

Проблемы, которые должны рассматриваться в лаборатории Математических проблем естественных наук при кафедре ДУ



Задачи управления системами с распределенными параметрами

Прямые и обратные задачи динамики внутренних волн

Задачи синтеза и обратные задачи электродинамики

$$\ddot{u} = \Delta^{-1} a(z) \Delta_{\perp} u + c \delta(\bar{x} - x_0(t))$$

микромеханика

литография

нанооптика

микрофлюидика

обратные задачи морской радиолокации и радиометрии

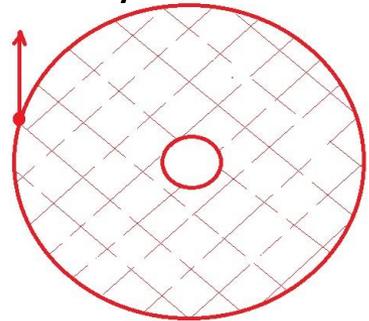
определение пространственной структуры молекул

Системы без последствия

Системы с интегральным последствием

$$\ddot{u} = \Delta u + \int_0^t K(t-\tau) \Delta u d\tau$$

$$u = \varphi(t, \bar{x})$$



$$\int_S K(x, y) u(y) dy = f(x), S \subset \mathbf{R}^2, x \in O \subset \mathbf{R}^2 (\mathbf{R}^3)$$

Некорретна!

$$\left\| \int_S K(x, y) u(y) dy - f(x) \right\| \leq \varepsilon \|f(x)\|$$

$$K(x, y) = K_0(x, y) e^{\frac{i2\pi}{\lambda} |x-y|}, \text{Трудоемкость } cS \ln S, |\nabla u| \leq \delta$$



Проблемы, которые должны рассматриваться в лаборатории Математических проблем естественных наук при кафедре ДУ

Физика активных гелей



Математические модели

$$\mathcal{L} \bar{u} + k \nabla m = \zeta \bar{u} \quad \text{в } \Omega(t),$$

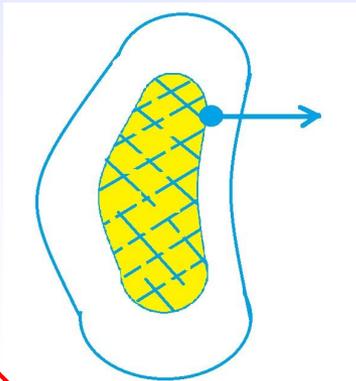
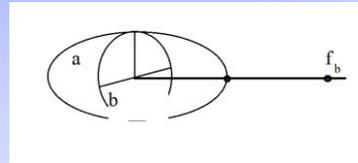
$$\dot{m} = D \Delta m - \operatorname{div}(\bar{u} m)$$

$$v_{\perp} = \bar{v} \cdot \bar{u} + \lambda - 2\beta k \quad D \frac{\partial m}{\partial \nu} = (\bar{v} \cdot \bar{u} - v_{\perp})$$

Эйнштейн

$$\hat{\eta} = \eta \left(1 + \frac{5}{2} \varphi + O(\varphi^2) \right)$$

$$\hat{\eta} = \eta + \varphi \left(\frac{5}{2} \eta - \frac{g(\lambda) f_p D}{36D^2 + \gamma^2} B + O(B^2) \right) + O(\varphi^2)$$



Нелокальное слагаемое

$$\lambda = \frac{1}{\Gamma(t)} \int_{\Gamma(t)} [2\beta k - (\bar{u} \cdot \bar{v})]$$

в краевом условии!

Математические модели слоистых ползучих грунтов

Искусственный интеллект

Финансовая математика

Модели активов с учетом псих. факторов

Оценка эффективности неполного хеджирования

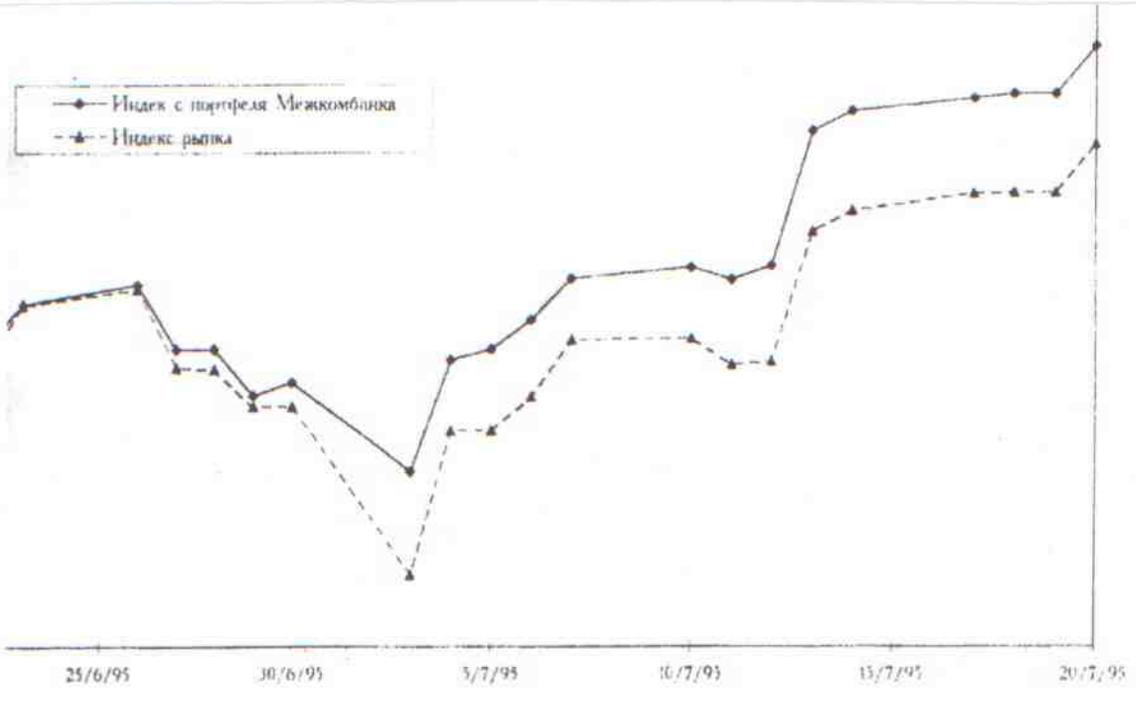
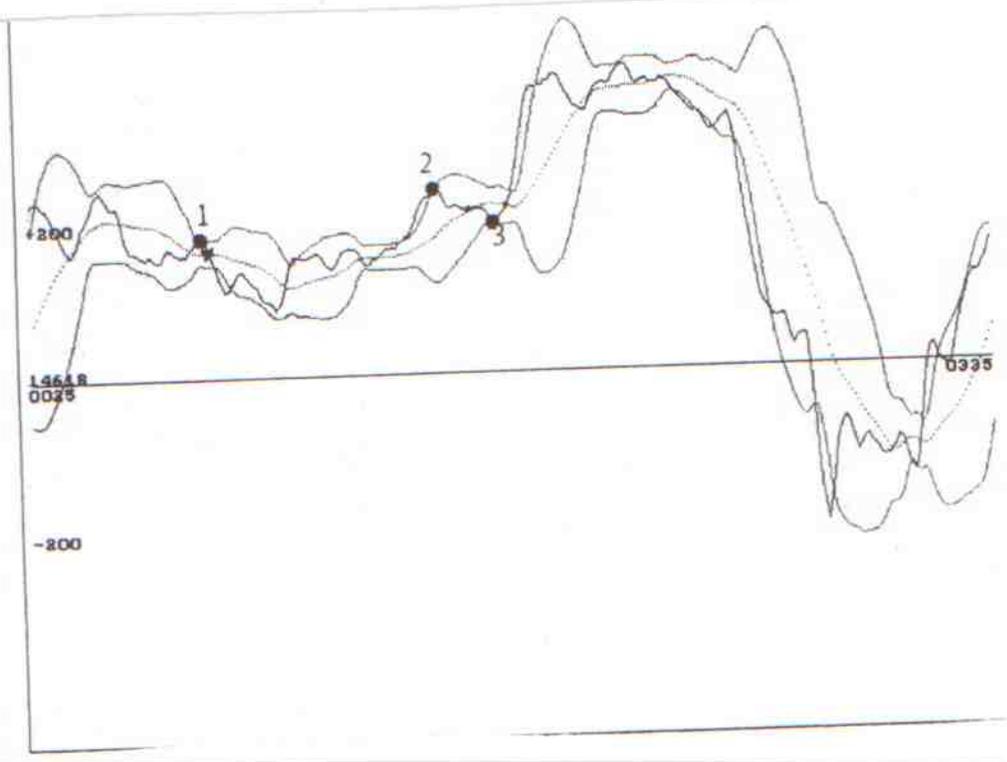
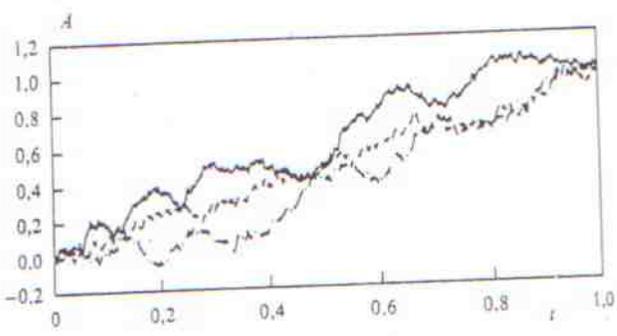
Точно решаемые модели

