Геометрически точная теория контактного взаимодействия как фундаментальная основа вычислительной контактной механики

Dr. habil. PD KIT, Prof. KNRTU Конюхов Александр Вениаминович (Alexander Konyukhov)
Karlsruhe Institute of Technology, Institute of Mechanics, Germany

Основная тактика изогеометрического анализа это прямое вложение моделей механики при полном описании геометрического объекта с целью формулировки эффективной вычислительной стратегии. Такие преимущества изогеометрического анализа как полное описание геометрии объекта при формулировании алгоритмов вычислительной контактной механики могут быть полностью выражены, только если кинематика контактного взаимодействия полностью описана для всех геометрически возможных контактных пар. Контакт тел с геометрической точки зрения может быть рассмотрен как взаимодействие деформируемых поверхностей произвольной геометрии и гладкости. При этом различные условия гладкости поверхности приводят к рассмотрению взаимного контакта между гранями, ребрами и вершинами поверхности. Следовательно, все контактные пары могут быть иерархически классифицированы следующим образом: поверхность-в-поверхность, кривая-в-поверхность, точка-в-поверхность, кривая-в-кривую, точка-в-кривую, точка-в-точку. Кратчайшее расстояние между этими объектами является естественной мерой контакта и приводит к задаче о Проекции Ближайшей Точки (ПБТ, англ. Closest Point Projection, CPP).

Первой основной задачей при построении геометрически точной теории контактного взаимодействия является рассмотрение условий существования и единственности решения задачи ПБТ. Это приводит к ряду теорем, которые позволяют построить как трехмерные геометрические области существования и единственности проекции для каждого объекта (поверхность, кривая, точка) в соответствующей контактной паре, так и механизм перехода между контактными парами. Эти области строятся при рассмотрении дифференциальной геометрии объекта, в метрике криволинейной системы координат ему соответствующей: в Гауссовой (Gauß) системе координат для поверхности, в системе координат Френе-Серре (Frenet-Serret) для кривых, в системе координат Дарбу (Darboux) для кривых на поверхности, и используя координаты Эйлера (Euler), а также кватернионы для описания конечных поворотов вокруг объекта - точки.

Второй основной задачей является рассмотрение кинематики контактного взаимодействия с точки зрения наблюдателя в соответствующей системе координат. Это позволяет определить не только стандартную меру нормального контакта как «проникновение» (penetration), но и геометрически точные меры относительного контактного взаимодействия: касательного скольжения по поверхности, скольжения по отдельно взятым кривым, относительного поворота кривой (кручения), скольжения кривой по собственной касательной и по касательной нормали («протаскивание») при движении кривой по поверхности. На данном этапе, с помощью аппарата ковариантного дифференцирования в соответствующей криволинейной системе координат, осуществляется подготовка к вариационной формулировке задачи, а также к линеаризации, необходимой для последующего глобального численного решения, например, для итерационного метода Ньютона (Newton nonlinear solver). Линеаризация при этом понимается, как Гато (Gateaux) дифференцирование в ковариантной форме в криволинейной системе координат.

В ряде сложных случаев, исходящих из множества решений задачи ПБТ, как например, в случае «параллельных кривых», необходимо построение дополнительных механических моделей (3D континуальная модель криволинейного каната «Solid Beam Finite Element»), совместимых с соответствующим контактным алгоритмом «Curve To Solid Beam contact algorithm».

Важным этапом для описания контактного взаимодействия является формулировка в ковариантной форме наиболее общего произвольного закона взаимодействия между геометрическими объектами, выходящими далеко за рамки стандартного закона трения Кулона

(Coulomb). При этом используется фундаментальный физический принцип «максимума диссипации», являющийся следствием второго закона термодинамики. Это требует формулировки задачи оптимизации с ограничением в виде неравенств в ковариантной форме. При этом все необходимые операции для выбранного метода численного решения оптимизационной задачи, включая, например, «return-mapping algorithm» и необходимые производные, формулируются также в криволинейной системе координат. Здесь показательным результатом геометрически точной теории является как возможность получать новые аналитические решения в замкнутой форме (обобщение задачи Эйлера 1769г. о трении каната по цилиндру на случай анизотропного трения по поверхности произвольной геометрии [3]), так и возможность получать в компактной форме обобщения закона трения Кулона, учитывающего анизотропную геометрическую структуру поверхности совместно с анизотропным микро-трением.

Выбор методов решения задачи статики или динамики при условии удовлетворения законов контактного взаимодействия остается обширным. Это различные модификации итерационного метода Ньютона для глобальной задачи и методы удовлетворения ограничений на локальном и глобальном уровнях: штрафа (penalty), Лагранжа (Lagrange), Нитше (Nitsche), Мортар (Mortar), а также произвольный выбор конечно-разностной схемы для динамической задачи. Основным принципом является только формулировка метода в ковариантной форме без рассмотрения каких либо аппроксимаций.

Тщательное прохождение всех этапов построения теории позволяет получить вычислительный алгоритм в ковариантной «замкнутой» форме для всех типов контактных пар, включающих произвольно выбранный закон контактного взаимодействия. Выбор типа аппроксимаций осуществляется только на окончательном этапе решения. При этом выбор окончательной реализации вычислительного алгоритма остается очень обширным: стандартный метод конечных элементов (Finite Element Method), конечные элементы высокого порядка (High Order Finite Element), изогеометрический анализ (Isogeoemtric Analysis), «метод конечных клеток» (Finite Cell Method), «погруженные» методы (Immersed Methods) и др.

Наиболее обсуждаемым вычислительной механике на данный период является метод изогеометрического анализа, целью которого является замена последовательности этапов, сложившихся в инженерной практике – a) геометрическое моделирование CAD (Creo, ProE, CATIA); b) исправление геометрии и построение сетки конечных элементов (Hyperworks); c) конечно-элементный анализ (ANSYS, ABAQUS, RADIOSS, LS-DYNA) – единой стратегией, включающей три этапа одновременно. Геометрически точная теория контактного взаимодействия является фундаментальной основой, позволяющей достичь целей изогеометрического анализа, не реализованного в настоящее время ни в одном известном инженерном пакете.

Литература:

1. *Konyukhov A. and Schweizerhof K.* Computational Contact Mechanics: Geometrically Exact Theory for Arbitrary Shaped Bodies. *Springer, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2013.*
2. *Konyukhov A. and Izi R.* Introduction to Computational Contact Mechanics: A Geometrical Approach. *John Wiley & Sons, Chichester, 2015.*
3. *Konyukhov A.* Contact of ropes and orthotropic rough surfaces. *ZAMM – Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Wiley-VCH, 95 (4), 406-423, 2015.*

Результаты работ автора представлены в открытом доступе
https://www.researchgate.net/profile/Alexander_Konyukhov

Доклад иллюстрируется обширным видеоматериалом.

Dr. habil. PD KIT, Prof. KNRTU Конюхов Александр Вениаминович (Alexander Konyukhov)
Karlsruhe Institute of Technology, Institute of Mechanics, Germany