guidobaldo del Monte) (1545-1607)**



«Книга о Механике» 1577



- Ученик Ф.Коммандино (1509-1575) и покровитель и частично учитель Галилея, Дель Монте имел отношение к инженерной практике, он был инспектором тосканских крепостей.
- Вопросы статики рассматриваются им в двух сочинениях: **«Книга о механике»** и **«О равновесии плоских фигур»**.

- В основу учения о равновесии Гвидо Убальди полагал критерий равновесия подвешенных тяжелых тел Архимеда и принцип приравнивания моментов сил тяжести относительно точки опоры (в схеме рычага).
- Без четкого определения и термина момента силы относительно точки Гвидо Убальди фактически в ряде случаев использует произведение величины груза на величину плеча силы его тяжести относительно точки опоры (в современном смысле; или «потенциального плеча», по Леонардо да Винчи).

- Тот же подход к решению задачи о равновесии Т-образных весов проявил ученый XVI в. **Дж. Б. Бенедетти**, который фактически вводил понятие момента силы относительно точки: **«Нужно определять эффекты грузов при помощи перпендикуляра, опущенного из центра рычага на направление силы»**.

Галилео Галилей (1564-1642). «Беседы...»(1638)

- Трактат Галилея «Беседы» состоит из «шести дней», на протяжении которых Сальвиати (выражающий мнение автора), Сагрето и Симпличио обсуждают важнейшие проблемы механики и физики.
- В самом начале «Бесед» подчеркивается необходимость **общения ученого с практиками**: «Обширное поле для размышления, думается мне, дает пытливым умам постоянная деятельность вашего знаменитого арсенала, синьоры венецианцы, особенно в области, касающейся механики, потому что всякого рода инструменты и машины постоянно применяются здесь большим числом мастеров, из которых многие путем наблюдения над созданиями предшественников и, размышляя при изготовлении собственных изделий, приобрели большие познания и остроту рассуждений» (с.47)

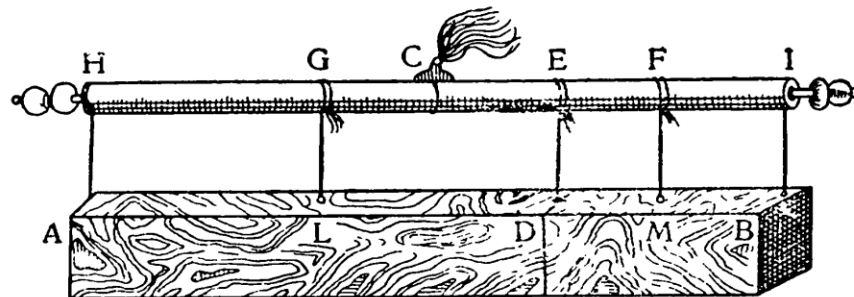
Галилео Галилей (1564-1642). «Беседы...»(1638)

- Весь «Второй День» трактата «Беседы» (1638) Галилей посвящает вопросам, имеющим большое значение для *развития геометрической статики*.
- Оригинальная часть этого раздела касается расчета сопротивления изгибу или излому опертых на опоры или заделанных одним концом в стену брусьев или балок. Развиваемый здесь Галилеем аппарат теории сопротивления балки тесно соприкасается с теорией сложения сил. Здесь также содержатся разделы , касающиеся расчета давления на опоры опертого тяжелого тела.