Оценка эффективности управления портфелем при наличии ограничений на риски и структурных ограничений

Дифференциальные уравнения и финансовая математика

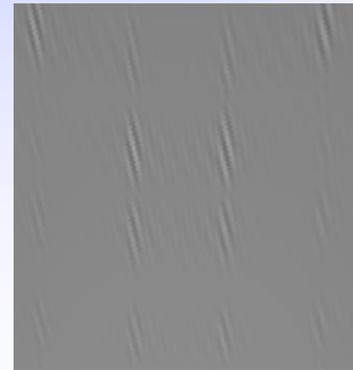
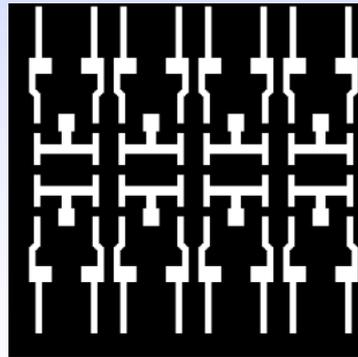
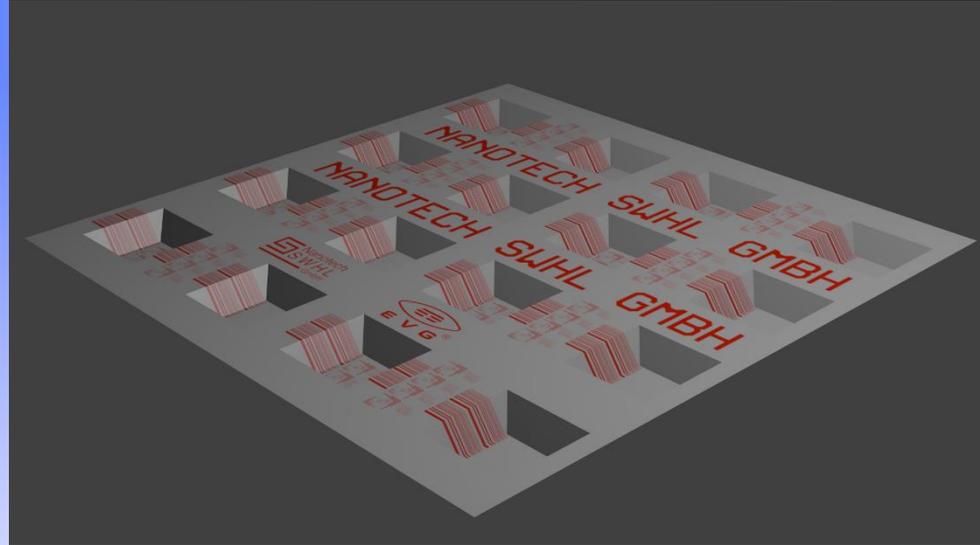
$$\begin{cases} dS = \mu(t, S)dt + \sigma(t, S)dW \\ S(0) = S_0 \end{cases}$$

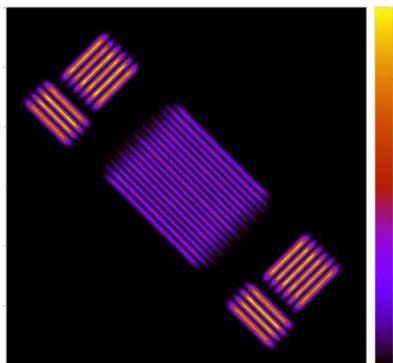
Задачи:
 А) управление портфелем;
 Б) страхование рисков





