

## Лекция 10

# Московский университет



**Николай Дмитриевич Брашман**  
(1796-1866)

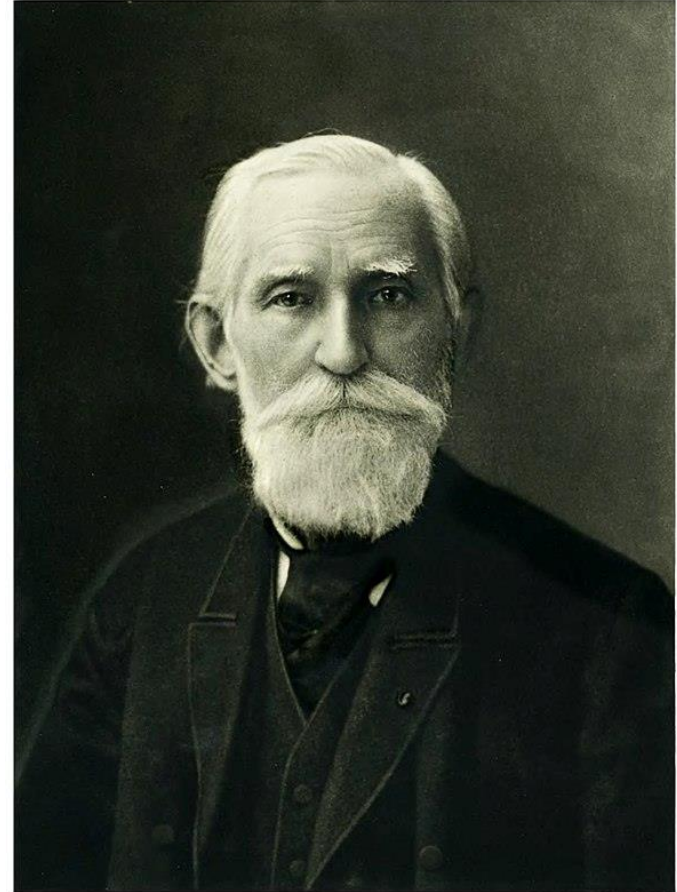


**Пафнутий Львович Чебышев**  
(1837-1846)



# Пафнутий Львович Чебышёв

- Русский математик ([Википедия](#))
- Русский математик и механик, основоположник петербургской математической школы, академик Петербургской академии наук и ещё 24 академий мира.
- **Родился:** 16 мая 1821 г., [Акатово](#)(Окатово)
- **Умер:** 8 декабря 1894 г. (73 года), [Санкт-Петербург](#), Российская империя



*Пафнутий Львович Чебышёв*

- В 1832 году семья переехала в [Москву](#), чтобы продолжить образование взрослых детей. В Москве с Пафнутием математикой и физикой занимался [П. Н. Погорельский](#) — один из лучших учителей Москвы.
- Летом 1837 г. Чебышёв начал изучение математики в [Московском университете](#) на втором [физико-математическом отделении](#) философского факультета.
- В 1840/1841 учебном году, участвуя в студенческом конкурсе, Чебышёв получил серебряную медаль за работу по нахождению [корней уравнения](#)  $n$ -й степени (сама работа была написана им ещё в 1838 году и сделана на основе [алгоритма Ньютона](#))
- В 1841 году Пафнутий Чебышёв окончил Императорский Московский университет.
- В это время дела его родителей из-за голода, охватившего в 1840 году значительную часть России, пришли в расстройство, и семья больше не могла материально поддерживать своего сына. Однако выпускник университета, невзирая на своё крайне стеснённое материальное положение, упорно продолжал заниматься наукой.

*«Распределение времени преподавания учебных предметов в Императорском Московском университете на первое полугодие 1840/41 г. во втором отделении философского факультета»*

- Из расписания мы видим, что преподавание велось 4 года с 10 до 14 час. 6 раз в неделю.
- На первом курсе адъюнкт М. Спасский читал Физику (2р. в неделю).
- На втором – орд. проф. Брашман - **Механику** (2р. в неделю).
- На третьем – Брашман читал 1 раз в неделю **Механику** и 2 раза – **Статику**; также продолжался курс физики.
- На четвертом курсе – читалась **Динамика** (2р. в неделю).



Н.Д.Брашман «Теоретическая механика»(1859)



Ж.-В. Понселе (J.Poncelet)

- Существенное влияние на формирование круга научных интересов молодого Чебышёва оказал его учитель — профессор прикладной математики и механики Московского университета **Николай Дмитриевич Брашман (1796-1866)**;
- Благодаря ему, П.Л. Чебышёв познакомился с работами французского ученого и инженера **Ж.-В. Понселе (1788-1867)** (известного, в частности, своими работами *«Курс механики, применённой к машинам»* (1826) и *«Введение в индустриальную, физическую или экспериментальную механику»* (1829)).



- В 1846 году он успешно защитил **магистерскую диссертацию «Опыт элементарного анализа теории вероятностей»**
- В 1847 году Чебышёв был утверждён в звании адъюнкт-профессора Петербургского университета.
- Чтобы получить право чтения лекций в университете, он защитил ещё одну диссертацию — на тему **«Об интегрировании с помощью логарифмов»**, после чего читал лекции по высшей алгебре, теории чисел, геометрии, теории эллиптических функций и практической механике. Не раз он читал и курс теории вероятностей, изъяснив из него расплывчатые формулировки и неправомерные утверждения и превратив его в строгую математическую дисциплину.
- В 1849 году Чебышёв защитил в Петербургском университете **докторскую диссертацию «Теория сравнений»**, после чего в 1850 году он стал профессором Петербургского университета; данную должность он занимал до 1882 года



Профессора физико-математического факультета Санкт-Петербургского университета (1868). Сидят слева направо: [А. В. Советов](#), П. Л. Чебышёв, [К. Ф. Кесслер](#), [А. Н. Савич](#), [П. А. Пузыревский](#), [Ф. В. Овсянников](#), [А. Н. Бекетов](#).  
Стоят: [Р. Э. Ленц](#), [Н. А. Меншуткин](#), [А. С. Фаминцын](#), [О. И. Сомов](#), [Ф. Ф. Петрушевский](#), [Д. И. Менделеев](#), [А. Н. Коркин](#)