Г.Галилей «Беседы...» (1638). День второй, с. 220

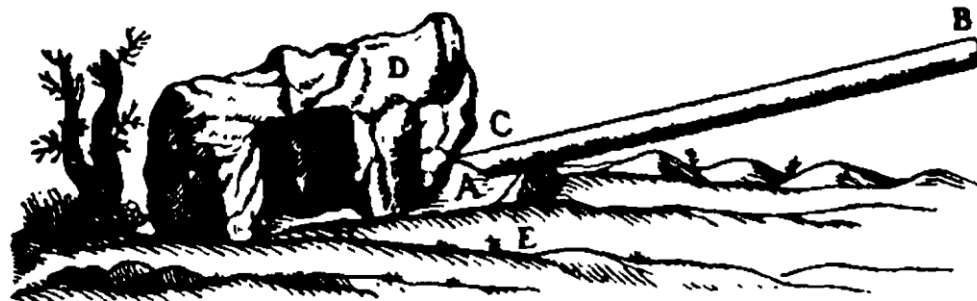
Доказательство правила рычага

Сальв. «...ввести вас в курс всего последующего, будет лучше если идти, как я полагаю, несколько иным путем, чем Архимед, и принять за основное то положение, что равные грузы, действующие на равные плечи весов, остаются в равновесии (принцип, положенный в основание также и Архимедом), а затем показать правильность того, что различные грузы находятся в равновесии в случае плеч разной длины, если только *длины эти находятся между собою в отношении, обратном отношению грузов*, и что, таким образом, один и тот же закон проявляется как в случае равновесия равных грузов на равноплечих весах, так и в случае равновесия различных грузов, если только плечи весов имеют отношение, обратное отношению грузов».



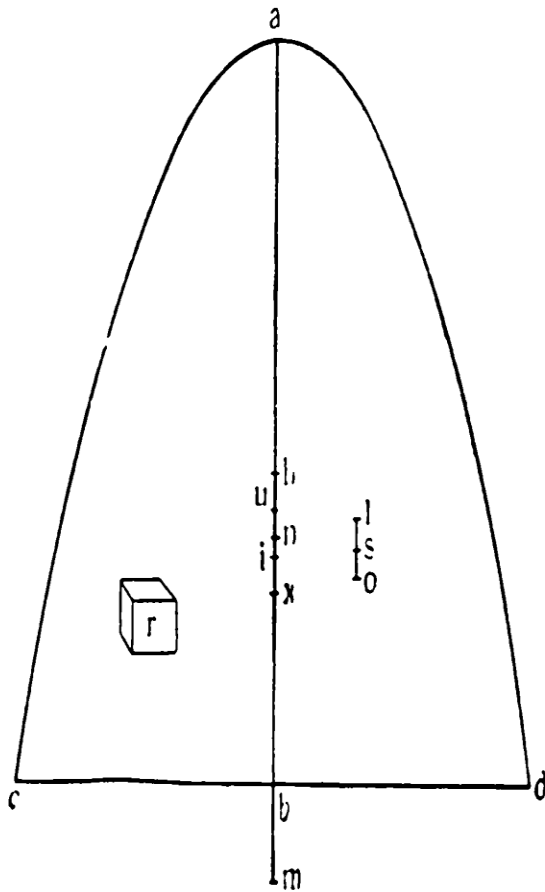
Галилео Галилей (1564-1642). «Беседы...»(1638)

- Галилей рассматривает также вопросы, касающиеся расчета давления на опоры опертого тяжелого тела.
- Обсуждая задачу о подъеме лежащего на земле камня рычагом первого рода, конец которого подведен под край камня, Галилей использует характеристику момента силы тяжести и силы давления на рычаг, определяя для каждой из этих сил величину плеча как перпендикуляра из неподвижной точки или из центра тяжести груза на направление соответствующей силы.



Галилео Галилей

«Беседы»



В разделе, называющемся «Четвертый день», сочинения «Беседы» Галилей излагает методы определения центров тяжести различных фигур. Эти результаты были им опубликованы в отдельном приложении.

Например, «...докажем, что центр тяжести параболического коноида делит ось таким образом, что часть обращенная к вершине, в два раза превосходит часть, обращенную к основанию».

Симон Стевин (Simon Stevin) (1548-1620)

Стевин жил в эпоху интенсивного развития промышленности, ремесел, науки, торговли.

Это была также эпоха больших политических событий в Нидерландах: освобождение от испанского владычества и нидерландская буржуазная революция.

Стевин служил интендантом в армии принца Морица Оранского, позже был инспектором плотин Голландии и консультантом Адмиралтейства.



Основные труды Симона Стевина

Трактаты по математике

De Thiende («Десятая часть»), 1585 (десятичные дроби)
L'arithmétique, 1585 (алгебраические уравнения)

Трактаты по статике («Начала статики»)

De Beghinselen der Weegconst, **1586** («Начала искусства взвешивания») –теоретическая статика

De Weeghdaet, 1586 («Практика взвешивания») –
практическая статика.

De Beghinselen des Waterwichts, 1586 («Начала, касающиеся веса воды») –гидростатика.

Hyponnemata mathematica, в 5 т., **1605–1608**
(«Математические записи») –труды по математике и механике (в переводе на латинский)

Œuvres mathématiques... 1634 («Математические труды») в
перев. на франц.