Голографическая литография





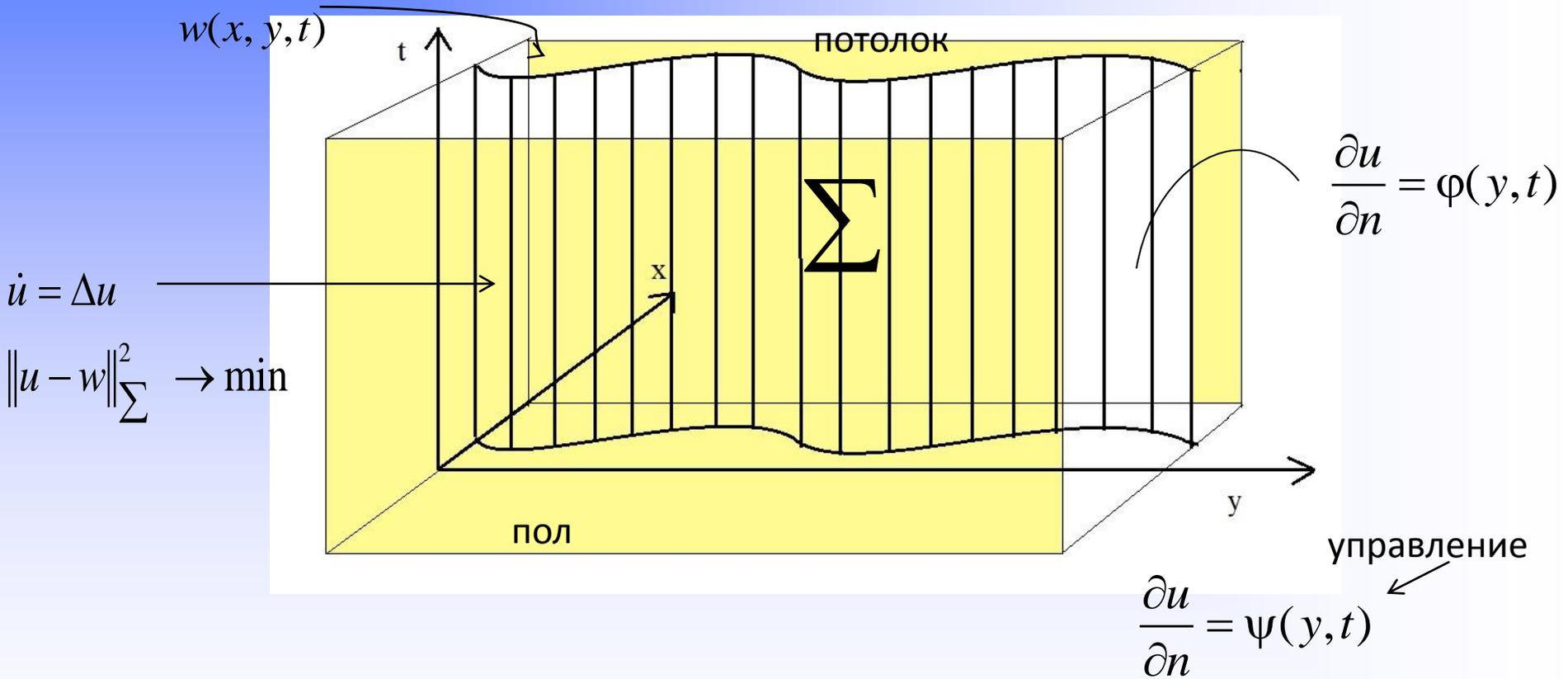
Москва, 2012



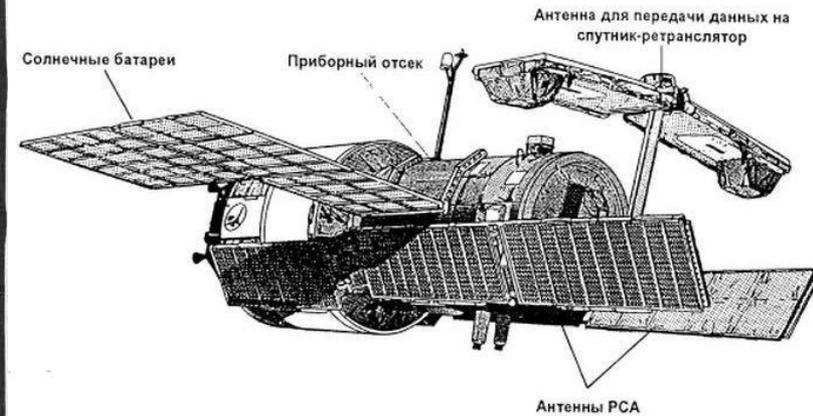
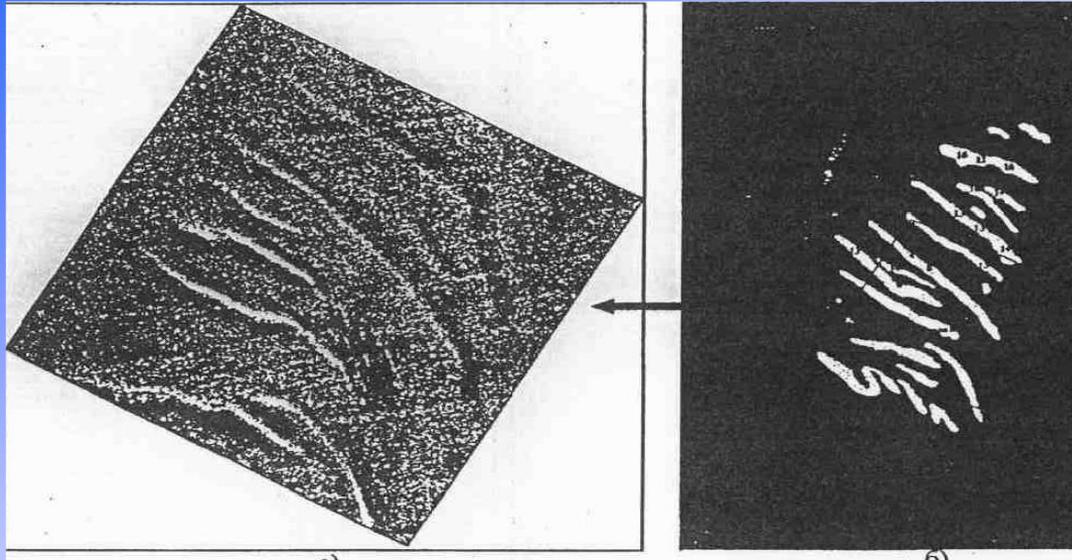
Цюрих, 2028
EMPA (технопарк Цюрихского университета)



Задача о «выращивании огурцов»



Активная космическая радиолокация



НПО «Машиностроение», Реутов
НПО «Вега», Москва

- **Результаты компьютерного восстановления поверхности**

- Истинное значение

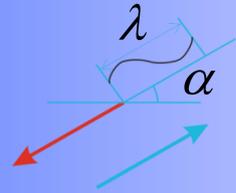
dm

-0.003 -0.01 0.01 -0.04 -0.25 0.05 0.037 0.1 -0.02 -0.004 0.01

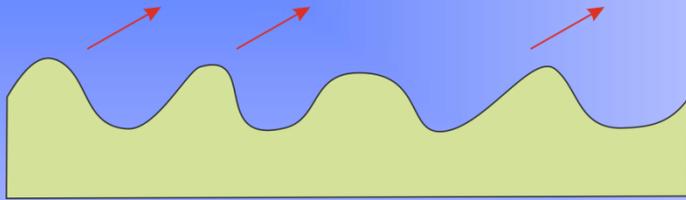
- Восстановленное значение

dm

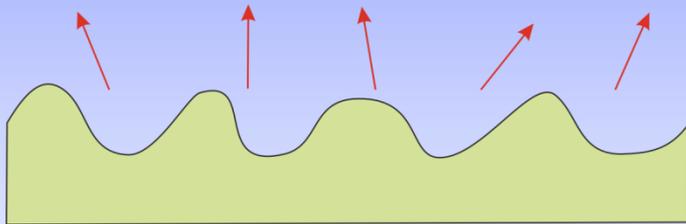
-0.005 0.007 0.016 -0.04 -0.26 0.05 0.035 0.098 -0.025 -0.005 0.0099