## Санкт-Петербургский университет



- П. Л. Чебышев поступил на службу в Петербургский университет в **1847 г.** на должность доцента второго отделения философского факультета.
- **П.Л. Чебышев читал в университете практическую механику (1849/50—1850/51 гг.).**
- **Практическая механика читалась им на существовавшем короткое время (1839—1843 гг. и 1849—1851 гг.) реальном отделении.**
- В настоящее время кажется почти невероятным, что это отделение, причиной возникновения которого была «потребность в большем распространении по Империи реальных знаний посредством приготовления преподавателей по этой части», производило набор студентов всего два раза (в 1839 и 1849 гг.), причем оба раза было принято по шесть студентов.
- **В 1852—1856 гг. П.Л. Чебышев читал в Александровском лицее практическую механику.**

# Александровский лицей



- **Практическую механику** Чебышев читал «по собственным запискам». Когда Чебышев указывал литературу, его курс по стилю изложения был всегда оригинален.
- *«Курсы, читавшиеся Чебышевым, были невелики по объему, но содержательны, по изложению очень доступны и удобопонятны ...Литографированных записок к лекциям Чебышева никогда не существовало, печатного руководства он также не издавал. Несмотря на отсутствие внешних пособий, большинство студентов усваивало курсы Чебышева очень легко, и не выдержать экзамена по его предметам считалось большим позором. На экзаменах студентов Чебышев не был ни слишком строг, ни слишком снисходителен и всегда чрезвычайно сдержан и вежлив»*
- К. А. Поссе «Краткий биографический очерк» в I томе Полного собрания сочинений П. Л. Чебышева

## О курсе практической механики П.Л. Чебышева

- **ПРОГРАММА ПРАКТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

- (Две лекции в неделю)

- *Руководствами служат:*
- **Poncelet:** Traite de Mecanique appliquee aux machines, Introduction a la mecanique - industrielle,
- **Coriolis:** Traite de la mecanique des corps solides et du calcul de Teffet des machines,
- **Christian:** Traite de Mecanique industrielle,
- **Pambour:** Traite theoretique et pratique des machines locomotives,
- с различными дополнениями из сочинений *Навье, Тредгольди, Арманго* и других.

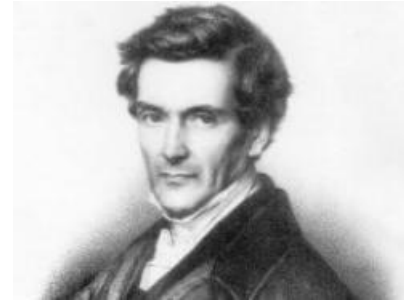
- Т.V Полного собрания сочинений П.Л. Чебышева, с. 213-214.

## Ж.В.Понселе (1788-1867)



- «Курс механики, приложенной к машинам» (1826)
- «Курс индустриальной механики» (1829)

## Г. Кориолис (1792-1843)



- «Трактат механики твердых тел и вычисления эффекта машин» (1829).

## НАУЧНЫЕ КОМАНДИРОВКИ П. Л. ЧЕБЫШЕВА

- **Принимая в соображение ту пользу для преподавания практической механики, которую можно извлечь из знакомства со всеми усовершенствованными машинами, мы обращаемся к Вашему превосходительству со всепокорнейшею просьбою поручить преподавателю практической механики, адъюнкту по кафедре математики Пафнутню Чебышеву съездить в Лондон на всемирную выставку и обозреть все, что будет там примечательного относительно усовершенствования механических производств.**
- **Без потери для университетского курса, он может отправиться в конце апреля в Лондон на всемирную выставку. Не ограничиваясь обозрением ее, он в продолжение летних месяцев может посетить замечательнейшие мануфактуры как в Англии, так и во Франции, и ознакомиться со способом преподавания практической механики в их технических заведениях. Что касается до издержек, то ему достаточно будет того содержания, которое он получает в здешнем университете как адъюнкт по кафедре математики и преподаватель практической механики в разряде реальных наук.**

• 1850-го года Э. Ленц.  
• декабря 18-го дня. В. Буняковский.  
• О. Сомов.

## Великая выставка промышленных работ всех народов ([англ.](#) *The Great Exhibition of the Works of Industry of All Nations*)



- Международная выставка достижений науки, промышленности, искусства и торговли, проходившая в [лондонском Гайд-парке](#) с 1 мая по 15 октября **1851 года**. Выставка стала важным этапом в распространении идей [промышленной революции](#). Из-за участия многих стран её вскоре прозвали [Всемирной](#). На этой первой Всемирной выставке были представлены промышленные товары, различные изделия [художественных ремёсел](#), машины и механизмы, экспонаты новейших производственных технологий, произведения [изобразительного искусства](#).



## П. Л. ЧЕБЫШЕВ. ПРОГРАММА КУРСА ПРАКТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ В АЛЕКСАНДРОВСКОМ ЛИЦЕЕ

- Общие понятия о механике вообще и в особенности о практической механике. Сила, количество работы. Показать, что количество работы выражается произведением усилия на длину проходимого пути. Количество работы по направлению, отличному от направления силы. По каким направлениям сила стремится двигать и по каким не стремится? Какие перемещения могут произвести силы, приложенные к системе точек? Условия равновесия системы. Случай, когда для всех точек системы одинаково возможны перемещения в две противоположные стороны; упрощение в этом случае условия равновесия системы. Приложение этого к точке, могущей двигаться по одной прямой линии и подверженной действию двух сил. Основной закон равновесия в его приложении: 1) к наклонной плоскости, 2) к рычагу и его видоизменениям: к весам Роберваля и самовесу, 3) к клину, 4) к вороту. — О движении точек. Равномерное движение машин; его уравнение. Двигатели и сопротивления. Условия равномерного движения машин. Сопротивления вредные и полезные.

## Программа (продолжение)

Показать, что в машине сколько выигрывается в силе, столько теряется в скорости. Основной закон равномерного хода машин в его практическом применении: 1) винтовой пресс, дифференциальный винт; бесконечный винт; 2) дифференциальный ворот.

Неравномерное движение машин. Изменение в скорости от действия данной силы в данное время. Масса тела. Количество работы, потребное для того, чтобы в скорости точки произвести данное изменение,  $ps = M/2 (v^2 - v_0^2)$ . Работа инерции. Приложение этого к практическим вопросам.