**Современное издание трудов Стевина
(на английском):**

***The Principal Works of Simon Stevin,*
Leiden, 1955–1966**

**т. 1 механика, т. 2а, 2б математика, т. 3
астрономия/навигация ,
т. 4 военное дело, т. 5 инженерное
дело, музыка (доступно online).**

Голландское (1586) и латинское (1605) издания «Начал статики» Стевина

DE
BEGHINSELEN
DER WEEGHCONST
BESCHREVEN DVER
SIMON STEVIN
van Brugghe.



TOT LEYDEN,
Inde Druckerye van Christoffel Plantijn,
By Françoys van Raphelinghen,
c15. 15. LXXXVI.

T O M V S
O V A R T V S
MATHEMATICORVM
HYPOMNEMATVM
DE
S T A T I C A .

Quo comprehenduntur ea in quibus sese exercuit

I L L V S T R I S S I M V S

Illustriſſimo & antiquiſſimo ſtemmate ortus Princeps ac
Dominus MAURITIUS Princeps Aſtraicus, Comes
Naſſovia, Camerlibocorum, Vland, Moſii, &c. Marchio Veræ
& Viſſingæ, &c. Dominus Civitatis Gravæ & ditionis Cuyæ,
Civitatum Vyt, Daesburch, &c. Gubernator Geldriae,
Hollandia, Zelandia, Wiltfrisia, Zuphania,
Vitracoti, Tranſilana, &c. Imperator exer-
citus Provinciarum foedere confociata-
rum Belgii, Archithalaffus
Generalis, &c.

Conſcriptus à SIMONE STEVINO Brugensi.



LUGODINI BATAVORVM,
Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiz Typographi.
Anno c15 15 cv.

«Сухопутная яхта» Стевина



Проблема равновесия грузов на неравноплечных весах.

Критика Стевина кинематического подхода

Стевин: «Причина, по которой равные тяжести на равных плечах пребывают в равновесии, является следствием общепризнанного постулата. Причина же равновесия неравных тяжестей на неравных плечах, величины которых обратно пропорциональны весам, не столь очевидна. Древние, исследовавшие этот вопрос, считали причиной равновесия окружности, описываемые концами плеч, как это видно из «Механических проблем» Аристотеля, а также работ его последователей.

- Мы не считаем окружность причиной, исходя из следующего силлогизма: (Е)То, что подвешено и находится в покое, не описывает окружности;
- (А) два груза, находящиеся в покое, неподвижны; значит,
- (Е) два груза, находящиеся в покое, не описывают окружности.

Таким образом (в положении равновесия) никакой окружности нет. Но там, где нет окружности, она (окружность) не может быть причиной наступающего явления. Таким образом, окружность не может быть причиной равновесия. Что касается малой посылки силлогизма (А), то движение по окружности может произойти только случайно (*par accident*), под влиянием ветра, толчка или каким-либо иным образом. ... Поэтому неудивительно, что те, кто принял это заблуждение за верное основание, вывели из него множество ложных положений». («Приложение к трактату об искусстве взвешивания»)

Симон Стевин (1548-1620)

- Принимая за основу законы гидростатики Архимеда (его постулаты), Стевин формулирует в качестве основного постулата еще один:
- **«Давление на поверхность частичного объема жидкости не зависит от того, чем заполнен этот частичный объем, его можно мыслить твердым» («поверхностный сосуд»).**

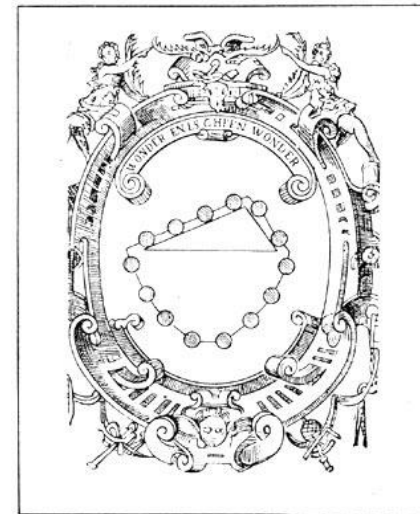
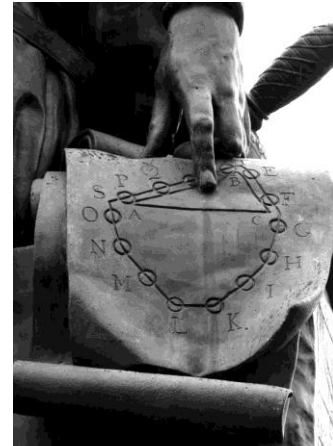
Симон Стевин (1548-1620)

- Стевин доказал теорему, согласно которой в случае равновесия центр тяжести однородного плавающего тела должен находиться выше центра тяжести вытесненной жидкости.