активная радиолокация



$$f(x) = \sum_{k=0}^N a_{2k} \cos(kx) + a_{2k+1} \sin(kx)$$



пассивная радиометрия

Нелинейный интегральный оператор

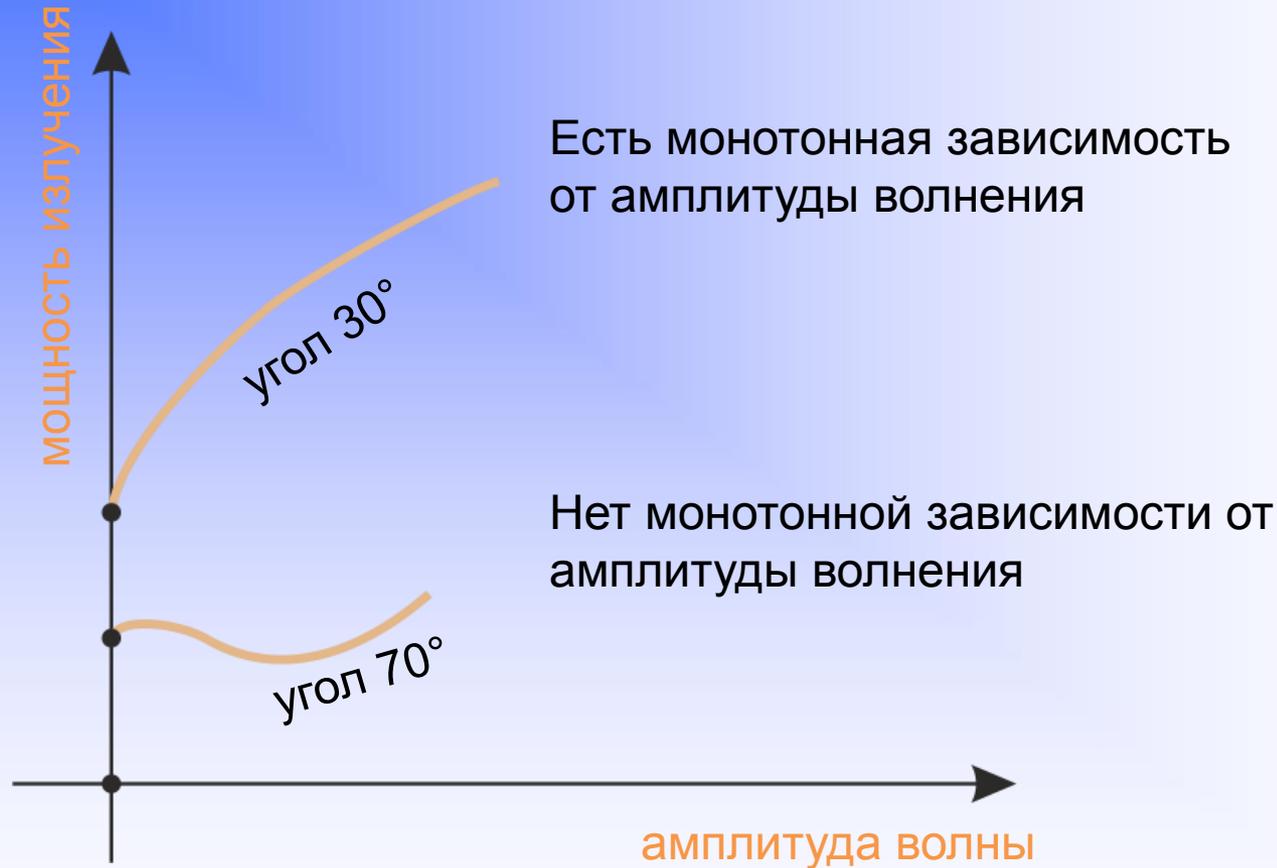
$$\int_a^b G(x, \lambda^j, \alpha^j, a_0, \dots, a_{2N+1}) dx = A, \quad j = 1, \dots, M$$

Надо определить a_1, \dots, a_{2N+1} .