*Решить следующий вопрос:* воз весит 40 пудов, ему надобно сообщить скорость 10 футов в 1"; сколько на это потребно работы, если воз вначале был в покое? — Определение усилия, потребного для того, чтобы данному телу на данном пространстве сообщить известную скорость или уничтожить прежде бывшую. Приложить уравнение  $ps = M/2 (v^2 - v_0^2)$  к движению паровозов. Как велика должна быть сила, долженствующая сообщить поезду известную скорость на известном протяжении? Как велика должна быть сила для того, чтобы остановить поезд на известном протяжении?

- Уравнение неравномерного хода машин; начало живых сил.

## Программа (продолжение)

- *Решить следующий вопрос:* если покатить по полу какой-нибудь шар, то он, прокатившись до некоторого расстояния, остановится; зная скорость шара при начале движения и длину проходимого пути, требуется узнать, как велика была сила, остановившая тело, т. е. сила различных сопротивлений?
- — Объяснить, на основании общего закона неравномерного хода машин, действие следующих механизмов: 1) молота, 2) копра с бабою; описание устройства этого механизма.

Движения периодические. Приведение в движение машин и их остановка. Приложение общей теории неравномерного хода машин к определению неравномерностей в движении колеса с шатуном.

- — Средства уравнивать ход машины. 1) Как уменьшить неравномерности, происходящие от того, что сумма всех работ в каждый период не равна нулю? Центробежный уравниватель. Формулы для определения изменения в положении стержней от изменения скорости вращения и для определения веса шаров.  
2) Как уменьшается неравномерность движения машины в продолжение каждого периода?

-

## *Программа (продолжение)*

- Маховое колесо. Формулы для определения размера маховых колес.
- — Вредные сопротивления. Трение; различные виды трения. Трение тел скользящих; определение величины трения; трение при начале движения и в продолжение движения. Определение работы трения в том случае, когда для поднятия тяжестей употребляется наклонная плоскость. Трение осей. Приложение этого к определению количества работы, поглощаемой трением махового колеса. Трение пятника в пяте.
- — Трение второго рода. Жесткость веревок. Результаты опытов Кулона и Морена:  $dM (\alpha + \beta Q)/2R$  ,  $n (A+Bn+CQ)/D$  .
- Сопротивление средин. Вред и польза вредных сопротивлений. Нажимы, употребляемые для остановки машин или замедления их хода. Нажимы для остановки поездов по железной дороге. Приложение силы трения к определению, по опыту, количества работы, доставляемой двигателем.

## *Программа (продолжение)*

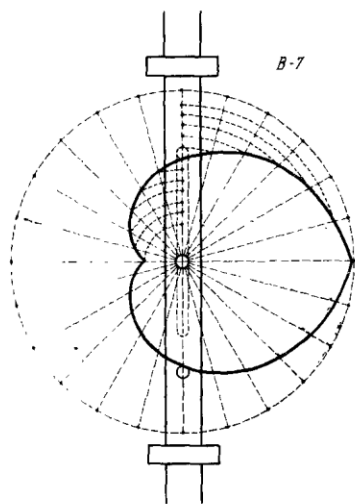
Преобразование движения. Система органов, служащих для этого.

Преобразование прямолинейного движения в другое такое же; органы для этого преобразования. Наклонная плоскость; выгода от ее употребления. Клин; ножик. Блок простой и сложный; выгода от употребления блоков.

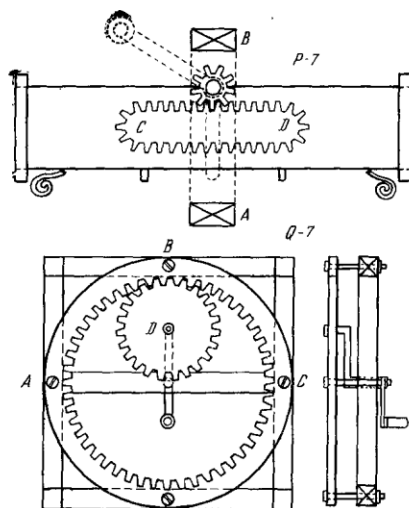
Преобразование вращательного движения в прямолинейное и обратно; органы для этого преобразования. Ворот простой, кабестан. Ворот дифференциальный. Винт простой и дифференциальный.

- Преобразование кругового движения в прямолинейное попеременное. Доказать, что если внутри круга катится другой круг радиуса, вдвое меньшего, то точки последнего круга описывают прямые линии. Колесо Деллагира. Кривошип с шатуном. Двойной кривошип. Эксцентрик и его видоизменения.

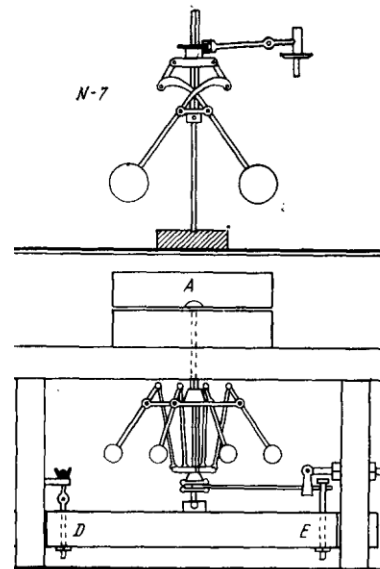
# Преобразование непрерывно-вращательного движения в возвратно-поступательное прямолинейное



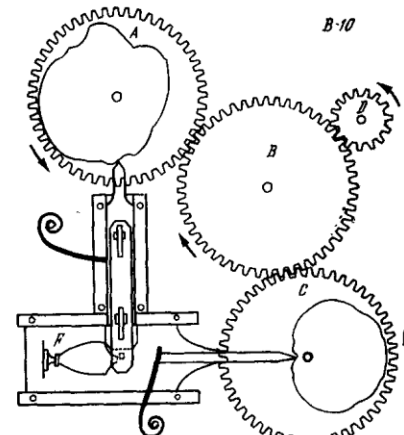
«Элементарная машина»  
B-7



«Элементарная машина»  
P-7 и Q-7



«Элементарная машина»  
N-7



«Элементарная машина»  
B-10

## *Программа (продолжение)*

- — Одушевленные двигатели; их отличительные свойства; выражение количества их работы. Количество работы, доставляемой человеком как двигателем. Обстоятельства, увеличивающие и уменьшающие количество этой работы. Приводы для получения работы человека: ступенчатый барабан, рукоятка, рычаг и пр. Журавль. Лошадь как двигатель. Конный привод.
- — Неодушевленные двигатели. Общее уравнение для определения количества их работы. Ветер как двигатель. Устройство вертикальных крыльев. Количество работы, получаемой от ветра. Условие наибольшей работы. Крылья горизонтальные.