Симон Стевин (1548-1620)

- Из этих постулатов Стевин выводит ряд свойств уравновешенной жидкости и, в частности, **способ определения гидростатического давления на боковые стенки сосуда, важный для расчетов плотин.**

Симон Стевин (1548-1620)

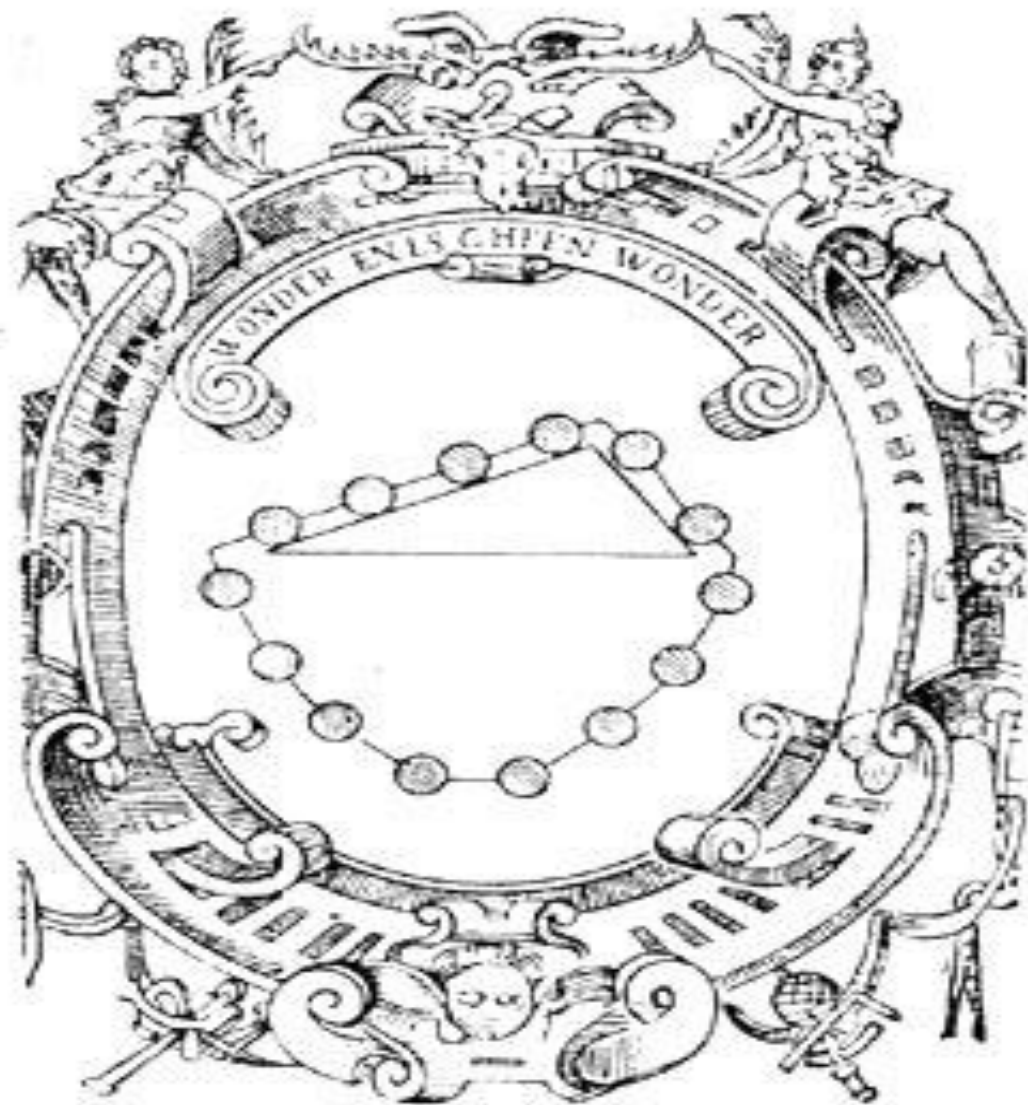


Труды последователей Архимеда в XVI-XVII веках
Симон Стевин (1548-1620)

С. Стевин «**Начала статики**» (1586).