Для функции G дается явное аналитическое выражение



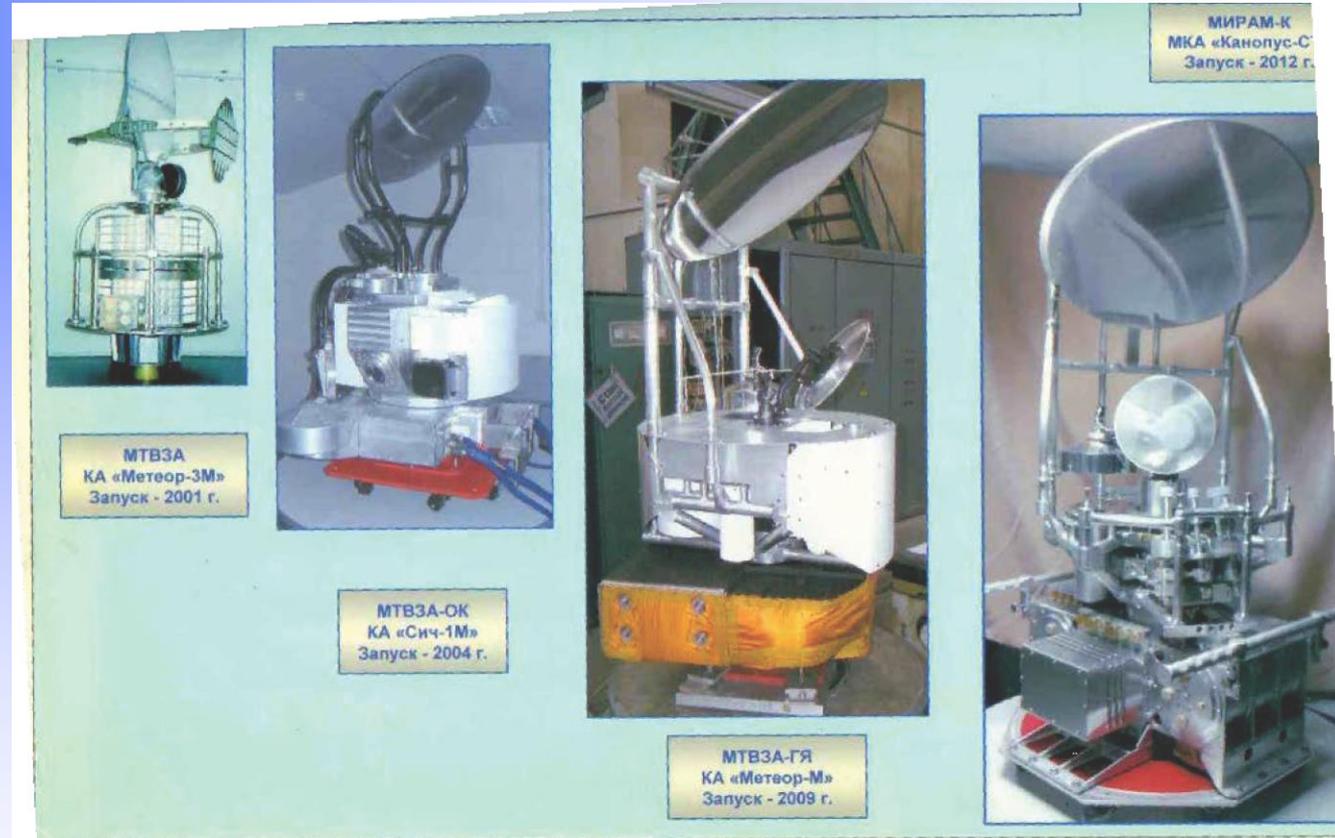
Собственное излучение океана





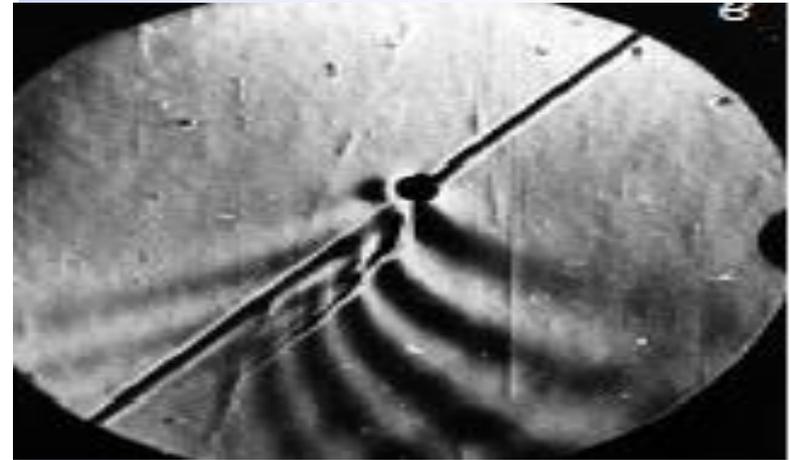
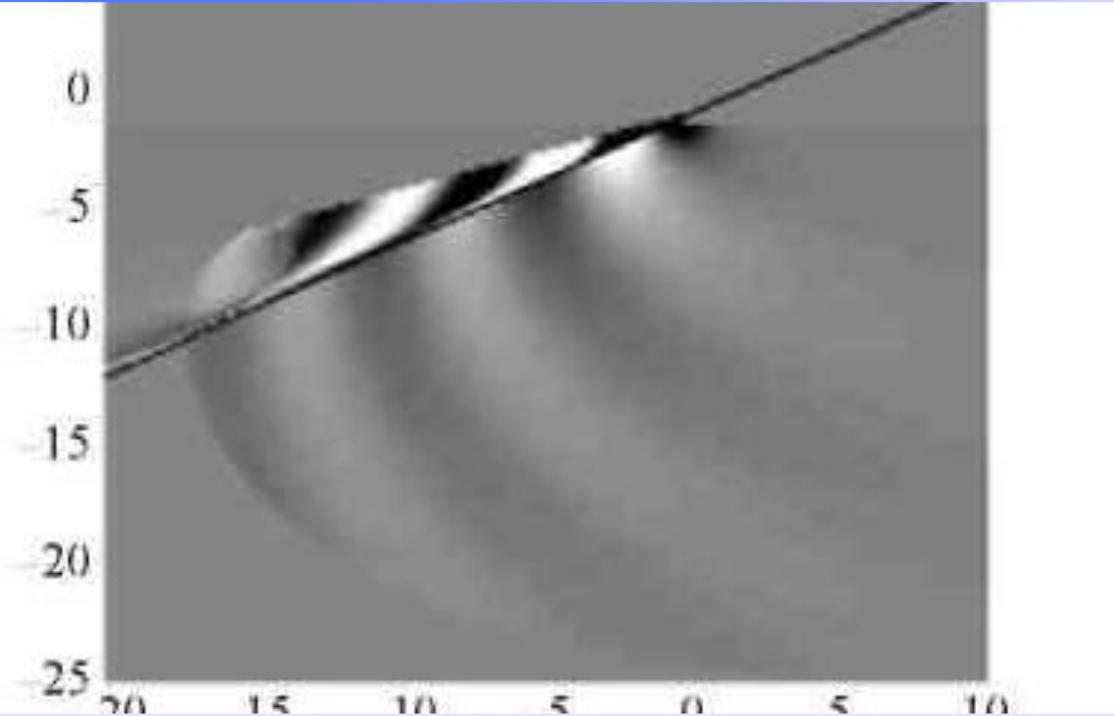
Радиометры

НТЦ «Космонит»
ОАО «Российские
космические системы»
НИИ «Точная механика»





ИПМех РАН



Эксперимент в лаборатории
Ю.Д. Чашечкина

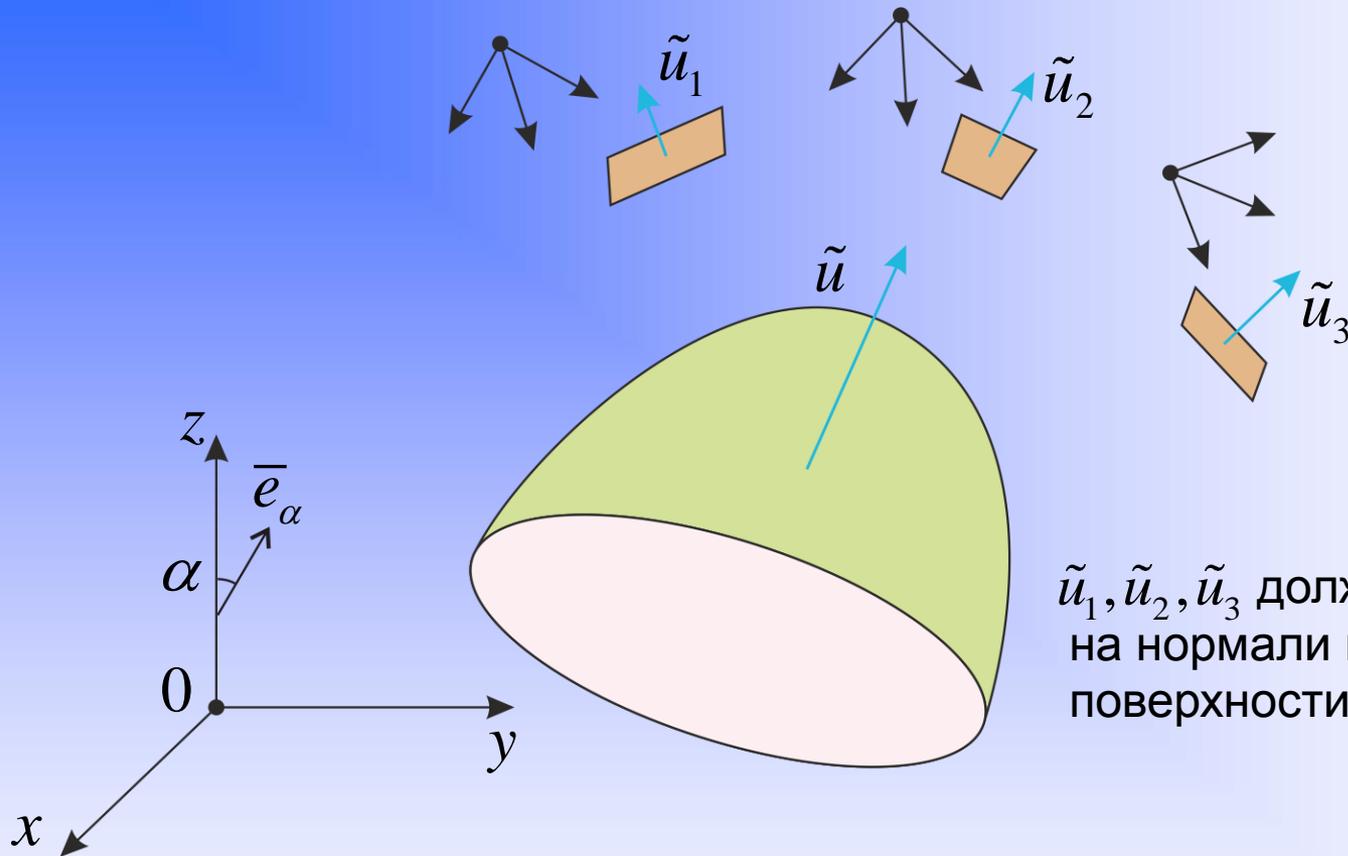
Результат математического моделирования

Решение вида

присоединенной волны

$$u^\alpha = \frac{m_0 |\bar{U}|}{N^3} \left[w_\alpha \left(\frac{N(\bar{x} - \bar{U}t + \bar{a})}{|\bar{U}|} \right) - w_\alpha \left(\frac{N(\bar{x} - \bar{U}t - \bar{a})}{|\bar{U}|} \right) \right]$$

Определение скорости движения «присоединенной» волны по локальным измерениям



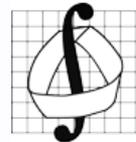
$\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3$ должны быть проекциями \tilde{u} на нормали к локальной поверхности фронта.