## *Программа (продолжение)*

- — Вода как двигатель. Падение воды; определение количества работы падения воды. Как определить количество воды, протекающей в реке в продолжение данного времени? Общая теория употребления воды как двигателя. Гидравлические приемники. Гидравлические колеса. Каким условиям должно удовлетворять колесо, чтобы работа воды достигала наибольшей величины? Колеса висячие, их устройство. Количество работы, доставляемое этими колесами.
- — Колеса подливные с прямыми и кривыми лопатками. Устройство этих колес; наивыгоднейшая их скорость. Количество работы, ими доставляемое. Колеса наливные. Наивыгоднейшая их скорость; количество работы. Турбины различного устройства. Водостолбовая машина.



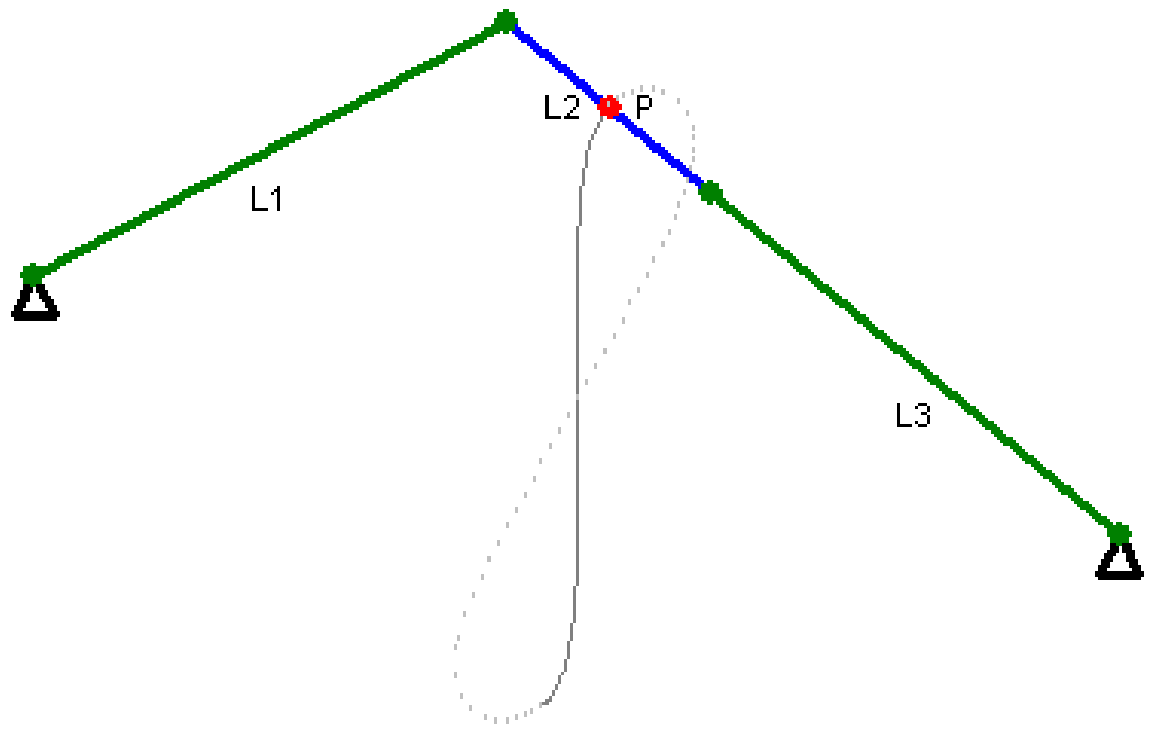
## *Программа (продолжение)*

- — О паре как двигателе. Устройство печей. Различные системы котлов. Принадлежности котлов: предохранительные клапаны и кружки, манометры, водомерные приборы, питательные приборы. Свисток. Паровой цилиндр и золотники различного устройства. Холодильник. Преобразование прямолинейного попеременного движения поршня в круговое непрерывное: коромысло, шатун, параллелограм Уатта.
- — Различные системы паровых машин. Машины простого и двойного действия. Машины высокого, среднего и низкого давления. Машины с охлаждением пара и без охлаждения. Машины с расширением пара. Машины с коромыслом и без коромысла. Машины с качающимися цилиндрами. Количество работы, доставляемое машинами с холодильником и без холодильника. Особенности в устройстве, паровых машин на пароходах и паровозах. Механизмы, которыми приводятся в движение пароходы и паровозы. Пароходы с Архимедовым винтом; пароходы с колесами.

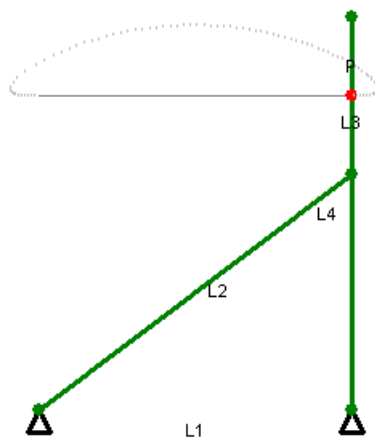
- В области [механики](#) П. Л. Чебышёва интересовали вопросы [прикладной механики](#) и в особенности — [теории механизмов](#); последней посвящено около 15 работ учёного.
- Он не опубликовал ни одной работы по общим вопросам [теоретической механики](#), однако в ряде работ его учеников ([П. И. Сомов](#), [А. М. Ляпунов](#), [Д. А. Граве](#)), относившихся к области теоретической механики, нашли своё отражение идеи, подсказанные их учителем.
- Фактически П. Л. Чебышёв возглавил после смерти [М. В. Остроградского](#) петербургскую ветвь самобытной русской школы механики

- В 1850-е годы Чебышёв заинтересовался шарнирно-рычажными механизмами, служащими для приближённого преобразования кругового движения в прямолинейное и наоборот. К числу таких механизмов относится [параллелограмм Уатта](#), сконструированный изобретателем универсальной [паровой машины Дж. Уаттом](#) как раз для преобразования прямолинейного возвратно-поступательного движения штока (жёстко связанного с поршнем паровой машины) в качательное движение конца балансира. К середине XIX века подобных механизмов было известно немного, параметры их звеньев подбирались эмпирически, в то время как неизбежные неточности прямого хода приводили к росту потерь на трение и быстрому изнашиванию звеньев