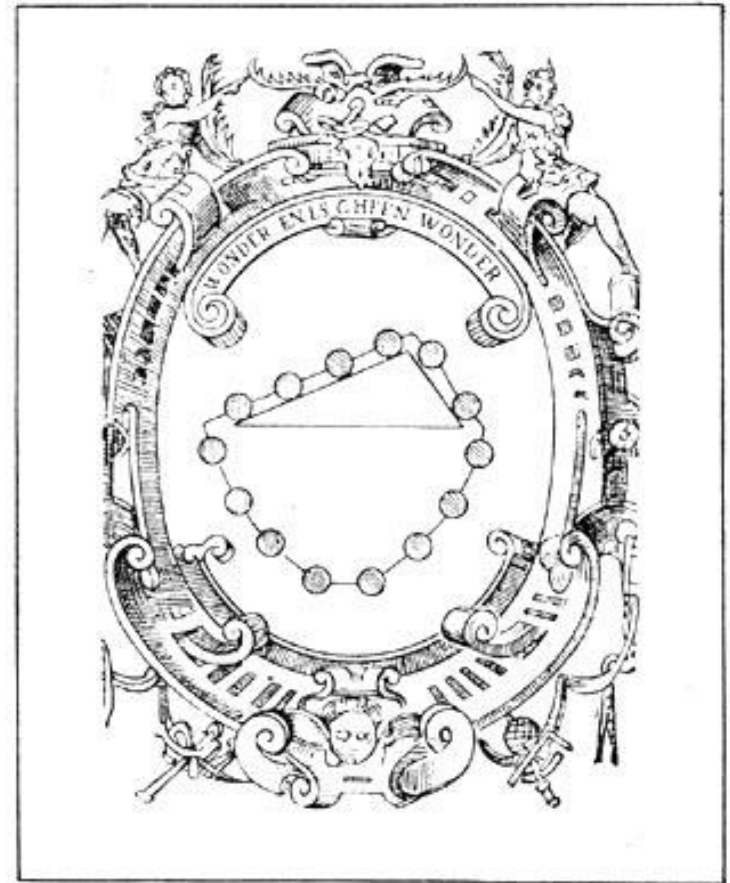
В основу исследования равновесия тел он полагал совокупность основных постулатов Архимеда

+ принцип невозможности вечного движения.



Симон Стевин (1548-1620)

- **Правило равновесия грузов на двух наклонных плоскостях.** («Чудо не есть чудо»)
- Изображен треугольник, расположенный в вертикальной плоскости: одна его сторона – горизонтальная, две другие наклонны и правая – вдвое меньше левой. Стевин мысленно располагает на этой трехгранной призме цепь из **14** равномерно нанизанных шаров так, что **4** шара – на более длинной стороне, а **2** – на более короткой, а остальные **8** свободно и симметрично свисают.