Другой способ решения обратной задачи

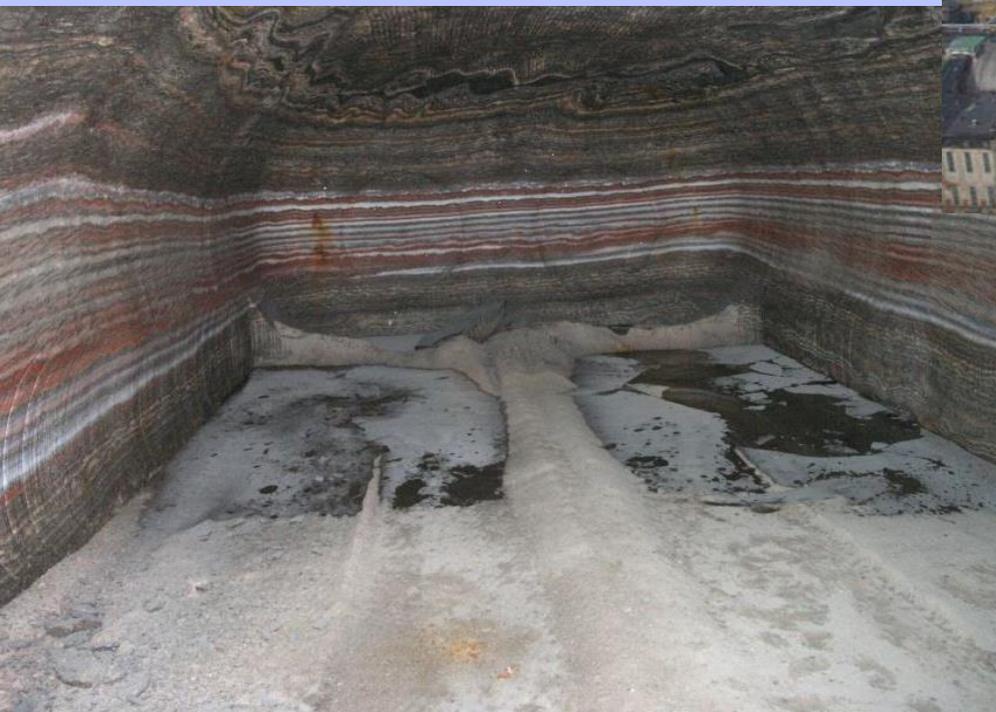
$$\int_0^t \bar{K}(t, \tau, x_j, m(\tau)) \bar{m}(\tau) d\tau = B(x_j, t)$$

\bar{x} - параметр, $x = \bar{x}_j$, $j = 1, \dots, N$ - отдельные точки, в которых мы измеряем сигнал

Слоистые соляные горные породы (Березняки)



ПАО «Уралкалий»



Соликамский провал

сентябрь 2015



$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = f_i(t, x), t \geq 0, x \in \Omega$$

$$\sigma_{ij}(t) = \delta_{ij} \lambda e_{kk}(t) + 2G e_{ij}(t) + \delta_{ij} p^*(t) + s_{ij}^*(t)$$

$$s_{ij}^*(t) = s_{ij}(0) - \int_0^t K_c(\sigma(\tau), t - \tau) s_{ij}(\tau) d\tau,$$

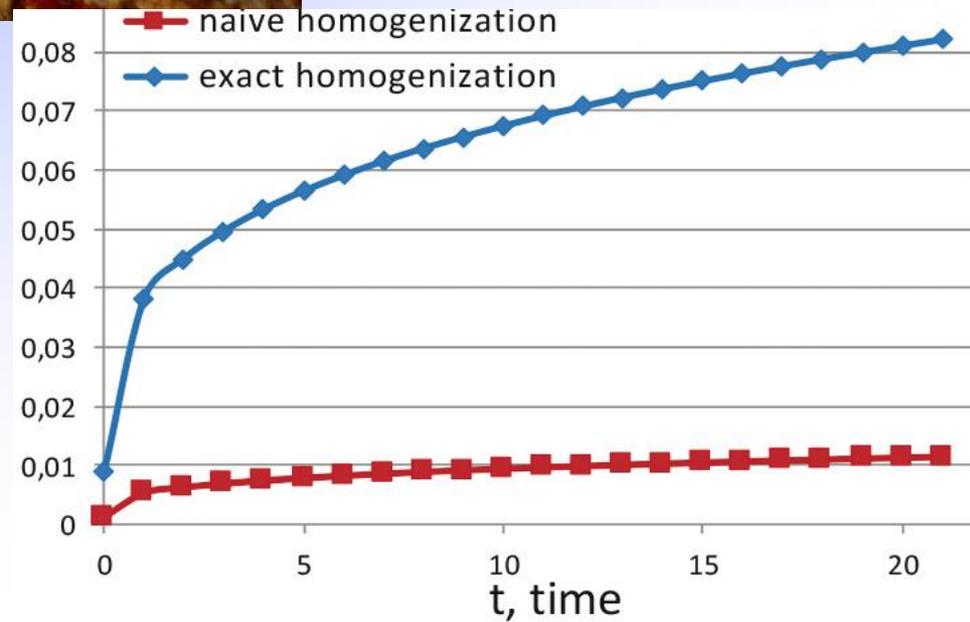
$$p^*(t) = p(0) - \int_0^t K_v(\sigma(\tau), t - \tau) p(\tau) d\tau$$



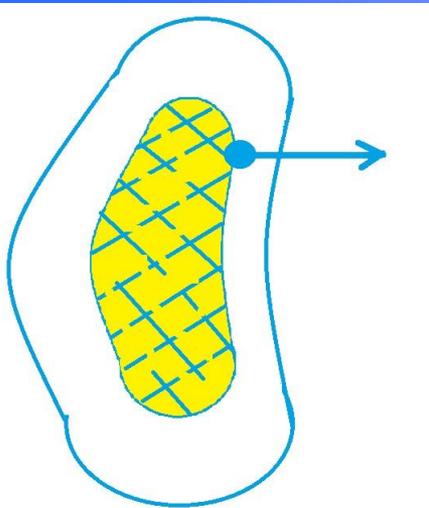
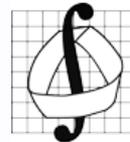


О.Э. Мельник
В.В. Веденеев

Шамаев А.С., Бобылева Т.Н.:
В простейшем случае из двух
показателей экспонент α_1 , α_2 получается
в точности шесть
(считается, что ядра сдвиговой
и объемной релаксации
у каждого из материалов пропорциональны).

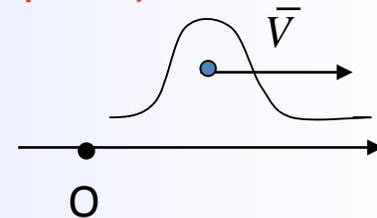


Хемотаксис и физика активных гелей



Уравнение Келлера-Сегала (Б. Пертам)

$$\begin{cases} \dot{\rho} - \Delta \rho + \operatorname{div}(\rho \cdot \nabla c) = 0, \\ \alpha \dot{c} - \Delta c + \tau c = \rho \end{cases}$$



Эффект направленности движения клетки или группы клеток как единого целого.