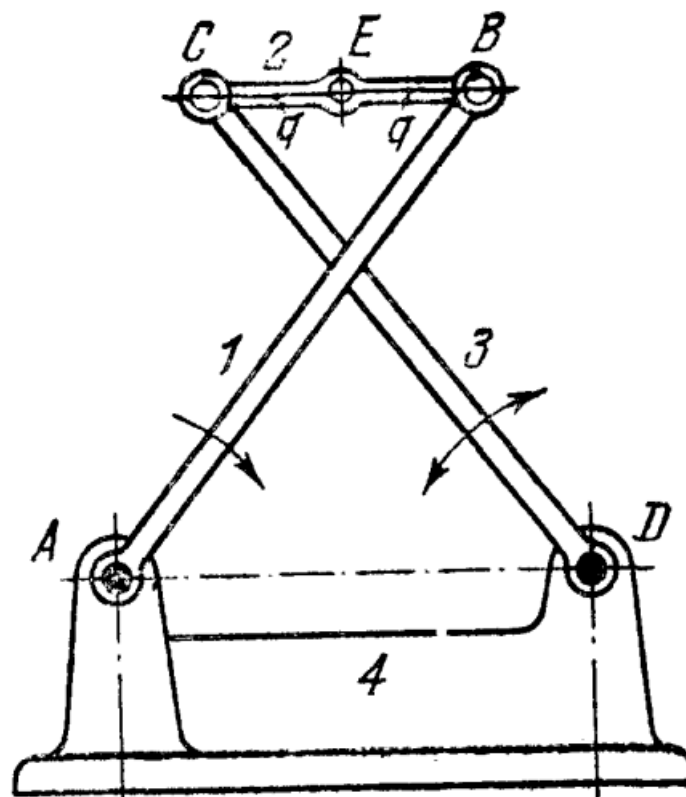
**Механизм Уатта** (механизм Ватта, параллелограмм Ватта)  
изобретён Джеймсом Уаттом для придания поршню паровой  
машины прямолинейного движения.



**Механизм Чебышёва** — механизм, преобразующий вращательное движение в движение, приближённое к прямолинейному.



# Механизм Уатта.



Математические исследования П. Л. Чебышева были тесно связаны с его интересами в области практической механики (очевидно, в этом сказывалось влияние московской школы Н. Д. Брашмана). Во время своей первой заграничной командировки в 1852 г. (это было связано с подготовкой им курса практической механики) он уделил много внимания вопросам прикладного характера. Его интересовала теория крыла ветряной мельницы — в Лилле он ознакомился с ветряными мельницами и поставил задачу о наивыгоднейшей форме крыла. В Париже он интересовался Консерваторией искусств и ремесел, в Метце — водяными мельницами. Он осматривал машиностроительные заводы близ Метца, бумажные фабрики в Ангулеме, оружейный завод в Шательро. В Лондоне он также посетил много фабрик и заводов, главным образом машиностроительных, и познакомился с Сильвестером и Кэйли, с которыми у него оказалось немало общих научных интересов.

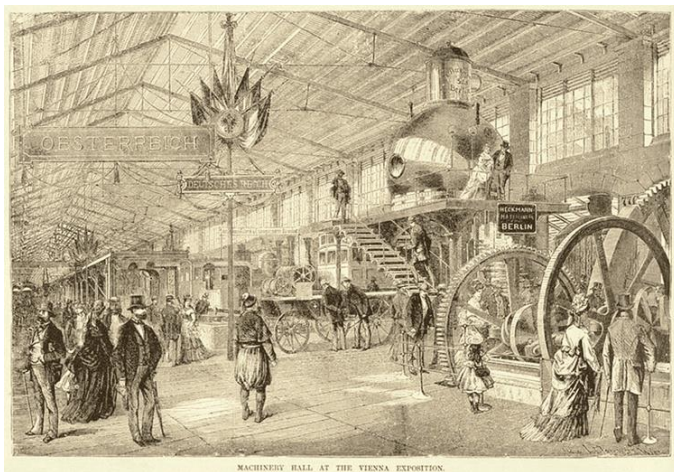
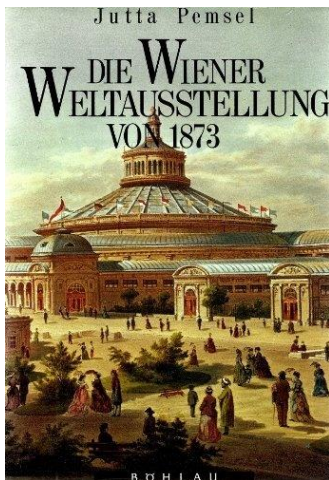
- **Конструирование механизмов**
- Чебышёву принадлежит создание свыше 40 различных механизмов и около 80 их модификаций. Среди них — механизмы с остановками, механизмы выпрямителей и ускорителей движения и тому подобные механизмы, многие из которых находят применение в современном авто-, мото- и приборостроении.
- В конструкциях ряда механизмов, предложенных П. Л. Чебышёвым, нашли свою реализацию разработанные им методы синтеза механизмов. Здесь прежде всего заслуживают упоминания два *приближённо-направляющих механизма Чебышёва*, относящихся к классу шарнирных четырёхзвенников и известных под названиями *лямбдаобразного* и *перекрёстного*. В данных механизмах траектория заданной точки  $\{P\}$ , расположенной на шатуне (у лямбдаобразного механизма — на конце шатуна, у перекрёстного — посередине), весьма мало отличается на некотором участке от отрезка прямой. В то же время минимальное число звеньев для механизма с вращательными кинематическими парами, обеспечивающее *точное* прямолинейное движение для одной из своих точек, равно 6.