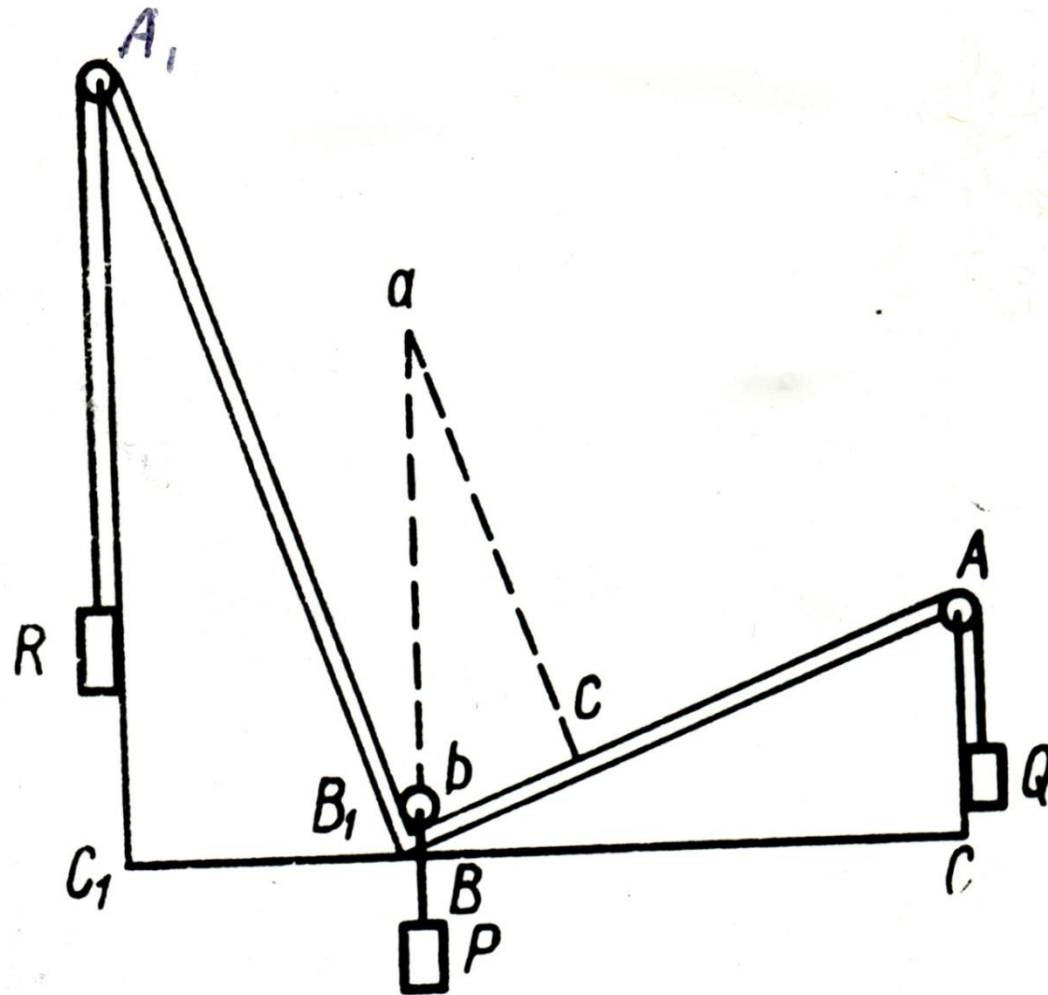


Симон Стевин (1548-1620)

(«Чудо не есть чудо»)

- Шары не могут не находиться в равновесии, т.к. вечного движения не существует. Когда, наконец, они уравновесятся, то нижняя часть цепи сама себя уравновесит (из-за симметрии), а шары на обеих плоскостях уравновесятся в **прямо пропорциональном отношении длинам наклонных плоскостей**.

Одним из важнейших достижений Стевина в учении о равновесии было установление им *закона сложения и разложения сходящихся сил*, который он выводит из закона равновесия наклонной плоскости для частного случая.

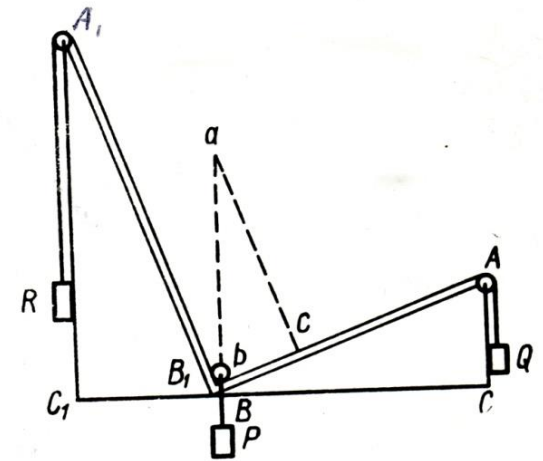


Закон сложения и разложения сил у Стевина

Груз P , уравновешенный на двух нитях, составляющих между собой прямой угол. Каковы должны быть величины грузов на других концах нитей (R и Q)?

Вместо нити A, B , можно ввести наклонную плоскость AB (она действует эквивалентно нити, перпендикулярной AB). Вместо правой нити AB можно ввести другую наклонную плоскость A, B_1 . Рассмотрим груз P , уравновешенный противовесом Q на наклонной плоскости AB , запишем:
 $Q/P = AC/AB$. Аналогично для равновесия груза P :
 $R/P = A_1C_1/A_1B_1$.

Далее Стевин откладывает на нитях отрезки, по длине равные P и Q , и строит прямоугольник с диагональю ab , доказывая, что $ab = P$.