Как создать такой эффект?

Это – тоже обратная задача.

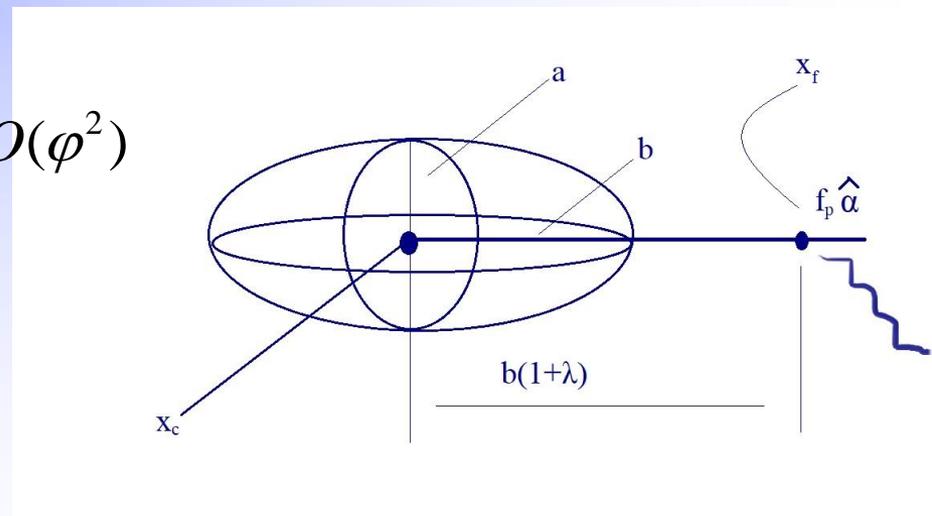
Физика активных гелей.

«Хвостатые бактерии»

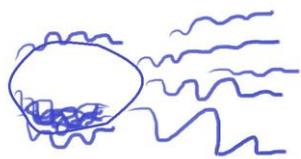
$$\hat{\eta} = \eta + \varphi \left(\frac{5}{2} \eta - \frac{g(\lambda) f_p D}{36D^2 + \gamma^2} B + O(B^2) \right) + O(\varphi^2)$$

Формула Эйнштейна

$$\hat{\eta} = \eta \left(1 + \frac{5}{2} \varphi + O(\varphi^2) \right)$$



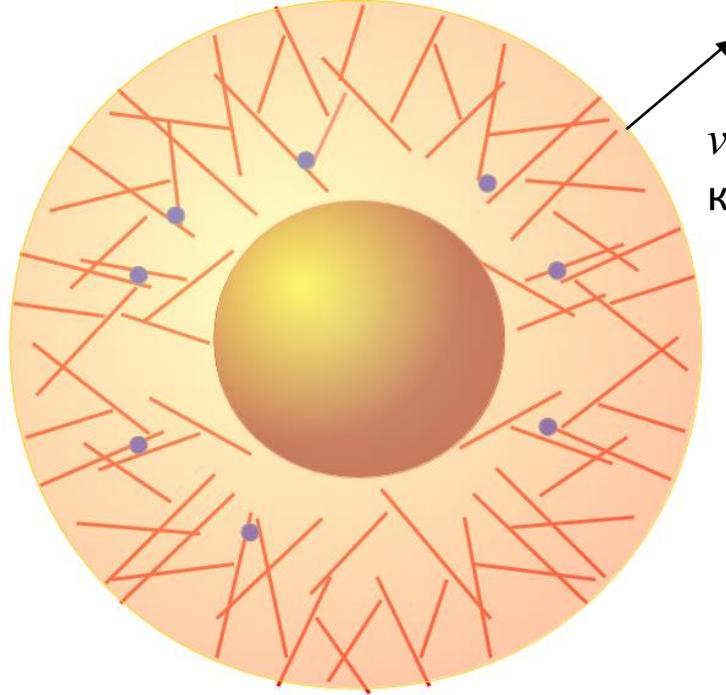
- самотолкание, $f_p > 0$, λ – определяется длиной бактерии
- удлинение, $B > 0$
- вихляние, $D > 0$





Движение начинается
при потере симметрии!

v – нормаль
к границе



Система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\mu_s}{3} + \mu_b \right) \nabla \operatorname{div} \bar{u} + \mu_s \Delta \bar{u} + k \nabla m &:= \mathbf{L} \cdot u = 0 \\ \dot{m} &= D \Delta m - \operatorname{div}(\bar{u} \cdot m) \end{aligned} \right\} \text{ в } \Omega(t)$$

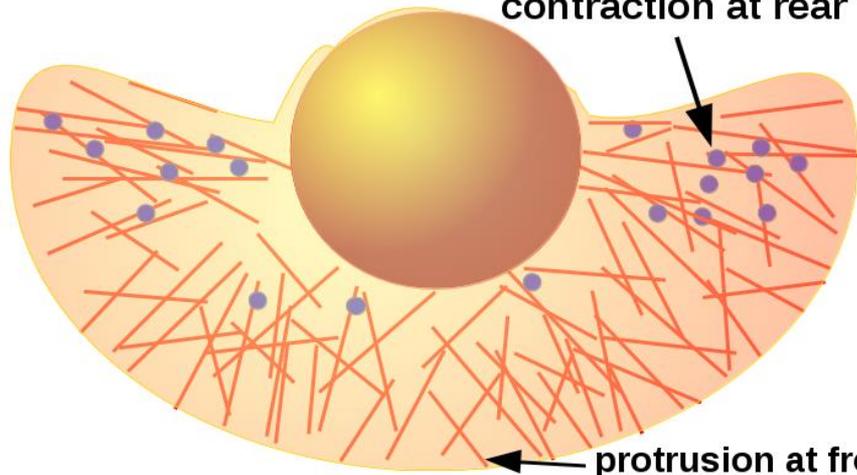
Краевые условия

$$\left\{ \begin{aligned} D \frac{\partial m}{\partial \nu} &= (\bar{u} \cdot \bar{\nu} - V_{\perp}) m, \\ V_{\perp} &= (\bar{u} \cdot \bar{\nu}) + \lambda - 2\beta k, \quad \lambda = \frac{1}{\Gamma(t)} \int_{\Gamma(t)} [2\beta k - (\bar{u} \cdot \bar{\nu})] \end{aligned} \right.$$