## Последующие поездки П.Л. Чебышева за границу.

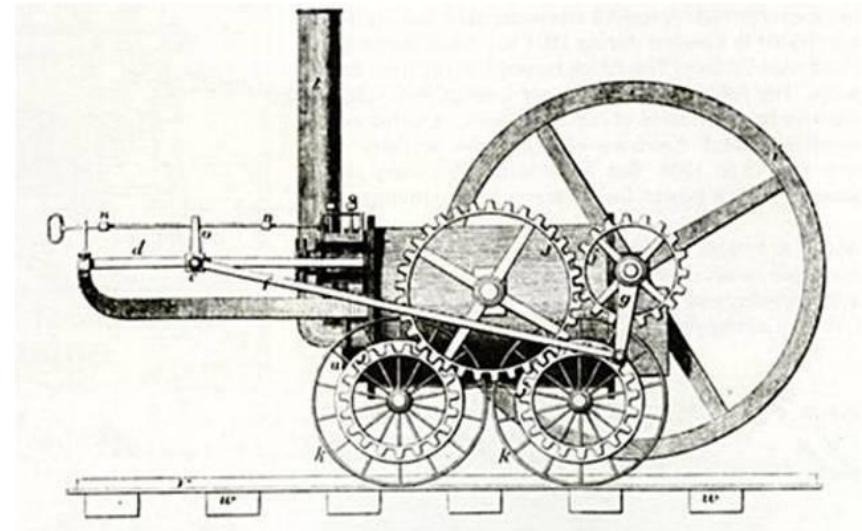
- 1873 – Всемирная Выставка в Вене . Собрание данных по приложению математики к механике.
- **Всемирная выставка 1873** года (нем. Weltausstellung **1873**) проходила с 1 мая по 2 ноября **1873** года в **Вене**. Пятая по счёту и первая из **Всемирных выставок**, проводившихся за пределами Англии и Франции.
- **1877 г. – Всемирная Выставка в Париже (Съезд математиков и механиков)**.
- **Всемирная выставка 1878** года (фр. Exposition Universelle de 1878) проводилась в **Париже** с 1 мая по 10 ноября 1878 года и была призвана восстановить **международный** престиж Франции, пошатнувшийся после её поражения во франко-прусской войне (1870-71).
-

# Всемирные промышленные выставки 1873, 1878 гг.

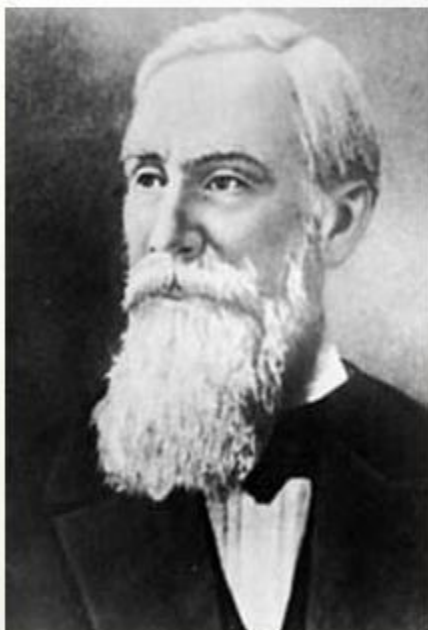


## Паровая машина

- На [Всемирной выставке в Филадельфии](#) в 1876 году экспонировалась сконструированная Чебышёвым **паровая машина**, обладавшая рядом конструктивных преимуществ.
- Среди созданных Чебышёвым механизмов - **«стопходящая машина»**, имитировавшая движение животного при ходьбе. Эта машина была с успехом показана на [Всемирной выставке в Париже](#) в 1878 году, а в настоящее время хранится в *московском Политехническом музее*.
- Помимо **самокатного кресла**, на Чикагской выставке демонстрировались изобретённые П. Л. Чебышёвым **сортировалька** (механизм для сортировки зерна по массе) и **семь механизмов для преобразования вращения в другие виды движения**.



# ПАФНУТИЙ ЛЬВОВИЧ ЧЕБЫШЕВ

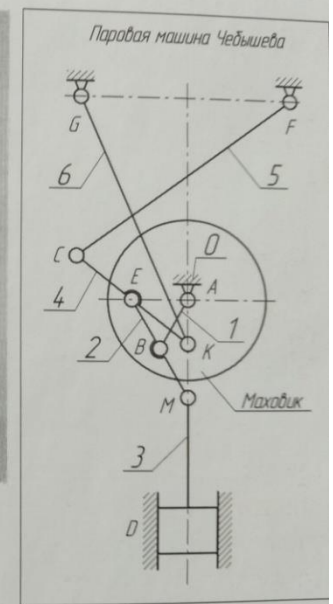


1821 - 1894

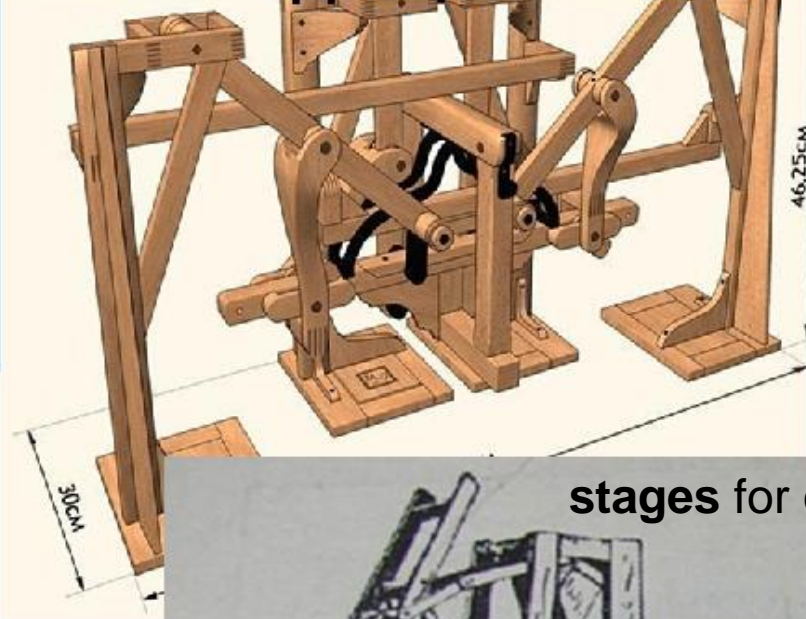


**Модель паровой машины  
с «прямом Чебышева»**

В 1873 г. на Всемирной выставке в Вене создатели модели удостоены медали "Преуспевания" "За осуществление изобретения академика Чебышева".