Запишем пропорциональность трех грузов, уравновешенных на нитях под прямым углом, получаем:

$$P : Q : R = ab : bc : ac$$

Симон Стевин (1548-1620)

- В этом рассмотрении содержится *правило разложения и сложения сил по закону параллелограмма*. Стевин в процессе обращения с веревочными машинами, особенно широко используемыми при погрузке и разгрузке кораблей, встречался с более разнообразными случаями, когда груз поддерживался в равновесии не двумя, а тремя веревками, образующими не прямые углы, причем эти веревки образовывали пространственную систему сходящихся прямых. Стевин не дает общей формулировки правила параллелограмма, но пользуется им для разнообразных случаев.
- В разделе трактата, посвященном веревочным машинам, он пользуется также и принципом возможных перемещений в форме «золотого правила» статики: как путь движущего относится к пути движимого, так сила движимого относится к силе движущего.

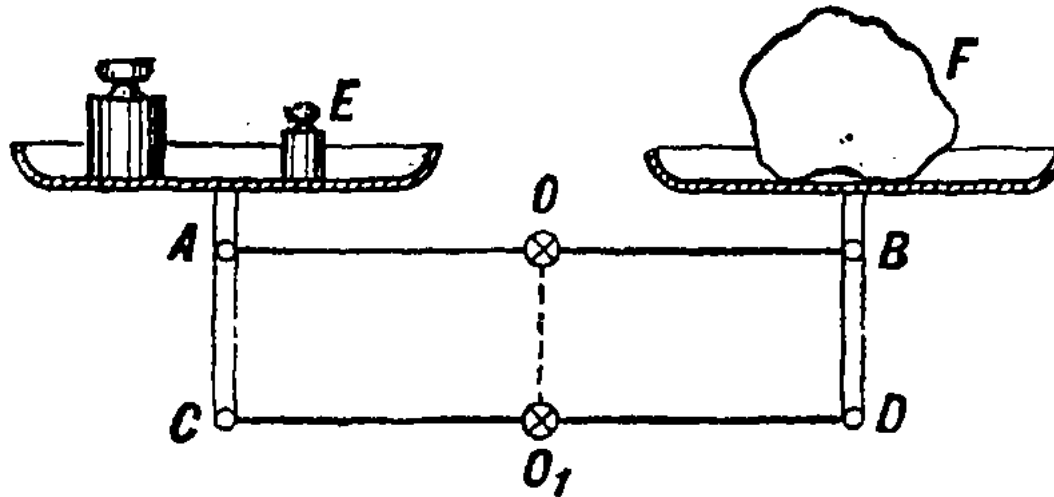
Жиль Персон Роберваль (*Giles Personier*) (1602—1675)

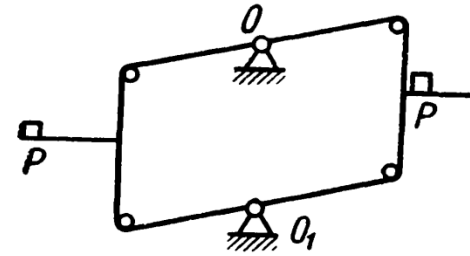
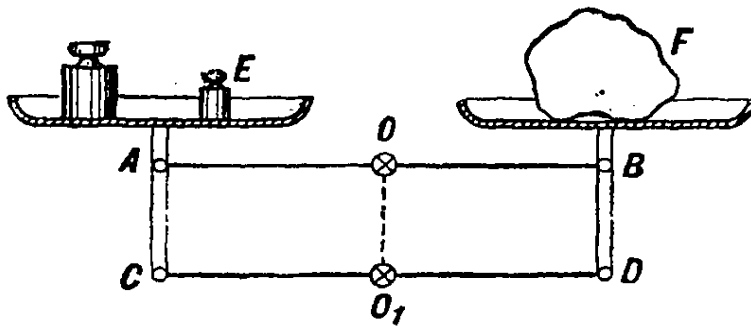
Роберваль написал большой трактат по механике, который, однако, не был издан печатно. Представление о нем можно получить по другому изданному его сочинению в 36 страниц, включенному Мерсенном в его компилятивный труд «Всеобщая гармония» (1636).

Роберваль полагал в основу статики два закона: **законы равенства моментов сил и сложения и разложения сил**. Последний устанавливался им из опыта с веревочными машинами и провозглашался как всеобщий закон статики. С помощью этого принципа он решал много различных задач статики; например, впервые рассмотрел и такую задачу: груз расположен на наклонной плоскости и уравновешен натяжением нити, не параллельной наклонной плоскости.