contraction at rear

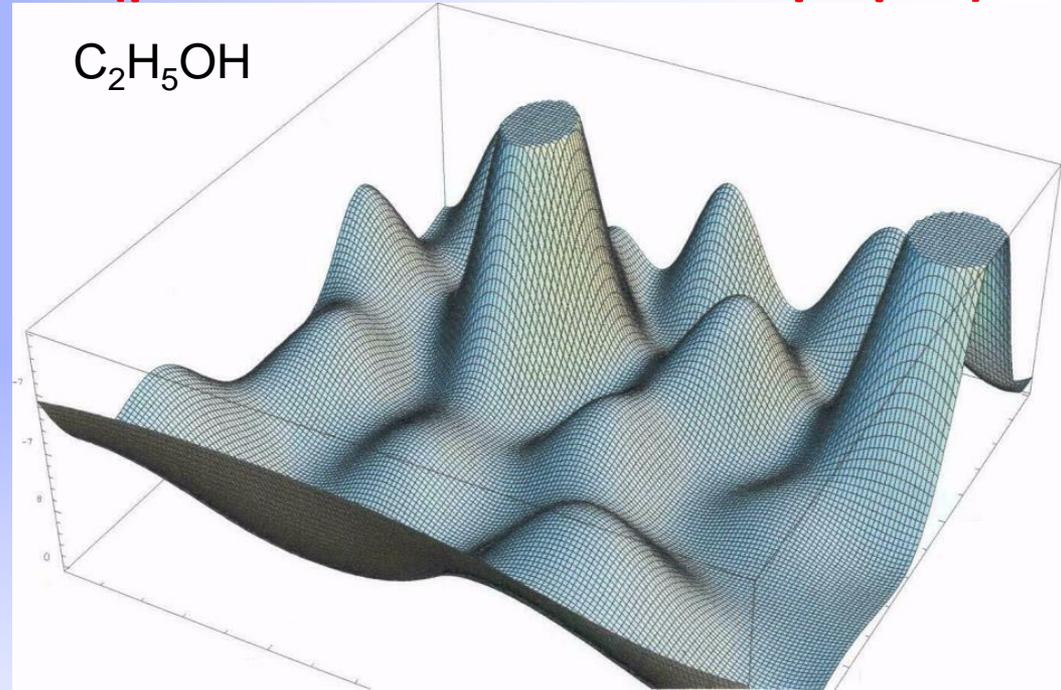
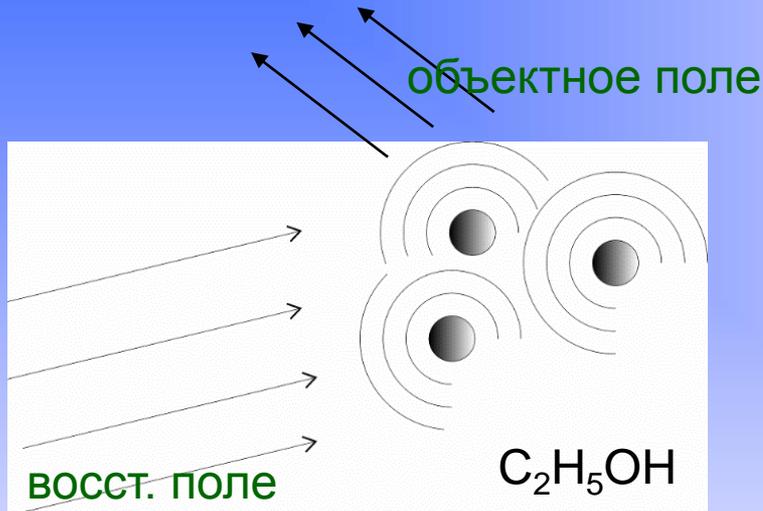
v_{\perp} – нормальная
компонента
скорости движения
границы

protrusion at front





Исследование субволновых возможностей голографических методов. Исследование пространственной структуры молекул голографическими методами (рентгеновская и Г-голография)



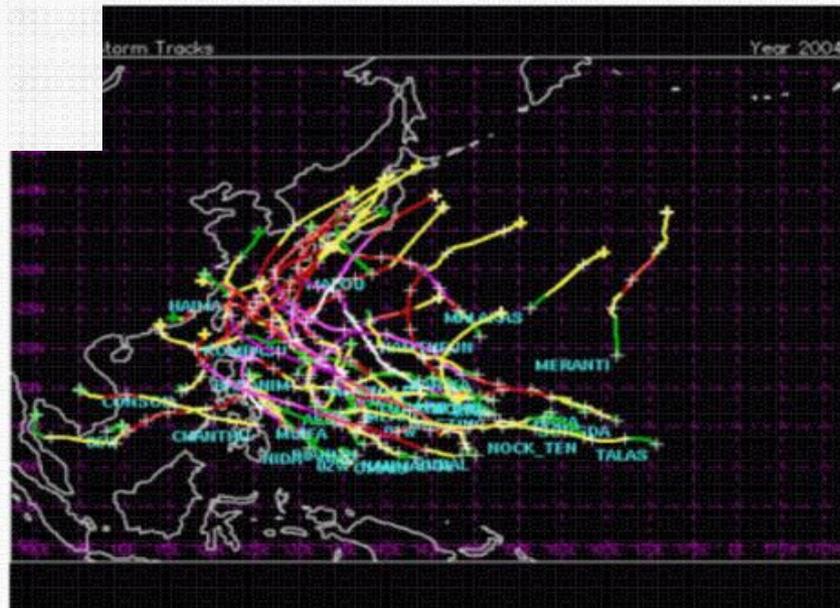
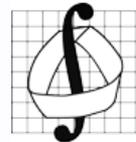
European XFEL - General Status of the Project
European XFEL TULA at the end of the (first) tunnel 03.09.2010



Синхротрон,
Гамбург



Прогнозирование движения атмосферных вихрей



<http://weather.unisys.com/hurricane/index.html>

Супервычислители



**Суперкомпьютер «Ломоносов»,
установленный в МГУ в 2009 году**



МВС-100-К (Москва)



Вычислительный кластер МИИТ (Москва)



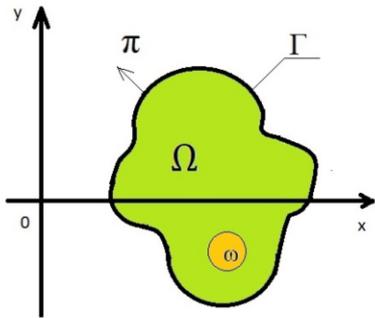
Лугано (Швейцария)



Ок-Ридж (США)

Задачи управления системами с распределенными параметрами

Управляемость систем с распределенными параметрами с помощью ограниченных по абсолютной величине сил



А) При отсутствии интегрального последействия

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u, \quad \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = f$$

$$\text{или } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u + f, \quad u|_{\Gamma} = 0,$$

$|f| < \varepsilon$, f — управляющее воздействие,
 $u|_{t=0} = \varphi(x)$, $\dot{u}|_{t=0} = \psi(x)$. **Имеет место**

полная управляемость в покой за конечное время.

Б) При наличии интегрального последействия

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u + \int_0^t K(t-\tau) \Delta u d\tau + f, \quad |f| < \varepsilon$$

$$u|_{\Gamma} = 0,$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad \dot{u}|_{t=0} = \psi(x), \quad K = \sum_{i=1}^N C_i \exp(-\lambda_i t)$$

f — управляющее воздействие. **Имеет место полная управляемость.** Если $f \equiv 0$ в ω , то полная управляемость отсутствует. Если

$K \equiv Ct^\alpha$, $\alpha \notin \mathbb{Z}$, то полная управляемость также отсутствует.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \Delta u + \int_0^t K(t-\tau) \Delta u d\tau, \quad \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = f, \quad |f| < \varepsilon$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad \dot{u}|_{t=0} = \psi(x), \quad K = \sum_{i=1}^N C_i \exp(-\lambda_i t) \text{ или } K \equiv Ct^\alpha, \quad \alpha \notin \mathbb{Z}, \quad \text{Полная}$$

управляемость отсутствует

Спасибо за внимание!

<http://matlab.math.msu.su>

Связаться с профессором Шамаевым А.С. можно по электронной почте:
sham@rambler.ru