**Стопоходящая машина**



**Паровая машина**



stages for our discussion

**Сортировалька для зерна**



**Дамский велосипед**



- **Прикладная математика**

- В течение сорока лет Чебышёв принимал активное участие в работе военного артиллерийского ведомства (с 1855 года — действительный член Артиллерийского отделения [Военно-учёного комитета](#), с 1859 года — действительный член Временного артиллерийского комитета) и работал над усовершенствованием дальноточности и точности артиллерийской стрельбы, применяя для обработки результатов опытных стрельб методы теории вероятностей. В курсах баллистики до наших дней сохранилась [формула Чебышёва](#) для вычисления дальности полёта снаряда в зависимости от его угла бросания, начальной скорости и сопротивления воздуха при заданной начальной скорости. Своими трудами Чебышёв оказал большое влияние на развитие русской артиллерийской науки, на приобщение учёных-артиллеристов к математике.
- В тесной связи с работой Чебышёва во Временном артиллерийском комитете находились его исследования по [квадратурным формулам](#). В ходе данных исследований он в 1873 году предложил новый тип квадратурных формул (*квадратурные формулы Чебышёва*). Эти формулы удовлетворяют дополнительному требованию равенства весов и позволяют упростить вычисления и сократить их объём, обладая следующим важным свойством: они доставляют минимум дисперсии вычисленного по ним приближённого значения интеграла (при условии, что погрешности в узлах независимы и имеют одинаковую дисперсию и равное нулю математическое ожидание).

# Александр Михайлович Ляпунов

1857-1918





- А. М. Ляпунов родился 25 мая 1857 г. в Ярославле. После смерти в 1870 г. отца, известного астронома, соратника Н.И.Лобачевского, Ляпунов начал обучение в третьем классе Нижегородской гимназии, которую окончил с золотой медалью в 1876 г.
- В этом же году он поступил сначала на естественное отделение физико-математического факультета Петербургского университета, но через месяц перешел на математическое отделение.

- Это было время расцвета знаменитой Петербургской математической школы, создателем которой был академик П.Л. Чебышев.
- В университете преподавали П.Л. Чебышев, Д.К. Бобылев, Е.И. Золотарев, А.Н. Коркин, К.А. Поссе.
- Особое научное влияние на Ляпунова оказал своими лекциями, а затем и советами академик П.Л. Чебышев.

- По окончании университета в 1880 г. А.М. Ляпунов был оставлен по предложению Д.К. Бобылева при кафедре механики и в 1882 г. сдал магистерские экзамены.
- По совету П.Л. Чебышева А.М. Ляпунов взялся за решение сложнейшего вопроса **о фигурах равновесия вращающейся жидкости**. До этого времени на основе закона всемирного тяготения Ньютона были найдены некоторые фигуры равновесия гравитирующей и вращающейся вокруг оси жидкости.

- Чебышев указал Ляпунову на следующую проблему, состоящую в том, что **при некоторой величине угловой скорости эллипсоидальные формы перестают служить формами равновесия вращающейся жидкости. Не переходят ли они при этом в какие-либо новые формы равновесия, которые при малом увеличении угловой скорости мало отличались бы от эллипсоидальной?**

- Чебышев указал Ляпунову на следующую проблему, состоящую в том, что **при некоторой величине угловой скорости эллипсоидальные формы перестают служить формами равновесия вращающейся жидкости. Не переходят ли они при этом в какие-либо новые формы равновесия, которые при малом увеличении угловой скорости мало отличались бы от эллипсоидальной?**

- В этом же году Ляпунов был утвержден в звании приват-доцента и получил предложение занять кафедру механики в Харьковском университете.
- В Харькове до 1890 г. Ляпунов вел преподавание механики в университете. Кроме работы над составлением курса механики, опубликованного в полном виде в 1882г., он публикует статьи по теории потенциала, работы, посвященные вопросам устойчивости движения механической системы с конечным числом степеней свободы: «Об устойчивости движения в одном частном случае задачи о трех телах» (1889) и «**Общая задача об устойчивости движения**» (1892). Эта работа была представлена Ляпуновым в качестве *докторской* диссертации и успешно защищена в 1892г. в Московском университете.
- В 1893 г. Ляпунов был утвержден ординарным профессором.

- В 1893 г. Ляпунов был утвержден ординарным профессором. Затем в ряде работ по теории устойчивости, опубликованных до 1902 г., результаты докторской диссертации были дополнены.
- В **1900** г. Ляпунов был избран членом-корреспондентом Академии наук,  
а в **1901** г. – ординарным академиком по кафедре прикладной математики.
- В сентябре 1918г. Ляпунов начал в Новороссийском университете читать курс «О форме небесных тел», посвященный изложению его последних работ.
- Умер Ляпунов 3 ноября 1918г.

- Ляпунов состоял почетным членом Петербургского, Харьковского и Казанского университетов, иностранным членом Национальной академии деи Линчеи в Риме, членом-корреспондентом Парижской академии наук. Иностраннным членом математического кружка в Палермо, почетным членом Харьковского математического общества и членом ряда других научных обществ.



- В сентябре 1918г. Ляпунов начал в Новороссийском университете читать курс «О форме небесных тел», посвященный изложению его последних работ.
- Умер Ляпунов 3 ноября 1918г.

- А.М. Ляпунов исследовал (1892) поведение решений системы дифференциальных уравнений

$$dx_1/dt = X_1, \quad dx_2/dt = X_2, \quad \dots, \quad dx_n/dt = X_n, \quad (1)$$

правые части которых, зависящие от времени  $t$  и неизвестных, разлагаются в ряды по целым положительным степеням при достаточно малых значениях. Предполагается, что правые части системы (1) обращаются в нуль при  $t = 0$ . т. е. система (1) допускает нулевое решение.

- Задача состояла в следующем: можно ли выбрать начальные значения  $x_s$ , не делая их нулями, настолько численно малыми, чтобы в течение всего времени, следующего за начальным моментом, функции  $x_s(t)$  оставались по модулю меньше некоторых заранее заданных, отличных от нуля, до сколь угодно малых пределов? При этом важно иметь способы решения задачи независимо от выполнимости интегрирования системы (1).

- Прием, который обычно использовался ранее, состоял в отбрасывании в правых частях системы (1) всех членов порядка выше первого и рассмотрении вместо системы (1) системы линейных дифференциальных уравнений. Обоснование этого приема обычно не рассматривалось.
- А.М. Ляпунов поставил перед собой задачу установить те случаи, когда указанный прием использования первого приближения действительно решает вопрос об устойчивости, а также дать способы, позволяющие решить вопросы об устойчивости в тех случаях, когда по первому приближению нельзя судить об устойчивости.
- Для исследования устойчивости решений нелинейных систем А.М. Ляпунов разработал два метода.
- **Первый** связан с интегрированием исходной системы с помощью специальных рядов по степеням начальных значений и получил название **первого метода Ляпунова**.