Ж.П.Роберваль (1602-1675)

Схема весов Роберваля

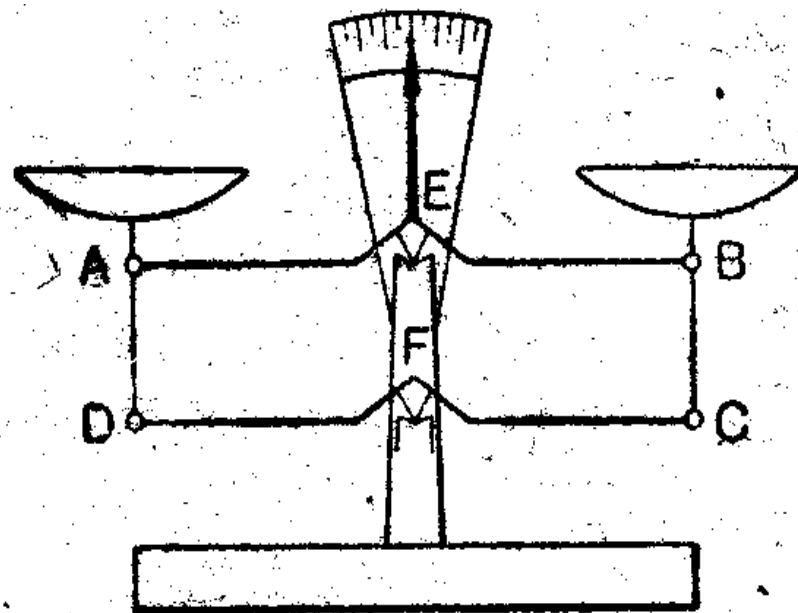
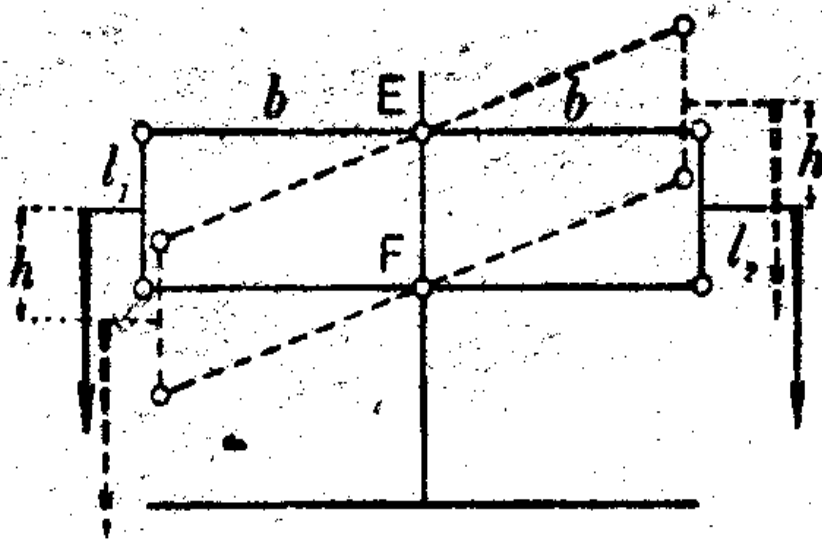




- В основе конструкции данных весов лежит шарнирный параллелограмм из четырёх жёстких стержней; две противоположные стороны параллелограмма закреплены — с помощью расположенных в их серединах неподвижных шарниров — так, что в любой конфигурации параллелограмма две оставшиеся его стороны остаются вертикальными. К этим вертикальным стержням под прямым углом жёстко присоединены ещё два стержня, к которым подвешивают два груза. Роберваль отмечает следующее (кажущееся парадоксальным) свойство данной механической системы: если веса грузов одинаковы, то они уравниваются при любом расположении точек подвеса. Для современников Роберваля решение поставленной им задачи оказалось не по силам; первое правильное решение «парадокса Роберваля» методами геометрической статики дал лишь Л.Пуансо в своих «Началах статики» в 1804 году.

Ж.П.Роберваль (1602-1675)

Схема весов Роберваля



- Синтез методов кинематической статики и геометрического учения о равновесии наблюдается в XVIII в., позже это стало развиваться более эффективно.