Второй метод связан с использованием вспомогательных функций, получивших название функций Ляпунова. Рассматриваются некоторая функция  $w$  обращаяющаяся в нуль при  $x=0$  и ее производная в силу системы (1):

$$w(t, x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial w}{\partial t} + \sum_{k=1}^n \frac{\partial w}{\partial x_k} X_k.$$

- В зависимости от знаков функций  $v$ ,  $w$  в окрестности начала координат делаются заключения об устойчивости или неустойчивости нулевого решения системы (1).
- Огромная заслуга Ляпунова в создании теории критических случаев, когда линейное приближение не решает вопроса об устойчивости нулевого решения системы (1). Ляпунов выделил наиболее важные критические случаи, когда правые части системы (1) не зависят явно от времени или зависят периодически, и указал практические алгоритмы решения вопроса об устойчивости в тех случаях, когда эти вопросы могут быть решены в конечном приближении. При этом выяснилось, что в критических случаях на устойчивость решений могут повлиять члены сколь угодно высокого порядка в разложении правых частей системы (1) по степеням  $x_s$ .

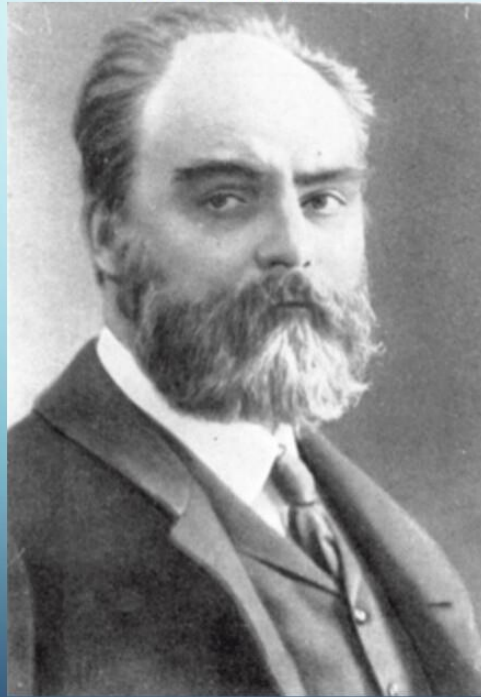
- При исследовании устойчивости в критических случаях Ляпунов показал, что порядок исследуемой системы может быть во многих случаях понижен и указал способы его понижения. Данный вывод получил впоследствии название принципа сведения Ляпунова. При этом Ляпунов строил с помощью решения уравнений с частными производными семейства решений системы (1), которые впоследствии получили в работах Н.Н. Боголюбова, Ю.А. Митропольского название интегральных многообразий.
- Ляпунов изучил аналитические свойства **интегральных многообразий**, построил решения на интегральных многообразиях, использовал их для понижения порядка исходной системы (1).

- А.М. Ляпунов показал важное значение наличия положительно определенных интегралов системы (1) для установления условий устойчивости, доказал справедливость признака устойчивости Лагранжа по минимуму потенциальной энергии и дал его обобщение для систем с распределенными параметрами.



## Братья Ляпуновы

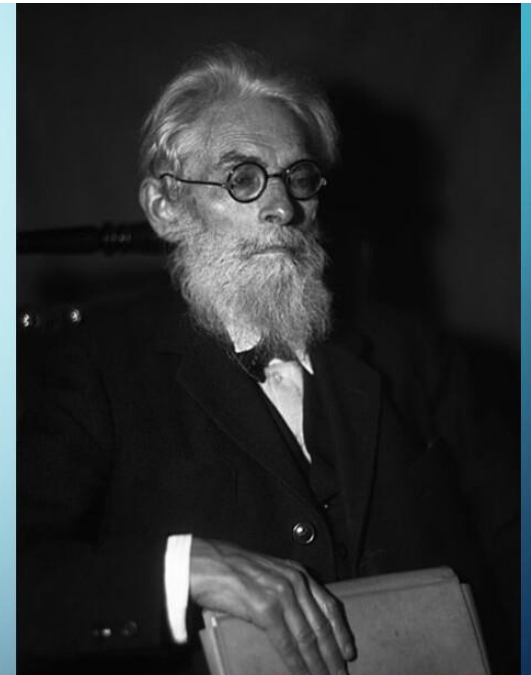
Сергей Михайлович  
1859-1924  
Композитор



Александр Михайлович  
1857-1918  
Математик, механик, академик  
Петербургской Академии наук



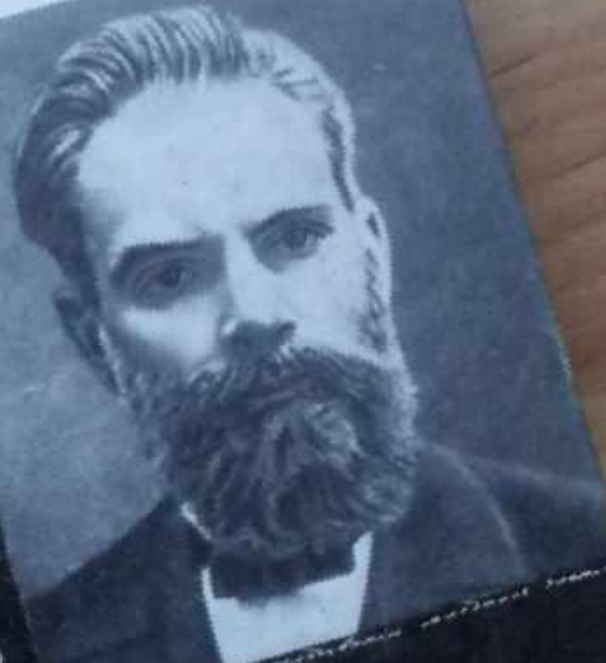
Борис Михайлович  
1862-1943  
российский лингвист,  
Член Петербургской Академии наук.



АЛЕКСАНДР  
ЛЯПУНОВ



*quelques la surface  
de la sphère*



Анатолий  
Шибанов

*Уважаемый Александр Александрович,  
ваше письмо от 27 июля  
получено. Благодарю вас  
за ваше предложение  
и за то, что вы обратились  
к моему адресу. Буду  
очень рад ответить  
на ваше письмо.*

ЗЕМЕЛЬНЫХ ЛЮДЕЙ